

2.13 Esercizi

2.13.1 Esercizi dei singoli paragrafi

2.1 - Radici

2.1. Determina le seguenti radici quadrate razionali (quando è possibile calcolarle).

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $\sqrt{9}$; | g) $\sqrt{\frac{49}{81}}$; | k) $\sqrt{0,04}$; |
| b) $\sqrt{36}$; | h) $\sqrt{\frac{121}{100}}$; | l) $\sqrt{0,09}$; |
| c) $\sqrt{-49}$; | i) $\sqrt{\frac{144}{36}}$; | m) $\sqrt{0,0001}$; |
| d) $\sqrt{64}$; | j) $\sqrt{\frac{-1}{4}}$; | n) $\sqrt{\frac{144}{9}}$; |
| e) $\sqrt{-81}$; | | o) $\sqrt{0,16}$. |
| f) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; | | |

2.2 (*). Determina le seguenti radici quadrate razionali (quando è possibile calcolarle).

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $\sqrt{-0,09}$; | f) $\sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{1 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}}$; |
| b) $\sqrt{25 \cdot 16}$; | g) $\sqrt{5 + \sqrt{14 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}}}$. |
| c) $\sqrt{36 \cdot 49}$; | |
| d) $\sqrt{0,04 \cdot 0,0121}$; | |
| e) $\sqrt{\frac{1}{100}}$; | |

2.3. Senza usare la calcolatrice determina per ciascuna delle seguenti radici quadrate il valore approssimato a 1/10: $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{\frac{17}{4}}$.

2.4. Estrai le seguenti radici di espressioni letterali, facendo attenzione al valore assoluto.

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt{a^2 + 2a + 1}$; | b) $\sqrt{4x^2 + 8x + 4}$; | c) $\sqrt{9 - 12a + 4a^2}$. |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|

2.5. Senza usare la calcolatrice determina per ciascuna delle seguenti radici cubiche il valore approssimato a 1/10: $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[3]{100}$, $\sqrt[3]{25}$, $\sqrt[3]{250}$.

2.6 (*). Determina le seguenti radici (se esistono).

- | | | |
|-----------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{27}$; | e) $\sqrt[3]{125}$; | h) $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}$; |
| b) $\sqrt[3]{64}$; | f) $\sqrt[3]{-216}$; | i) $\sqrt[3]{\frac{1000}{27}}$. |
| c) $\sqrt[3]{-1}$; | g) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$; | |
| d) $\sqrt[3]{1000}$; | | |

2.7 (*). Determina le seguenti radici (se esistono).

- | | |
|--|--|
| a) $\sqrt[3]{0,001}$; | e) $\sqrt[3]{25 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{122 + \sqrt[3]{27}}}}$; |
| b) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$; | f) $\sqrt[3]{27 \cdot \sqrt{64}}$; |
| c) $\sqrt[3]{-0,008}$; | g) $\sqrt[9]{0}$; |
| d) $\sqrt[3]{4 + \sqrt[3]{61 + \sqrt[3]{25 + \sqrt[3]{8}}}}$; | h) $\sqrt[8]{-1}$; |
| | i) $\sqrt[5]{-100\,000}$. |

2.8 (*). Determina le seguenti radici (se esistono).

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $\sqrt[4]{0,0001}$; | f) $\sqrt[10]{0}$; |
| b) $\sqrt[4]{81}$; | g) $\sqrt[4]{0,0081}$; |
| c) $\sqrt[6]{64}$; | h) $\sqrt[5]{34 - \sqrt[4]{14 + \sqrt{2 + \sqrt[3]{8}}}}$; |
| d) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$; | i) $\sqrt{20 + \sqrt[3]{121 + \sqrt[4]{253 + \sqrt[5]{243}}}}$. |
| e) $\sqrt[4]{-4}$; | |

2.9 (*). Determina le seguenti radici (se esistono).

- | | | |
|-----------------------------------|--|---|
| a) $\sqrt{21 + \sqrt{16}}$; | d) $\sqrt{\sqrt{0,16}}$; | g) $\sqrt{72 + \sqrt{80 + \sqrt{1}}}$; |
| b) $\sqrt[5]{31 + \sqrt[4]{1}}$; | e) $\sqrt[5]{32 \cdot 10^{-5}}$; | h) $\sqrt{\frac{25a^4}{9}}$; |
| c) $\sqrt[5]{240 + \sqrt{9}}$; | f) $\sqrt{3\sqrt{37 - 4\sqrt{81}} \cdot 27}$; | i) $\sqrt[4]{620 + \sqrt[4]{625}}$. |

2.10 (*). Determina le seguenti radici (se esistono).

- | | | |
|----------------------|--|--|
| a) $\sqrt{24336}$; | c) $\sqrt[4]{600 + \sqrt{25} \cdot \sqrt{25}}$; | e) $\sqrt[3]{a^6 + 9a^4 + 27a^2 + 27}$; |
| b) $\sqrt[5]{243}$; | d) $\sqrt[3]{8a^3 + 12a^2 + 6a + 1}$; | f) $\sqrt[3]{1 - 6x + 12x^2 - 8x^3}$. |

2.2 - Condizioni di esistenza

2.11 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{x+1}$; | e) $\sqrt[3]{3xy}$; | h) $\sqrt[5]{\frac{1}{x^3}}$; |
| b) $\sqrt{1-x}$; | f) $\sqrt[4]{-2x^2y^2}$; | i) $\sqrt{\frac{4-x}{x-3}}$. |
| c) $\sqrt{\frac{1}{x+1}}$; | g) $\sqrt[4]{\frac{x^2+1}{x-1}}$; | |
| d) $\sqrt{3x^2y}$; | | |

2.12 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\sqrt{x^2(x+1)}$; | e) $\sqrt{1+ x }$; | i) $\sqrt[3]{\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+1}}$; |
| b) $\sqrt[3]{1+a^2}$; | f) $\sqrt{(a-1)(a-2)}$; | j) $\sqrt{\frac{1}{x^2}-1} \cdot \sqrt[4]{\frac{x-1}{3-x}}$. |
| c) $\sqrt[6]{2x-1}$; | g) $\sqrt{ x +1} \cdot \sqrt[3]{x+1}$; | |
| d) $\sqrt{1-x} + 2\sqrt{\frac{1}{x-1}}$; | h) $\sqrt{ x-1 -1}$; | |

2.13 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

- | | | |
|-----------------------------------|--|---|
| a) $\sqrt{\frac{5-x}{x+2}}$; | d) $\sqrt{\frac{a}{a^2-a-2}}$; | g) $\sqrt{\frac{2}{x} + \frac{x}{2}}$; |
| b) $\sqrt{\frac{2y}{(2y+1)^2}}$; | e) $\sqrt{\frac{1}{b^2-4}}$; | h) $\sqrt[6]{\frac{x-1}{ x }}$; |
| c) $\sqrt{\frac{x-3}{1-x}}$; | f) $\sqrt{\frac{(x-1)^2}{(x-3)(x+2)}}$; | i) $\sqrt[4]{\frac{4x^2+4+8x}{9}}$. |

2.14 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[4]{a^2b^3}; & \text{d) } \sqrt[4]{\frac{2}{2x+1}}; & \text{e) } \sqrt[6]{\frac{7-x}{x-3}}; \\ \text{b) } \sqrt[6]{-x}; & & \text{f) } \sqrt[8]{x(x-8)}. \\ \text{c) } \sqrt[4]{x^3-x^2}; & & \end{array}$$

2.15 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[6]{\frac{(b^2+1+2b)^3}{729b^6}}; & \text{d) } \sqrt[4]{\frac{m+1}{m-1}}; & \text{g) } \sqrt{\frac{a+2}{a(a-4)}}; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{x(x-1)}{x-4}}; & \text{e) } \sqrt[3]{x(x+2)^2}; & \text{h) } \sqrt{\frac{1}{b^2-4}}; \\ \text{c) } \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy}}; & \text{f) } \sqrt{\frac{1+a}{a^2}}; & \text{i) } \sqrt{\frac{a^3}{a^2+6a+9}}. \end{array}$$

2.16 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}}; & \text{d) } \sqrt[3]{\frac{x^3}{x^3+1}}; & \text{i) } \sqrt{\frac{x}{|x+1|}}; \\ \text{b) } \sqrt{\frac{x^2-4}{x-2}}; & \text{e) } \sqrt{2x+3}; & \text{j) } \sqrt{\frac{1}{-x^2-1}}; \\ \text{c) } \sqrt{\frac{x}{x^2+1}}; & \text{f) } \sqrt[3]{a^2-1}; & \text{k) } \sqrt{\frac{x^2+1}{x-1}} + \sqrt{x^2-1}. \\ & \text{g) } \sqrt{x(x+1)(x+2)}; & \\ & \text{h) } \sqrt{|x|+1}; & \end{array}$$

2.17 (*). Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{2x+1} + \sqrt[4]{x^2-1}; & \text{d) } \sqrt{\frac{x+1}{x+2}} - \sqrt[3]{x-2}; \\ \text{b) } \sqrt[3]{x^3-9} + \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[4]{x-2}}; & \text{e) } \sqrt{\sqrt{2x}-\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{x}{x-\sqrt{2}}}; \\ \text{c) } \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{x+1}} - \sqrt{\frac{(x+1)(x+2)}{x-1}}; & \text{f) } \sqrt{2-x} - \sqrt{x-2}. \end{array}$$

2.3 - Potenze a esponente razionale

2.18. [*] Calcola le seguenti potenze con esponente razionale.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 4^{\frac{3}{2}}; & \text{e) } 16^{\frac{5}{4}}; & \text{h) } \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{3}{2}}; \\ \text{b) } 8^{\frac{2}{3}}; & \text{f) } \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{4}{3}}; & \text{i) } 25^{-\frac{3}{2}}; \\ \text{c) } 9^{-\frac{1}{2}}; & & \text{j) } 27^{\frac{4}{3}}. \\ \text{d) } 16^{\frac{3}{4}}; & \text{g) } 125^{-\frac{2}{3}}; & \end{array}$$

2.19 (*). Calcola le seguenti potenze con esponente razionale.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 32^{\frac{2}{5}}; & \text{d) } \left(-\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}; & \text{g) } 4^{0.5}; \\ \text{b) } 49^{-\frac{1}{2}}; & \text{e) } \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{5}{2}}; & \text{h) } 16^{0.25}; \\ \text{c) } \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}; & \text{f) } (0,008)^{-\frac{2}{3}}; & \text{i) } 32^{0.2}; \\ & & \text{j) } 100^{0.5}. \end{array}$$

2.20 (*). Trasforma le seguenti espressioni in forma di potenza con esponente frazionario.

a) $\sqrt{2}$;
 b) $\sqrt[3]{8^2}$;
 c) $\sqrt[7]{5^3}$;
 d) $\sqrt{3^3}$;

e) $\sqrt{\left(\frac{1}{3^3}\right)}$;
 f) $\sqrt[3]{\frac{1}{3^2}}$;

g) $\sqrt[3]{\frac{1}{25}}$;
 h) $\sqrt[5]{\frac{4^2}{3^2}}$.

2.21 (*). Trasforma nella forma radicale le seguenti espressioni.

a) $\left((a^2 + 1)^{\frac{2}{3}} + 1\right)^{\frac{1}{4}}$;

b) $\left(1 + \left(1 + a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{2}{3}}$.

2.22. Scrivi in ordine crescente i seguenti numeri:

$$0,000\,000\,01, \quad (0,1)^{10}, \quad (0,1)^{0,1}, \quad 10^{-10}, \quad \sqrt{0,000\,000\,000\,1}.$$

2.4 - Semplificazione di radicali

2.23. Trasforma i seguenti radicali applicando la proprietà invariantiva.

a) $\sqrt[4]{4} = \sqrt[8]{\dots}$;
 b) $\sqrt[3]{9} = \sqrt[6]{\dots}$;

c) $\sqrt[5]{5} = \sqrt[15]{\dots}$;
 d) $\sqrt{2} = \sqrt[6]{\dots}$;

e) $\sqrt{2} = \sqrt[3]{16}$;
 f) $\sqrt[3]{3} = \sqrt[4]{81}$.

2.24. Trasforma i seguenti radicali applicando la proprietà invariantiva.

a) $\sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{25}$;
 b) $\sqrt[4]{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{\frac{27}{8}}$;

c) $\sqrt[21]{a^7} = \sqrt[6]{\dots}$, $a > 0$;
 d) $\sqrt[8]{a^{24}} = \sqrt[5]{\dots}$, $a > 0$;

e) $\sqrt[3]{27} = \frac{1}{\sqrt{\dots}}$;
 f) $\sqrt{x^4 + 2x^2 + 1} = \sqrt[7]{\dots}$.

2.25 (*). Semplifica i seguenti radicali.

a) $\sqrt[4]{25}$;
 b) $\sqrt[6]{8}$;
 c) $\sqrt[8]{16}$;

d) $\sqrt[9]{27}$;
 e) $\sqrt[4]{100}$;
 f) $\sqrt[6]{144}$;

g) $\sqrt[4]{169}$;
 h) $\sqrt[6]{121}$;
 i) $\sqrt[6]{125}$.

2.26 (*). Semplifica i seguenti radicali.

a) $\sqrt[4]{49}$;
 b) $\sqrt[6]{64}$;
 c) $\sqrt[12]{16}$;
 d) $\sqrt[6]{\frac{16}{121}}$;

e) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$;
 f) $\sqrt[10]{\frac{25}{81}}$;

g) $\sqrt[15]{\frac{64}{27}}$;
 h) $\sqrt[9]{-3^3}$;
 i) $\sqrt[6]{(-2)^4}$.

2.27 (*). Semplifica i seguenti radicali.

a) $\sqrt[12]{-4^6}$;
 b) $\sqrt[10]{-32}$;
 c) $\sqrt[6]{5^2 - 4^2}$;

d) $\sqrt[4]{12^2 + 5^2}$;
 e) $\sqrt[10]{3^2 + 4^2}$;
 f) $\sqrt[4]{10^2 - 8^2}$;

g) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 5^{15}}$;
 h) $\sqrt[4]{3^4 \cdot 4^6}$;
 i) $\sqrt[5]{5^5 \cdot 4^{10} \cdot 2^{15}}$.

2.28 (*). Semplifica i seguenti radicali.

- | | | |
|---------------------------------------|--|---------------------------------------|
| a) $\sqrt[9]{27 \cdot 8 \cdot 125}$; | e) $\sqrt[6]{\left(\frac{13}{4} + \frac{1}{8}\right)^4}$; | h) $\sqrt[10]{2^{10} \cdot 3^{20}}$; |
| b) $\sqrt[4]{625}$; | f) $\sqrt[6]{\left(1 + \frac{21}{4}\right)^3}$; | i) $\sqrt[6]{2^8 \cdot 3^6}$. |
| c) $\sqrt[6]{1\,000}$; | g) $\sqrt[16]{(-16)^4}$; | |
| d) $\sqrt[4]{2 + \frac{17}{16}}$; | | |

2.29 (*). Semplifica i seguenti radicali.

- | | | |
|---|--|--|
| a) $\sqrt[12]{3^6 \cdot 4^{12}}$; | e) $\sqrt[3]{64a^6b^9}$; | h) $\sqrt[4]{\frac{20a^6}{125b^{10}}}$; |
| b) $\sqrt[4]{2^{10} \cdot 3^{15} \cdot 12^5}$; | f) $\sqrt[3]{x^6y^9(x-y)^{12}}$; | i) $\sqrt[8]{\frac{16x^5y^8}{81x}}$. |
| c) $\sqrt[6]{3^9 \cdot 8^2}$; | g) $\sqrt[5]{\frac{32a^{10}}{b^{20}}}$; | |
| d) $\sqrt[4]{9x^2y^4}$; | | |

2.30 (*). Semplifica i seguenti radicali.

- | | | |
|------------------------------|---|--------------------------------------|
| a) $(\sqrt{a+1})^6$; | d) $\sqrt[6]{\frac{0,008x^{15}y^9}{8a^{18}}}$; | g) $\sqrt[6]{a^2 + 2a + 1}$; |
| b) $\sqrt[9]{27a^6b^{12}}$; | e) $\sqrt[10]{\frac{121a^5}{ab^2}}$; | h) $\sqrt[9]{a^3 + 3a^2 + 3a + 1}$; |
| c) $\sqrt[12]{(2x+3)^3}$; | f) $\sqrt{\frac{25a^4b^8c^7}{c(a+2b)^6}}$; | i) $\sqrt{3a^2 + \sqrt{a^4}}$. |

2.31 (*). Semplifica i seguenti radicali.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\sqrt[4]{x^4 + 2x^2 + 1}$; | e) $\sqrt[4]{\frac{16a^4b^6}{25x^2}}$; | h) $\sqrt{\frac{25a^4b^6}{a^4+4+4a^2}}$; |
| b) $\sqrt[10]{a^4 + 6a^2x + 9x^2}$; | f) $\sqrt{\frac{2x^2-2}{8x^2-8}}$; | i) $\sqrt[9]{x^6 + 3x^5 + 3x^4 + x^3}$. |
| c) $\sqrt[6]{8a^3 - 24a^2 + 24a - 8}$; | g) $\sqrt[8]{a^4 + 2a^2x^2 + x^4}$; | |
| d) $\sqrt[6]{\frac{9x^2}{y^6}}$; | | |

2.32 (*). Semplifica i seguenti radicali.

- | | |
|--|---|
| a) $\sqrt[4]{a^2 + 6a + 9}$; | f) $\sqrt[18]{\frac{a^9+3a^8+3a^7+a^6}{9a^7+9a^5+18a^6}}$; |
| b) $\sqrt[9]{8x^3 - 12x^2 + 6x + x^3}$; | g) $\sqrt[6]{\frac{(x^2+1-2x)^3b}{b^7(x^3+3x^2+3x+1)^2}}$; |
| c) $\sqrt[4]{a^4(a^2 - 2a + 1)}$; | h) $\sqrt{\frac{(x^3+x^2y)(a+2)}{2x+2y+ax+ay}}$. |
| d) $\sqrt[4]{(x^2 - 6x + 9)^2}$; | |
| e) $\sqrt[12]{(x^2 + 6x + 9)^3}$; | |

2.33 (*). Semplifica i seguenti radicali.

- | | | |
|-------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{27a^6b^9}$; | c) $\sqrt[4]{x^2 + 8xy + 16y^2}$; | e) $\sqrt[3]{x^9y^3}$; |
| b) $\sqrt[10]{32x^5y^{15}}$; | d) $\sqrt[4]{\frac{16x^4}{81y^6}}$; | f) $\sqrt[4]{x^2y^2(x^2 + y^2)}$. |

2.34 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt[15]{\frac{8x^3y^6}{125z^9}}; & \text{d)} \sqrt[27]{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2} + \frac{3}{x} - 1}; \\ \text{b)} \sqrt{\frac{x^3+x^2y-xy^2-y^3}{x+y}}; & \text{e)} \sqrt[8]{\left(\frac{a^2-2a+1}{a^2+2a+1}\right)^2}; \\ \text{c)} \sqrt[9]{\frac{x^3y^6}{(81x^2-18x+1)^3}}; & \text{f)} \sqrt[12]{\frac{81(a^2-2a+1)^2}{625x^4y^{12}}}. \end{array}$$

2.35 (*). Semplifica i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt[2n]{16^n}; & \text{d)} \sqrt[3n]{27^n \cdot 64^2 n}; & \text{g)} \sqrt[5]{25x^3y^4}; \\ \text{b)} \sqrt[4n]{\frac{2^{3n}}{3^{2n}}}; & \text{e)} \sqrt[2n^2]{16^{2n} \cdot 81^{2n}}; & \text{h)} \sqrt[12]{81a^6b^{12}}; \\ \text{c)} \sqrt[n^2]{\frac{6^{2n}}{5^{3n}}}; & \text{f)} \sqrt[n+1]{16^{2n+2}}; & \text{i)} \sqrt[5]{32x^{10}}. \end{array}$$

2.5 - Moltiplicazione e divisione di radicali

2.36 (*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt{45} \cdot \sqrt{5}; & \text{d)} \sqrt{75} \cdot \sqrt{12}; & \text{g)} \sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{45}; \\ \text{b)} \sqrt{2} \cdot \sqrt{18}; & \text{e)} \sqrt[3]{20} \cdot \sqrt{50}; & \text{h)} \sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{9}; \\ \text{c)} \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4}; & \text{f)} \sqrt{40} : (\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}); & \text{i)} \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{6} : \sqrt[5]{12}. \end{array}$$

2.37 (*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{27}; & \text{d)} \sqrt[7]{\frac{15}{2}} \cdot \sqrt[7]{\frac{28}{5}}; & \text{f)} \sqrt[5]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[5]{\frac{b}{a}}; \\ \text{b)} \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{128}; & \text{e)} \sqrt[3]{\frac{21}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{12}{7}}; & \text{g)} \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b^2}{a^2}}; \\ \text{c)} \sqrt[4]{\frac{16}{7}} \cdot \sqrt[4]{\frac{7}{12}}; & & \end{array}$$

2.38 (*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt[6]{81} \cdot \sqrt[6]{81} : \sqrt[6]{9}; & \text{e)} \sqrt[6]{81} \cdot \sqrt{3}; \\ \text{b)} \sqrt[4]{1 + \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{2 - \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{1 + \frac{5}{4}}; & \text{f)} \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}; \\ \text{c)} \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}; & \text{g)} \sqrt{\frac{10}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{3}} : \sqrt[6]{\frac{4}{9}}; \\ \text{d)} \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{8}; & \text{h)} \sqrt{2^3 \cdot 3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^3}. \end{array}$$

2.39 (*). Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \left(\sqrt[3]{\frac{42}{13}} : \sqrt[3]{\frac{91}{36}} \right) : \sqrt[3]{13}; & \text{c)} \sqrt[3]{5 + \frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3}}; & \text{e)} \sqrt{15} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{8}; \\ \text{b)} \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{24}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{2}}; & \text{d)} \sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[10]{2^4}; & \text{f)} \sqrt{1 + \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{2 + \frac{1}{4}}. \end{array}$$

2.40. [*] Esegui le seguenti operazioni (le lettere rappresentano numeri reali positivi).

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt[3]{4a} \cdot \sqrt[3]{9a} \cdot \sqrt[3]{12a}; & \text{c)} \sqrt[3]{2ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b^2}; & \text{e)} \sqrt{\frac{1}{a^4}} \cdot \sqrt{\frac{a^6b}{2}} : \sqrt{\frac{2b}{a}}; \\ \text{b)} \sqrt{3a} : \sqrt{\frac{1}{5}a}; & \text{d)} \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} : \sqrt[6]{x}; & \text{f)} \sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}a} : \sqrt[6]{3a}. \end{array}$$

2.41 (*). Esegui le seguenti operazioni.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt[3]{ax} \cdot \sqrt{xy} \cdot \sqrt[5]{ay}; & \text{c)} \sqrt{a^2 - b^2} : \sqrt{a + b}; & \text{e)} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1-x^2}{1+x^2}}; \\ \text{b)} \sqrt[3]{(x+1)^2} : \sqrt{x-1}; & \text{d)} \sqrt{a^2 - 3a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5}; & \text{f)} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} : \sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}}. \end{array}$$

2.42 (*). Esegui le seguenti operazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{\frac{a^2+2a+1}{2a}} \cdot \sqrt{\frac{1+a}{a^2}} : \sqrt{\frac{2}{a}}; & \text{d)} \sqrt{a^4b} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2}{b}}; \\ \text{b)} \sqrt{\frac{a+1}{a-3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-9}{a^2-1}}; & \text{e)} \sqrt[3]{\frac{a^2-4}{a+3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a+3}{a-2}}; \\ \text{c)} \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \cdot \sqrt{\frac{x-1}{x+3}} : \sqrt[3]{\frac{x^2-1}{x^2+x-6}}; & \text{f)} \sqrt{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}} : \sqrt{x+y}. \end{array}$$

2.43 (*). Esegui le seguenti operazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}} : \sqrt{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}; & \text{d)} \sqrt{\frac{a+2}{a-1}} : \sqrt[3]{\frac{(a-1)^2}{a^2+4a+4}}; \\ \text{b)} \frac{\sqrt{4a^2-9} \cdot \sqrt{2a-3}}{\sqrt[3]{2a+3}}; & \text{e)} \sqrt{\frac{x^2-4}{x+1}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x^3-2x^2}}; \\ \text{c)} \sqrt{\frac{9-a^2}{(a+3)^2}} \cdot \sqrt{\frac{27+9a}{3-a}}; & \text{f)} \sqrt[4]{\frac{a+b}{a^2-b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-2b}{a+2b}} \cdot \sqrt[6]{a^2-4b^2}. \end{array}$$

2.44 (*). Esegui le seguenti operazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{\frac{a^2b+ab^2}{xy}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+b)^2}{x^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^2y^3}{(a+b)^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x}{a^3b^2+a^2b^3}}; & \\ \text{b)} \frac{\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y} - \frac{1}{x}}}{\sqrt{\frac{xy}{x+y}}}; & \\ \text{c)} \sqrt{a-1} \cdot \sqrt{3x+2} \cdot \sqrt{\frac{a-1}{3x+2}}; & \\ \text{d)} \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x-y}{x+y}}; & \\ \text{e)} \sqrt{\frac{a+2}{a+5}} \cdot \sqrt{\frac{a+2}{3a}} \cdot \sqrt{\frac{3a}{a+5}}; & \\ \text{f)} \sqrt[4]{\frac{x^2+2xy+y^2}{3x+2y}} \cdot \sqrt[4]{\frac{9x^2+12xy+4y^2}{x+y}}. & \end{array}$$

2.45 (*). Esegui le seguenti operazioni.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt[6]{\frac{a^2-ab}{b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b^2}{a^2-ab}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-ab}{b}}; & \text{d)} \sqrt[8]{\frac{(x^2-y^2)^4}{x^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{xy^2}{(x+y)^2}} \cdot \sqrt{\frac{x^2y}{x-y}}; \\ \text{b)} \sqrt{\frac{x^2-xy}{xy+y^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^3+2x^2y+xy^2}{x^3-2x^2y+xy^2}}; & \text{e)} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-b}{a+b}} \cdot \sqrt[10]{\frac{a+b}{a-b}}; \\ \text{c)} (x-2) \cdot \sqrt{\frac{x+2}{x^2+5x+6}} \cdot \sqrt{\frac{x-2}{x^2+x-6}}; & \text{f)} \sqrt{1 - \frac{b}{a+2b}} \cdot \sqrt[4]{1 + \frac{b}{a+b}} \cdot \sqrt[8]{\frac{a+2b}{2a+2b}}. \end{array}$$

2.46 (*). Esegui le seguenti operazioni.

- $\sqrt[5]{\frac{4x-9}{4x}} \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{16x^2-81}} \cdot \sqrt[5]{4x(4x+9)}$;
- $\sqrt[3]{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}} \cdot \sqrt[4]{\frac{ab}{a^2+b^2-2ab}}$;
- $\sqrt[6]{\frac{x^2+xy}{xy-y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x-y}{x+y}} \cdot \sqrt{\frac{xy+y^2}{x^2-xy}}$;
- $\sqrt[6]{\frac{1}{a} + 4a - 4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a} + 4a + 4} \cdot \sqrt{\frac{a}{4a^2-1}}$;
- $\sqrt[5]{\frac{a+2b}{a-2b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-2ab}{ab+2b^2}} \cdot \sqrt[15]{\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-4ab+4b^2}}$;
- $\sqrt[5]{\frac{x^2-xy}{xy+y^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt[15]{\frac{x^5+2x^4y+x^3y^2}{x^2y^3-2xy^4+y^5}}$.

2.47 (*). Esegui le seguenti operazioni.

- $\sqrt[3]{\frac{x}{x^2+xy} + \frac{x+y}{xy-y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2-y^2}{x+3y}}$;
- $\sqrt[3]{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \sqrt{\frac{a}{a+b}}$;
- $\sqrt{x^2 - y^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{x-y}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{x+y}}$;
- $\sqrt[6]{\frac{x^6}{y^2(x^2-xy)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{(xy-y^2)^2}{x}} \cdot \sqrt[12]{x^9y^{10}}$;
- $\sqrt[3]{\frac{4xy}{x-y}} \cdot \sqrt{\frac{(x+y)^2}{4xy} - 1}$;
- $\sqrt{\frac{x-3}{x+3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^2}{3-x}} \cdot \sqrt[8]{\frac{(x+3)^3}{x^2}}$.

2.48 (*). Esegui le seguenti operazioni.

- $\sqrt[6]{\frac{a-2}{a+3}} \cdot \sqrt{\frac{a+2}{a-3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2-5a+6}{a^2+5a+6}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2-9}{a^2-4}}$;
- $\sqrt[3]{\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2+y^2}{2xy} + 1} \cdot \sqrt[3]{\frac{xy}{x^2+y^2}}$;
- $\sqrt[3]{\frac{(a^3-1)^4}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a+1}{(a^2+a+1)^3}} \cdot \sqrt[12]{\frac{(a^2-1)^5}{(a^2+a+1)^7}}$;
- $\sqrt[4]{\frac{a^2-1}{a+b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2+ab}{a^2+a}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^3+a^2}{a^2(a-1)}}$;
- $\sqrt[4]{\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)} \sqrt{\frac{ab}{(a-b)(a+b)}}$;
- $\sqrt{\frac{x^2+xy}{xy-y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2y^2-2xy^3+y^4}{x^4+2x^3y+x^2y^2}} \cdot \sqrt[6]{x^4y^2 - x^3y^3 - x^2y^4 + xy^5}$.

2.6 - Portare un fattore sotto il segno di radice

2.49 (*). Trasporta dentro la radice i fattori esterni.

- | | | | |
|----------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| a) $2\sqrt{2}$; | f) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$; | j) $2\sqrt[3]{2}$; | n) $-2\sqrt[3]{2}$; |
| b) $3\sqrt{3}$; | g) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$; | k) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}$; | o) $-\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}$; |
| c) $2\sqrt[3]{3}$; | h) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$; | l) $4\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$; | p) $-\frac{1}{5}\sqrt{5}$; |
| d) $3\sqrt{2}$; | i) $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$; | m) $-3\sqrt{3}$; | q) $-\frac{1}{3}\sqrt[3]{9}$; |
| e) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; | | | r) $(1 + \frac{1}{2})\sqrt{2}$. |

2.50 (*). Trasporta dentro la radice i fattori esterni, discutendone il segno.

- | | | |
|---------------------------|----------------------------------|---|
| a) $x\sqrt{\frac{1}{5}};$ | f) $a\sqrt{-a};$ | j) $\frac{a+1}{a+2}\sqrt{\frac{a^2+3a+2}{a^2+4a+3}};$ |
| b) $x^2\sqrt[3]{x};$ | g) $(a-1)\sqrt{a};$ | k) $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{x^2+x}{x-1}}-x;$ |
| c) $a\sqrt{2};$ | h) $(x-2)\sqrt{\frac{1}{2x-4}};$ | l) $\frac{1}{x-1}\sqrt{x^2-1}.$ |
| d) $x^2\sqrt[3]{3};$ | i) $x\sqrt{\frac{1}{x^2+x}};$ | |
| e) $2a\sqrt{5};$ | | |

2.51 (*). Trasporta dentro la radice i fattori esterni, discutendone il segno.

- | | | |
|---|--------------------------------------|--|
| a) $\frac{x}{x+1}\sqrt{\frac{x+1}{x}};$ | c) $3ab\sqrt[4]{\frac{ab^2}{3c^2}};$ | e) $\frac{1}{a+b}\sqrt{a^2-b^2};$ |
| b) $(x+1)\sqrt{\frac{x+2}{x+1}};$ | d) $x\sqrt[3]{1-\frac{1}{x^2}};$ | f) $\frac{x}{x-1}\sqrt[3]{(1-\frac{1}{x})^2}.$ |

2.52 (*). Trasporta dentro la radice i fattori esterni, discutendone il segno.

- | | | |
|---|---|--|
| a) $(a+b)\sqrt{\frac{a-b}{a+b}};$ | d) $\frac{a-1}{a}\sqrt[3]{\frac{a^3}{(a^2-1)^2}};$ | g) $\frac{a^2b}{c}\sqrt[5]{\frac{c^2}{a^6b^3}};$ |
| b) $\frac{x-y}{xy}\sqrt{\frac{xy}{x^2-y^2}};$ | e) $\frac{a+1}{b}\sqrt[5]{\frac{ab^2-b^2}{a^2+a}};$ | h) $(2-\frac{3}{5})\sqrt{4-\frac{3}{7}};$ |
| c) $\frac{3a-2}{3a+2}\sqrt{\frac{3a+2}{3a-2}};$ | f) $(a+\frac{1}{3})\sqrt[5]{\frac{27}{(3a+1)^4}};$ | i) $(2x+1)\sqrt{\frac{2x-1}{4x^2-1}}.$ |

2.7 - Portare un fattore fuori dal segno di radice

2.53 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | | |
|---------------------|-------------------|------------------|-----------------|
| a) $\sqrt{250};$ | e) $\sqrt{20};$ | i) $\sqrt{98};$ | m) $\sqrt{75};$ |
| b) $\sqrt{486};$ | f) $\sqrt{0,12};$ | j) $\sqrt{50};$ | n) $\sqrt{40};$ |
| c) $\sqrt{864};$ | g) $\sqrt{45};$ | k) $\sqrt{300};$ | o) $\sqrt{12};$ |
| d) $\sqrt{3\,456};$ | h) $\sqrt{48};$ | l) $\sqrt{27};$ | p) $\sqrt{80}.$ |

2.54 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | |
|---------------------------------------|---|---------------------|
| a) $\sqrt{\frac{18}{80}};$ | e) $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{50}{4}};$ | j) $\sqrt[3]{24};$ |
| b) $\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{4}{9}};$ | f) $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{8}{27}};$ | k) $\sqrt[3]{108};$ |
| c) $\sqrt{1-\frac{9}{25}};$ | g) $\frac{5}{7}\sqrt{\frac{98}{75}};$ | l) $\sqrt[4]{32};$ |
| d) $\sqrt{\frac{10}{3}+\frac{2}{9}};$ | h) $\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1000}{81}};$ | m) $\sqrt[4]{48};$ |
| | i) $\sqrt[3]{250};$ | n) $\sqrt[4]{250};$ |
| | | o) $\sqrt[5]{96};$ |
| | | p) $\sqrt[5]{160}.$ |

2.55 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $\sqrt{x^2y}$; | e) $\sqrt{9a^2b}$; | j) $\sqrt[3]{4a^4b^5}$; |
| b) $\sqrt{\frac{a^5}{b^2}}$; | f) $\sqrt{2a^2x}$; | k) $\sqrt[3]{27a^7b^8}$; |
| c) $\sqrt{\frac{a^2b^3c^3}{d^9}}$; | g) $\sqrt{x^3}$; | l) $\sqrt{18a^6b^5c^7}$. |
| d) $\sqrt{4ax^2}$; | h) $\sqrt{a^7}$; | |
| | i) $\sqrt[3]{16a^3x^4}$; | |

2.56 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | |
|--------------------------------|--|--|
| a) $\sqrt[15]{729a^6b^9c^3}$; | c) $\sqrt[6]{\frac{x^2(x-y)^4}{1296}}$; | e) $\sqrt[4]{\frac{a^2+b^2+2ab}{b^2-2ab+a^2}}$. |
| b) $\sqrt[5]{3x^{10}y^7z^5}$; | d) $\sqrt[3]{\frac{125a^3b^2}{(a-b)^6}}$; | |

2.57 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | |
|-------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{\frac{128}{125}x^2}$; | b) $\sqrt[3]{(a-b)^4}$; | d) $\sqrt{x^3y+2x^2y^2+xy^3}$; |
| | c) $\sqrt[5]{64a^5+32a^7}$; | e) $\sqrt[4]{16a^4+32}$. |

2.58 (*). Semplifica i radicali portando fuori i fattori possibili (attenzione al valore assoluto).

- | | | |
|---------------------------|---------------------------------|---|
| a) $\sqrt{a^2+a^3}$; | d) $\sqrt[3]{3a^5b^2c^9}$; | g) $\sqrt[6]{a^{42}b^{57}}$; |
| b) $\sqrt{4x^4-4x^2}$; | e) $\sqrt[4]{16a^4b^5c^7x^6}$; | h) $\sqrt[7]{a^{71}b^{82}}$; |
| c) $\sqrt{25x^7-25x^5}$; | f) $\sqrt[5]{64a^4b^5c^6d^7}$; | i) $\sqrt{a^3}+\sqrt{a^5}+\sqrt{a^7}$. |

2.8 - Potenza di radice e radice di radice

2.59 (*). Esegui le seguenti potenze di radici.

- | | | | |
|------------------------|-----------------------|---|-----------------------------------|
| a) $(\sqrt{3})^2$; | e) $(2\sqrt{3})^2$; | i) $(\frac{1}{2}\sqrt{2})^2$; | l) $(\frac{1}{a}\sqrt{a})^2$; |
| b) $(\sqrt[3]{2})^3$; | f) $(3\sqrt{5})^2$; | j) $(\frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{2}{3}})^2$; | m) $(2\sqrt[3]{3})^3$; |
| c) $(\sqrt{4})^2$; | g) $(5\sqrt{2})^2$; | k) $(a\sqrt{2a})^2$; | n) $(3\sqrt[3]{3})^3$; |
| d) $(\sqrt[4]{2})^6$; | h) $(-2\sqrt{5})^2$; | | o) $(\frac{1}{3}\sqrt[3]{3})^3$; |
| | | | p) $(\frac{1}{9}\sqrt[3]{9})^3$. |

2.60 (*). Esegui le seguenti potenze di radici.

- | | | | |
|----------------------|------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| a) $(\sqrt{3})^3$; | d) $(\sqrt[3]{2})^6$; | g) $(\sqrt[3]{2})^6$; | j) $(\sqrt[4]{16a^2b^3})^2$; |
| b) $(2\sqrt{5})^3$; | e) $(\sqrt[3]{3})^6$; | h) $(\sqrt[6]{3})^4$; | k) $(\sqrt[3]{6a^3b^2})^4$; |
| c) $(3\sqrt{2})^3$; | f) $(\sqrt[3]{5})^5$; | i) $(\sqrt[6]{3ab^2})^4$; | l) $(\sqrt[3]{81ab^4})^4$. |

2.61 (*). Esegui le seguenti radici di radici.

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|---|
| a) $\sqrt[3]{\sqrt{2}};$ | c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{15}};$ | e) $\sqrt{\sqrt{16}};$ | g) $\sqrt[5]{\sqrt{a^{10}}};$ |
| b) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{16}};$ | d) $\sqrt[5]{\sqrt{a^5}};$ | f) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}};$ | h) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{a^{12}}}}.$ |

2.62 (*). Esegui le seguenti radici di radici.

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) $\sqrt{\sqrt[3]{3a}};$ | e) $\sqrt{2(a-b)} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{4a-4b}}};$ |
| b) $\sqrt{\sqrt[4]{3ab}};$ | f) $\sqrt{3(a+b)} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{3a+3b}}};$ |
| c) $\sqrt[3]{\sqrt{(a+1)^5}};$ | |
| d) $\sqrt[4]{\sqrt{(2a)^5}};$ | |

2.63 (*). Esegui le seguenti radici di radici.

- | | |
|---|---|
| a) $\sqrt[5]{y^2 \sqrt[3]{y}};$ | d) $\sqrt{(a+1) \sqrt{\frac{1}{a^2-1}}};$ |
| b) $\sqrt{\frac{2x+1}{\sqrt[5]{(2x+1)^4}}};$ | e) $\sqrt{(a-b) \sqrt[3]{a^2-2ab+b^2}};$ |
| c) $\sqrt{x \sqrt[3]{x \sqrt{\frac{1}{x^7}}}};$ | f) $\sqrt{x+y+2\sqrt{xy}} \cdot \sqrt{x+y-2\sqrt{xy}}.$ |

2.9 - Somma di radicali

2.64 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|--|---|
| a) $3\sqrt{2} + \sqrt{2};$ | e) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2};$ |
| b) $\sqrt{3} - 3\sqrt{3};$ | f) $2\sqrt{7} - 7\sqrt{7} + 4\sqrt{7};$ |
| c) $8\sqrt{6} - 3\sqrt{6};$ | g) $11\sqrt{5} + 6\sqrt{2} - (8\sqrt{5} + 3\sqrt{2});$ |
| d) $\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 7\sqrt{5};$ | h) $5\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - [2\sqrt{3} - (4\sqrt{7} - 3\sqrt{3})].$ |

2.65 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|--|---|
| a) $\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{3}{4}\sqrt{2};$ | f) $-3\sqrt{7} + 4\sqrt{2} + \sqrt{3} - 5\sqrt{7} + 8\sqrt{3};$ |
| b) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4};$ | g) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{6} - 7\sqrt{3} - 8\sqrt{5} - 9\sqrt{6};$ |
| c) $3\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{5}{6}\sqrt{2};$ | h) $\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2};$ |
| d) $5\sqrt{10} - (6 + 4\sqrt{19}) + 2 - \sqrt{10};$ | i) $5\sqrt{6} + 3\sqrt[4]{6} - 2\sqrt[4]{6} + 3\sqrt[3]{6} - 2\sqrt{6};$ |
| e) $\sqrt{5} + \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2};$ | j) $\sqrt{75} + 3\sqrt{18} - 2\sqrt{12} - 2\sqrt{50}.$ |

2.66 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|---|--|
| a) $3\sqrt{128} - 2\sqrt{72} - (2\sqrt{50} + \sqrt{8});$ | d) $2\sqrt[3]{54} - \sqrt[4]{243} + 3\sqrt[4]{48} - \sqrt[3]{250};$ |
| b) $3\sqrt{48} + 2\sqrt{32} + \sqrt{98} - (4\sqrt{27} + \sqrt{450});$ | e) $\sqrt{\frac{32}{25}} - \sqrt{\frac{108}{25}} + \sqrt{\frac{27}{49}} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{8}{9}};$ |
| c) $\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32} + 5\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250};$ | f) $2\sqrt{\frac{27}{8}} + 5\sqrt{\frac{3}{50}} + 7\sqrt{\frac{27}{98}} - 5\sqrt{\frac{147}{50}}.$ |

2.67 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|---|--|
| a) $\frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{4}{5}\sqrt{b} - \sqrt{a} + 0,4\sqrt{b}$; | d) $2\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x}$; |
| b) $\sqrt[3]{a-b} + \sqrt[3]{a^4 - a^3b} - \sqrt[3]{ab^3 - b^4}$; | e) $\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b} - \sqrt{a-b} + 2\sqrt{a+b}$; |
| c) $3\sqrt{x} - 5\sqrt{x}$; | f) $\frac{1}{3}\sqrt{x} - \frac{4}{5}\sqrt{x} + 0,4\sqrt{a} - \frac{1}{2}\sqrt{a}$; |
| | g) $2a\sqrt{2a} - 7a\sqrt{2a} + 3a\sqrt{2a} - \frac{1}{2}\sqrt{a}$; |

2.68 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $6\sqrt{ab} - 3\sqrt{a} - 7\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 9\sqrt{b} + \sqrt{a}$;
 b) $3\sqrt{xy} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{y} + 2\sqrt{xy} - 3(\sqrt{x} + \sqrt{y})$;
 c) $3y^2\sqrt{x^2z} + \frac{2}{z}\sqrt{x^5z^3} - z^4\sqrt{\frac{x}{y^2}z}$;
 d) $\sqrt{25+25a^2} - \sqrt{64+64a^2} + \sqrt{9+9a^2}$;
 e) $\sqrt{x^4 - x^3y} - \sqrt[3]{xy^3 - y^4} + \sqrt[3]{x-y}$.

2.69 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $\sqrt{\frac{3}{4}xy} - \sqrt{3xy} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{9xy}{48}}$;
 b) $\sqrt{\frac{a^2}{a+b}} + \sqrt{\frac{4b^2}{9a+9b}} + \sqrt{\frac{a^2-4ab+4b^2}{4a+4b}}$;
 c) $\sqrt[3]{x^7} - \sqrt[3]{64y^3x^4} + \sqrt[3]{64y^6x}$;
 d) $\sqrt[3]{2x^3} - \frac{1}{5}\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54x^3} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{54} + \frac{1}{4}\sqrt[3]{16}$;
 e) $\frac{1}{10}\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{12}{5}} - \sqrt{\frac{147}{125}} + \sqrt{\frac{27}{500}}$;
 f) $\sqrt[9]{x^3y^6} + \sqrt[9]{x^3y^{22}} - 2\sqrt[9]{x^3y^{13}}$.

2.70 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | | |
|---|-----------------------|---|
| a) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+2)$; | e) $(\sqrt{3}+1)^2$; | i) $(6+2\sqrt{3})^2$; |
| b) $(3\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}-3)$; | f) $(\sqrt{3}-2)^2$; | j) $(\sqrt{6}-\frac{1}{2}\sqrt{3})^2$; |
| c) $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$; | g) $(2+\sqrt{5})^2$; | k) $(\sqrt{2}-1)^2$; |
| d) $(\sqrt{2}-3\sqrt{3})(3\sqrt{3}-\sqrt{2})$; | h) $(4-\sqrt{3})^2$; | l) $(2\sqrt{2}-1)^2$. |

2.71 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | | |
|------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|
| a) $(\sqrt{3}+1)^2$; | e) $(2\sqrt{7}-\sqrt{5})^2$; | i) $(\sqrt{2}-1-\sqrt{5})^2$; |
| b) $(\sqrt{3}-3)^2$; | f) $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2$; | j) $(\sqrt{3}-2\sqrt{2}+1)^2$; |
| c) $(\sqrt{5}-2)^2$; | g) $(\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$; | k) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$; |
| d) $(2\sqrt{5}+3)^2$; | h) $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$; | l) $(\sqrt[3]{2}-1)^3$. |

2.72 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|---|--|
| a) $(\sqrt[3]{3}+1)^3$; | g) $(\sqrt{3}+\sqrt{3})\sqrt{3}$; |
| b) $(\sqrt[3]{2}-2)^3$; | h) $3\sqrt{3}+\sqrt{3}:\sqrt{3}-(1+\sqrt{3})^2$; |
| c) $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})^3$; | i) $6\sqrt{5}+2\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}-3\sqrt{5}+\sqrt{25}$; |
| d) $(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{4})$; | j) $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{2a}+\sqrt[3]{4})$; |
| e) $\left[(\sqrt[4]{2}+1)(\sqrt[4]{2}-1)\right]^2$; | k) $(1+\sqrt{2})^2$; |
| f) $(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9})$; | l) $(2-\sqrt{2})^2$. |

2.73 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|---|
| a) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$; | e) $(4\sqrt{3} - 3\sqrt{7})^2$; | i) $(x + \sqrt[3]{x})^3$; |
| b) $(2\sqrt{2} - 1)^2$; | f) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2$; | j) $(2x + \sqrt{x})(2x - \sqrt{x})$; |
| c) $(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$; | g) $(\sqrt{x} - 1)^2$; | k) $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$; |
| d) $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2$; | h) $(2x + \sqrt{x})^2$; | l) $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{a}\right)\left(\sqrt{a} - \frac{1}{a}\right)$. |

2.74 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$;
 b) $(\sqrt{2} - 1)^2 - (2\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$;
 c) $(\sqrt{3} + 1)^2 + \sqrt{3}(\sqrt{3} - 3) - 2(\sqrt{3} + 3)(\sqrt{3} - 3)$;
 d) $(\sqrt{3} - 3)^2 + (\sqrt{3} - 3)^3 + 2\sqrt{27} - \sqrt{3}(2\sqrt{3} - 2)$;
 e) $(\sqrt{5} - 2)^2 - (2\sqrt{5} + 3)^2 + [(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + 1](\sqrt{5} + \sqrt{2})$;
 f) $(2\sqrt{7} - \sqrt{5})^2 + 2(\sqrt{7} + \sqrt{5} + 1)^2 - \sqrt{35}$;
 g) $(\sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} - 1)^2$;
 h) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$.

2.75. Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|---|---|
| a) $(\sqrt{x} - 1)^2 + (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)$; | e) $\sqrt{48x^2y} + 5x\sqrt{27y}$; |
| b) $(\sqrt{2} - 1)^3 + (\sqrt{2} - 1)^2\sqrt{2} - 1$; | f) $\sqrt{5}\sqrt{15} - 4\sqrt{3}$; |
| c) $2\sqrt{54} - \sqrt[4]{243} + 3\sqrt[4]{48} - \sqrt[3]{250}$; | g) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})$; |
| d) $(\sqrt{10} - \sqrt{7})(2\sqrt{10} + 3\sqrt{7})$; | h) $\sqrt{27ax^4} + 5x^2\sqrt{75a}$. |

2.76 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- a) $\sqrt{125} + 3\sqrt[6]{27} - \sqrt{45} - 2\sqrt[4]{9} + \sqrt{20} + 7\sqrt[8]{81}$;
 b) $\sqrt[3]{a}\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a}\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a}\sqrt{a} \cdot \sqrt[9]{a^8}$;
 c) $\sqrt[5]{b}\sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b^2}\sqrt{b}\sqrt{b^2} : \sqrt[5]{b^4}\sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b}$;
 d) $\sqrt[3]{\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y^2}} + \sqrt[3]{xy^3 - y^4} - \sqrt[3]{8x - 8y}$;
 e) $(\sqrt{2} + 3) \cdot (1 - \sqrt{3})^2$;
 f) $(\sqrt[3]{2} + 3) \cdot (1 - \sqrt[3]{3})^2$;
 g) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-1}}$;
 h) $\sqrt[5]{b}\sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b}\sqrt{b}\sqrt{b^2} : (\sqrt[5]{b}\sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b})$.

2.77 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- | | |
|--|---|
| a) $3\sqrt[6]{\frac{4x^2}{y^2}} - 2\sqrt[9]{\frac{8x^3}{y^3}} + 2\sqrt[3]{\frac{2x}{y}}$; | g) $\sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}}\sqrt[4]{\frac{x-y}{x+y}} : \sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}}$; |
| b) $(3\sqrt{2} - 2)^2 - \sqrt{2}(6 + 2\sqrt{6}) + (1 + 2\sqrt{3})^2$; | h) $(x + \sqrt{y})^3 - (x - \sqrt{y})^3$; |
| c) $a\sqrt[3]{\frac{b^2c^2}{a^2}}\sqrt{\frac{b}{ac}}$; | i) $\sqrt[9]{\frac{32x^5}{27y^3}}\sqrt[4]{\frac{27y^3}{4x^2}}$; |
| d) $\sqrt[20]{a^9b^2}\sqrt[12]{a^3b^4}\sqrt[15]{a^5b}$; | j) $\sqrt{\frac{1}{2ab+1}}\sqrt{9a^2b^2x^418a^3b^3x^4}$. |
| e) $(\sqrt{1+x} + \sqrt{x-2})(\sqrt{1+x} - \sqrt{x-2})$; | |
| f) $(5 + 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)$; | |

2.78 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{\frac{4a^2-b^2}{a^2-b^2}} \sqrt{\frac{a-b}{2a+b}}; & \text{e)} \sqrt[3]{\frac{a}{a+3}} \sqrt{\frac{a}{a+3}} \sqrt{\frac{a}{a+3}} : \sqrt{\frac{a}{a+3}}; \\ \text{b)} \sqrt{\frac{9a}{b}} \sqrt{\frac{b^2-2b}{3ab-6a}}; & \text{f)} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \sqrt{\frac{1}{x-1}} \cdot \sqrt[4]{x+1}. \\ \text{c)} \sqrt{\frac{9a^2-6ab+b^2}{a^2-b^2}} \sqrt{\frac{a+b}{3a-b}}; & \\ \text{d)} \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} \sqrt{\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}}; & \end{array}$$

2.79 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \sqrt{\frac{a^2-2a+1}{a(a+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(a+1)^3}{(a-1)^2}}; \\ \text{b)} \left(\sqrt{\frac{1}{b^4}} + \frac{1}{b^3} + \sqrt{\frac{ab^5+ab^4}{a}} - 2\sqrt{b+1} \right) \cdot \frac{b^2}{(b+1)^2}; \\ \text{c)} \left(\sqrt[3]{y^x} \sqrt[4]{y} + \sqrt[6]{y^2} \sqrt[2]{y} \right) \cdot \sqrt[3]{y} \sqrt[4]{\frac{1}{y}}; \\ \text{d)} \sqrt[4]{\frac{b^2-1}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3b-3}{6b^2}} : \sqrt[6]{\frac{(b-1)^4}{4b^5}}; \\ \text{e)} \sqrt[3]{\frac{a^2+2a+1}{ab-b}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^2-2a+1}{ab+b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b^2(a-1)^2}{2a^2+4a+2}}; \\ \text{f)} \sqrt[3]{\frac{x^2+2xy+y^2}{x+3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5x}{x^2+6x+9}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x+y}{5x}}. \end{array}$$

2.80 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \sqrt[3]{\frac{x^2-x}{x+1}} \cdot \sqrt[15]{\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}} : \sqrt[5]{\frac{x-1}{x+1}}; \\ \text{b)} \sqrt{\frac{25x^3+25x^2}{y^3-y^2}} + \sqrt{\frac{x^3+x^2}{y^3-y^2}} - x\sqrt{\frac{4x+4}{y^3-y^2}}; \\ \text{c)} \left(\sqrt{\frac{1}{y^4}} + \frac{1}{y^3} + \sqrt{\frac{xy^5+xy^4}{x}} - 2\sqrt{y+1} \right) : \frac{(y+1)^2}{y^2}; \\ \text{d)} \sqrt[4]{\frac{a^2-a}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[12]{\frac{a^2-2a+1}{(a-1)^7}} : \sqrt[3]{\frac{2a^2-2a+1}{a^3-a^2} - \frac{1}{a-1}}; \\ \text{e)} \sqrt{\frac{a^2b+ab^2}{xy}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+b)^2}{x^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^2y^3}{(a+b)^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x}{a^3b^2+a^2b^3}}; \\ \text{f)} \sqrt[6]{\frac{1}{x} + 4x - 4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x} + 4x + 4} \cdot \sqrt{\frac{x}{4x^2-1}}. \end{array}$$

2.81 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \sqrt{\frac{a^2-2a+1}{a(a+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2}}; \\ \text{b)} \left(\sqrt[3]{\frac{a}{3}} - 2 + \frac{3}{a} \cdot \sqrt[6]{\frac{9a^2(a+3)^3}{(a-3)^2}} \right) : \sqrt{\frac{a^2-9}{3a}}; \\ \text{c)} \sqrt[4]{\frac{a^3-a^2}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[12]{\frac{a^2-2a+1}{(a-1)^7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a^2-2a+1}{a^3-a^2} - \frac{1}{a-1}}; \\ \text{d)} \sqrt{1 - \frac{1}{y} + \frac{1}{4y^2}} : \left(\sqrt[6]{\frac{1}{8y^3+12y^2+6y+1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4y^2}} \right); \\ \text{e)} \sqrt[3]{1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{4a^2}} : \left(\sqrt{1 - \frac{1}{4a^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{8a^3+12a^2+6a+1}} \right); \\ \text{f)} \sqrt{\frac{1}{5a} + \frac{1}{25a^2}} + \sqrt{\frac{25a^2-1}{20a^3-4a^2}} - \sqrt{\frac{5a+1}{100a^2}}. \end{array}$$

2.82 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- $\sqrt[3]{\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y^2}} + \sqrt[3]{xy^3 - y^4} - \sqrt[3]{8x - 8y};$
- $\sqrt{\frac{x^2+xy+y^2}{4x^2}} + \sqrt{\frac{4x^3-4y^3}{x-y}} + \sqrt{4x^4+4x^3y+4x^2y^2};$
- $\sqrt{\frac{a^3+2a^2+a}{a^2+6a+9}} + \sqrt{\frac{a^3+4a^2+4a}{a^2+6a+9}} - \sqrt{\frac{a^3}{a^2+6a+9}};$
- $\sqrt{4x-12y} + \sqrt{\frac{x^3-3x^2y}{y^2}} + \sqrt{\frac{xy^2-3y^3}{x^2}};$
- $\left(\sqrt[6]{\frac{1}{x^2-2x+1}} + \sqrt[6]{\frac{64a^6}{x^2-2x+1}} + \sqrt[6]{\frac{a^{12}}{x^2-2x+1}} \right) \cdot \sqrt[3]{x-1};$
- $\left(\sqrt[3x]{y^x} \sqrt[4x]{y} + \sqrt[6]{y^2} \sqrt[2x]{y} \right) \cdot \sqrt[4x^2]{\frac{1}{y}}.$

2.83 (*). Esegui le seguenti operazioni con i radicali.

- $\sqrt{\frac{x^3-xy^2+x^2y-y^3}{x+y}} \cdot \sqrt{\frac{x-y}{(x-y)^2}};$
- $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{3a^2+5b^2}} \cdot \sqrt{\frac{2a+b}{a-b}} + \frac{a-3b}{a+b};$
- $\frac{\sqrt{2+2\sqrt{a}}}{2\sqrt{a}-\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{a}-\sqrt{2}}{2\sqrt{a}+\sqrt{2}} - \frac{8\sqrt{2a}}{4a-2};$
- $\sqrt[3]{\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2-2xy}} \cdot \sqrt{\frac{x-y}{x+y}};$
- $\left(\sqrt[3]{\frac{x+1}{\sqrt{3x+2}+\sqrt{2x+1}}} + \sqrt{2x+1} \right)^2 : \sqrt{\frac{1}{3x+2}} \sqrt[3]{9x^2+x+4};$
- $\frac{\sqrt{x-3}\sqrt[4]{x+2}}{\sqrt{x-4}\sqrt[4]{x+4}} \cdot \frac{\sqrt{x-\sqrt[4]{x-2}}}{\sqrt{x-1}}.$

2.84 (*). Esegui trasformando i radicali in potenze con esponente frazionario.

- $\sqrt{a^3\sqrt{a^3a^2}} \cdot \sqrt[3]{a^3\sqrt{\frac{1}{a}}} : \sqrt{\frac{1}{a}};$
- $\sqrt[5]{a\sqrt{a^3}} \cdot \sqrt{a^7\sqrt{\frac{1}{a^2}}} : \sqrt[7]{a^4\sqrt{a}};$
- $\sqrt[3]{a\sqrt{a}} \cdot \sqrt[3]{a^3\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a^3\sqrt{a}} \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}};$
- $\sqrt[5]{b^3\sqrt{b^2}} \cdot \sqrt{b^2\sqrt{b}\sqrt{b^2}} : \sqrt[5]{b^4\sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt{b}.$

2.10 - Razionalizzazione del denominatore di una frazione

2.85 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

- $\frac{1}{\sqrt{3}};$
- $\frac{2}{\sqrt{2}};$
- $\frac{5}{\sqrt{10}};$
- $\frac{10}{\sqrt{5}};$
- $-\frac{2}{\sqrt{3}};$
- $\frac{4}{2\sqrt{2}};$
- $\frac{3}{\sqrt{27}};$
- $\frac{4}{\sqrt{8}};$
- $-\frac{10}{3\sqrt{5}};$
- $\frac{2}{3\sqrt{6}};$
- $-\frac{3}{4\sqrt{5}};$
- $\frac{1}{\sqrt{50}}.$

2.86 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

- $\frac{9}{\sqrt{18}};$
- $\frac{7}{\sqrt{48}};$
- $\frac{3}{\sqrt{45}};$
- $\frac{5}{\sqrt{125}};$
- $\frac{6}{5\sqrt{120}};$
- $\frac{1}{3\sqrt{20}};$
- $\frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{50}};$
- $3\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{324}};$
- $\frac{2}{5\sqrt{2}};$
- $\frac{a}{\sqrt{a}};$
- $\frac{x}{\sqrt{x}};$
- $\frac{ax}{\sqrt{2a}}.$

2.87 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{2a}{\sqrt{2}};$	d) $\frac{x^2}{a\sqrt{x}};$	g) $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}};$	j) $\frac{\sqrt{3+2}}{2\sqrt{3}};$
b) $\frac{2}{2\sqrt{a}};$	e) $\frac{3x}{\sqrt{12x}};$	h) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{3}};$	k) $\frac{\sqrt{3-1}}{3\sqrt{3}};$
c) $\frac{x}{3\sqrt{2x}};$	f) $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}};$	i) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{6}};$	l) $\frac{\sqrt{6+2\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}.$

2.88 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{\sqrt{5}-5\sqrt{2}}{\sqrt{10}};$	d) $\frac{9-\sqrt{2}}{\sqrt{2}};$	g) $\frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x^2-y^2}};$	j) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}};$
b) $\frac{\sqrt{16}+\sqrt{40}}{\sqrt{8}};$	e) $\frac{3a-\sqrt{3}}{2\sqrt{5}};$	h) $\frac{x}{\sqrt{2x+1}};$	k) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}};$
c) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{20}}{2\sqrt{5}};$	f) $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a+b}};$	i) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}};$	l) $\frac{4}{\sqrt[3]{6}}.$

2.89 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}};$	d) $\frac{4}{\sqrt[3]{6}};$	g) $\frac{2}{\sqrt[5]{9}};$	j) $\frac{16}{\sqrt[3]{36}};$
b) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}};$	e) $\frac{2}{3\sqrt[3]{2}};$	h) $\frac{3}{2\sqrt[6]{27}};$	k) $\frac{9}{\sqrt[4]{2025}};$
c) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}};$	f) $\frac{6}{5\sqrt[3]{100}};$	i) $\frac{10}{\sqrt[5]{125}};$	l) $\frac{1}{\sqrt[5]{144}}.$

2.90 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{ab}{\sqrt[3]{a^2b}};$	d) $\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt[4]{27a^2b^2c^5}};$	g) $\frac{\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[3]{xy}};$	j) $\frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}};$
b) $\frac{ab^2}{\sqrt[3]{ab^2}};$	e) $\frac{5x}{\sqrt[3]{x\sqrt{5}}};$	h) $\frac{3-a\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9a}};$	k) $\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}};$
c) $\frac{3a^2b}{\sqrt[4]{9ab^3}};$	f) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[5]{16a^2b^3c^4}};$	i) $\frac{1-\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{4a^2x}};$	l) $\frac{2}{\sqrt{3+\sqrt{5}}}.$

2.91 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5+\sqrt{7}}};$	d) $\frac{\sqrt{3+1}}{\sqrt{3-1}};$	g) $\frac{x}{\sqrt{x+1}};$	j) $\frac{a+b}{\sqrt{a+\sqrt{ab}}};$
b) $\frac{3}{\sqrt{2+1}};$	e) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}};$	h) $\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{y}}};$	k) $\frac{x}{\sqrt{y-\sqrt{x+y}}};$
c) $\frac{2}{\sqrt{2-1}};$	f) $\frac{3}{2+3\sqrt{3}};$	i) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-\sqrt{y}}};$	l) $\frac{\sqrt{2-1}}{\sqrt{3-\sqrt{3}}}.$

2.92. Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}};$	d) $\frac{a-x}{\sqrt{a-2\sqrt{x}}};$	g) $\frac{-3}{\sqrt{2-\sqrt{3}+1}};$	j) $\frac{3}{\sqrt[3]{2+\sqrt[3]{9}}};$
b) $\frac{7}{\sqrt{7+2\sqrt{6}}};$	e) $\frac{x+1}{\sqrt{x(x+1)}};$	h) $\frac{2}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+2};$	k) $\frac{6}{\sqrt[3]{3-\sqrt[3]{5}}};$
c) $\frac{a-2}{\sqrt{a-2}};$	f) $\frac{4}{\sqrt{5+\sqrt{3}-\sqrt{2}}};$	i) $\frac{(a+b)^2}{\sqrt{a+\sqrt{b}-\sqrt{ab}}};$	l) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{4+\sqrt[3]{9}}}.$

2.93 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

a) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt[3]{2-3\sqrt[3]{3}}};$	c) $\frac{3}{\sqrt[3]{4-\sqrt[3]{2}}};$	e) $\frac{2}{\sqrt[3]{2-1}};$
b) $\frac{\sqrt{2+1}}{\sqrt[3]{2-1}};$	d) $\frac{a-4b^2}{\sqrt{a-2b}};$	f) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}};$

$$\begin{array}{lll} \text{g)} \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}; & \text{i)} \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}}; & \text{k)} \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{3}}; \\ \text{h)} \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{3\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}; & \text{j)} \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}; & \text{l)} \frac{a+2\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}. \end{array}$$

2.94 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{6}}; & \text{c)} \frac{7}{3\sqrt{2}+2}; & \text{e)} \frac{30}{3+\sqrt[3]{3}}; \\ \text{b)} \frac{3}{2\sqrt[3]{3}}; & \text{d)} \frac{a}{\sqrt{a}+a}; & \text{f)} \frac{2\sqrt{6}+1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-2}. \end{array}$$

2.95 (*). Razionalizza i seguenti radicali.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+3)^2}}; & \text{c)} \frac{4\sqrt{4+x^2}}{\sqrt{4+x^2}-\sqrt{x^2-4}}; & \text{e)} \frac{2}{\sqrt{2+x}-\sqrt{x}}; \\ \text{b)} \frac{x+y}{\sqrt[6]{x^2}+\sqrt[6]{y^2}}; & \text{d)} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}-\sqrt{x}-x}; & \text{f)} \frac{6+\sqrt{x^2-9}}{6-\sqrt{x^2-9}}. \end{array}$$

2.11 - Radicali doppi

2.96 (*). Riduci a radicali semplici i seguenti radicali doppi (ove possibile).

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sqrt{12-\sqrt{23}}; & \text{d)} \sqrt{3+\sqrt{5}}; & \text{g)} \sqrt{4-\sqrt{7}}; & \text{j)} \sqrt{6-3\sqrt{3}}; \\ \text{b)} \sqrt{12+2\sqrt{5}}; & \text{e)} \sqrt{3-\sqrt{8}}; & \text{h)} \sqrt{5+\sqrt{21}}; & \text{k)} \sqrt{6+2\sqrt{5}}; \\ \text{c)} \sqrt{15+\sqrt{29}}; & \text{f)} \sqrt{4+2\sqrt{3}}; & \text{i)} \sqrt{6+4\sqrt{2}}; & \text{l)} \sqrt{6-\sqrt{11}}. \end{array}$$

2.97 (*). Riduci a radicali semplici i seguenti radicali doppi (ove possibile).

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sqrt{7+3\sqrt{5}}; & \text{c)} \sqrt{7-\sqrt{33}}; & \text{e)} \sqrt{7-\sqrt{13}}; & \text{g)} \sqrt{8-\sqrt{55}}; \\ \text{b)} \sqrt{7+2\sqrt{10}}; & \text{d)} \sqrt{7+2\sqrt{6}}; & \text{f)} \sqrt{8+2\sqrt{15}}; & \text{h)} \sqrt{8+4\sqrt{3}}. \end{array}$$

2.98. Riduci a radicali semplici i seguenti radicali doppi (ove possibile).

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \sqrt{8-\sqrt{39}}; & \text{d)} \sqrt{5+2\sqrt{6}}; & \text{f)} \sqrt{\frac{5}{2}-\sqrt{6}}; & \text{h)} \sqrt{10+\sqrt{19}}. \\ \text{b)} \sqrt{8-4\sqrt{7}}; & \text{e)} \sqrt{\frac{15}{2}-\sqrt{\frac{86}{9}}}; & \text{g)} \sqrt{\frac{8}{5}-\sqrt{\frac{7}{4}}}; & \\ \text{c)} \sqrt{8+\sqrt{15}}; & & & \end{array}$$

2.99 (*). Riduci a radicali semplici i seguenti radicali doppi (ove possibile).

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}; & \text{d)} \sqrt{a+2-2\sqrt{a+1}}; \\ \text{b)} \sqrt{a+1-2\sqrt{a}}; & \text{e)} \sqrt{2a+1+\sqrt{1+4a}}; \\ \text{c)} \sqrt{a+b+1+\sqrt{4(a+b)}}; & \text{f)} \sqrt{a+\sqrt{ab-\frac{b^2}{4}}}. \end{array}$$

2.12 - Equazioni, disequazioni, sistemi**2.100 (*)**. Semplifica le seguenti espressioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \frac{\sqrt{x+2y+\frac{y^2}{x}}}{\sqrt{\frac{1}{x}+x+2}}; & \text{d) } \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}; \\
 \text{b) } \left(x\sqrt{\frac{y}{x}} + y\sqrt{\frac{x}{y}}\right) \left(x\sqrt{\frac{y}{x}} - y\sqrt{\frac{x}{y}}\right) \sqrt{xy}; & \text{e) } \frac{\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}} + \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2-1}}; \\
 \text{c) } \frac{\sqrt[4]{x+y+2\sqrt{xy}} \cdot \sqrt[4]{x+y-2\sqrt{xy}}}{\sqrt{x-y}}; & \text{f) } \sqrt{2b} \left(\sqrt{\frac{2}{b}} - \sqrt{\frac{b}{2}}\right) + \sqrt{2b} \left(\sqrt{\frac{b}{2}} - \sqrt{\frac{2}{b}}\right).
 \end{array}$$

2.101 (*). Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \sqrt{2}x = 2; & \text{e) } x - \sqrt{3} = 2(x - \sqrt{3}); \\
 \text{b) } \sqrt{2}x = \sqrt{12}; & \text{f) } 2\sqrt{3}x - \sqrt{2} = \sqrt{2}; \\
 \text{c) } 2x = \sqrt{6}; & \text{g) } 2x + \sqrt{5} = \sqrt{5}x + 2; \\
 \text{d) } \sqrt{2}x = \sqrt{6} + \sqrt{14}; & \text{h) } (1 + \sqrt{2})x = \sqrt{2}(1 - \sqrt{2}).
 \end{array}$$

2.102 (*). Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \frac{1-x}{\sqrt{2}} - \frac{x}{\sqrt{8}} = x - \sqrt{2}; & \text{d) } \frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} = 2; \\
 \text{b) } 2x - (x + \sqrt{3})\sqrt{2} = 2x + 3\sqrt{5}; & \text{e) } (x + \sqrt{2})^2 - (x + \sqrt{3})^2 = 6. \\
 \text{c) } \frac{x+1}{\sqrt{2}} + \frac{x+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{x-1}{2}; &
 \end{array}$$

2.103 (*). Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \frac{x-\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}-3x}{4} = 2x; & \text{d) } \frac{3x-2}{\sqrt{8x}-\sqrt{32}} + \frac{5x}{4\sqrt{3x}-8\sqrt{3}} = 0; \\
 \text{b) } 2(x-1)^2 - \sqrt{2}x = 1 + 2x(x-2); & \text{e) } \frac{x\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{x\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{3x+3}{\sqrt{3}}; \\
 \text{c) } \frac{\sqrt{3}}{3x-6} - \frac{1}{20-10x} = \sqrt{3} + 2; & \text{f) } \frac{\sqrt{3}+x}{x-\sqrt{3}} + \frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} = 2.
 \end{array}$$

2.104 (*). Risolvi le seguenti disequazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } 4x + \sqrt{2} < 2x - \sqrt{2}; & \text{d) } 3(x - \sqrt{3}) < 2(x + \sqrt{3}) - \sqrt{6}; \\
 \text{b) } (\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{3} + \sqrt{2}x) < 3\sqrt{2}; & \text{e) } \frac{x-\sqrt{2}}{2} \leq \frac{2x-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}; \\
 \text{c) } x\sqrt{2} + \sqrt{5} > \sqrt{10}; & \text{f) } (\sqrt{2} - \sqrt{3})x < 0
 \end{array}$$

2.105 (*). Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \begin{cases} \sqrt{2}x \geq 2 \\ (3 - \sqrt{2})x < \sqrt{2} \end{cases}; & \text{b) } \begin{cases} 2(x - \sqrt{2}) > 3x - \sqrt{3} \\ (x - \sqrt{2})^2 > (x - \sqrt{3})^2 - \sqrt{3} \end{cases}.
 \end{array}$$

2.106 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases}; & \text{b) } \begin{cases} x - \sqrt{3} = 2 - y \\ x + 2 = y + \sqrt{3} \end{cases};
 \end{array}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y = \sqrt{2} - 1 \\ 2x - 2y = 2\sqrt{2} \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} \frac{2(x+\sqrt{3})}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{y}{\sqrt{2}} \\ \frac{2x-y}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} .$$

2.107 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$a) \begin{cases} x + \sqrt{3}y = 2 \\ \sqrt{3}x - 4y = 1 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} 4x - 2\sqrt{5}y = \sqrt{2} \\ \sqrt{2}x + y = -2 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} \sqrt{2}x - y = 1 \\ 2x + \sqrt{2}y = 0 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} 2x + 3\sqrt{2}y = 2 \\ \sqrt{3}x - y = -\sqrt{8} \end{cases} .$$

2.108 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$a) \begin{cases} x + y = 3\sqrt{5} \\ \sqrt{8}x + 2\sqrt{2}y = -5\sqrt{11} \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} \sqrt{2}x + 2y = 4 \\ 2x + \sqrt{32}y = -1 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} x - 3\sqrt{3}y = \sqrt{27} \\ -\sqrt{3}x + \sqrt{243}y = 0 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x - y\sqrt{3} = 2 \\ x\sqrt{3} - y = 1 \end{cases} .$$

2.109 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$a) \begin{cases} x - 2y\sqrt{2} = \sqrt{2} \\ x\sqrt{2} + y = \sqrt{2} \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} 2x + 3y\sqrt{2} = 0 \\ x + y = \sqrt{8} \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} x\sqrt{2} + y = 1 \\ x + y\sqrt{2} = 0 \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} x\sqrt{3} + 4y\sqrt{2} = 4 \\ x\sqrt{12} + 8y\sqrt{2} = -4 \end{cases} .$$

2.110 (*). Risolvi i seguenti sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali.

$$a) \begin{cases} x - 3y\sqrt{3} = 0 \\ -x\sqrt{3} + 9y = 0 \end{cases} ;$$

$$c) \begin{cases} x\sqrt{2} - 2y = -1 \\ x\sqrt{8} - y = 0 \end{cases} ;$$

$$b) \begin{cases} x + y = 3\sqrt{5} \\ 2x - y = \sqrt{5} \end{cases} ;$$

$$d) \begin{cases} \sqrt{3}x + 4\sqrt{2}y = 4 \\ \sqrt{12}x + 8\sqrt{2}y = 8 \end{cases} .$$

Esercizi di riepilogo

2.111. Vero o Falso? È dato un quadrato di lato $3\sqrt{2}$.

- a) Il suo perimetro è in numero irrazionale
b) La sua area è un numero irrazionale

V	F
V	F

2.112. Vero o Falso? È dato un rettangolo di base $\sqrt{12}$ e altezza 14.

- a) il suo perimetro è un numero irrazionale
b) la sua area è un numero razionale
c) il perimetro non esiste perché non si sommano razionali con irrazionali
d) la misura del perimetro è un numero sia razionale che irrazionale

V	F
V	F
V	F
V	F

2.113. Vero o Falso? Un triangolo rettangolo ha i cateti lunghi rispettivamente $\sqrt{3}\text{cm}$ e $\sqrt{13}\text{cm}$.

- a) l'ipotenusa ha come misura un numero razionale
- b) il perimetro è un numero irrazionale
- c) l'area è un numero irrazionale

V	F
V	F
V	F

2.114. Vero o Falso? È dato un quadrato di lato $1 + \sqrt{5}$.

- a) la misura della diagonale è un numero irrazionale
- b) l'area è un numero irrazionale

V	F
V	F

2.115. Vero o Falso? È dato un rettangolo di base $\sqrt{12}$ e altezza $\sqrt{3}$.

- a) il perimetro è un numero irrazionale
- b) l'area è un numero irrazionale
- c) la misura della diagonale è un numero irrazionale
- d) il quadrato della misura del perimetro è un numero irrazionale

V	F
V	F
V	F
V	F

2.116. Un triangolo rettangolo ha un cateto lungo 7cm. Determina, se esiste, una possibile misura dell'altro cateto in modo che questa sia un numero irrazionale e che l'ipotenusa sia, invece, un numero razionale.

2.117. Perché l'uguaglianza $\sqrt{(-5)^2} = -5$ è falsa?

2.118. Determina il valore di verità delle seguenti affermazioni.

- a) la radice terza del triplo di a è uguale ad a ;
- b) dati due numeri reali positivi, il quoziente delle loro radici quadrate è uguale alla radice quadrata del quoziente;
- c) il doppio della radice quadrata di a è uguale alla radice quadrata del quadruplo di a ;
- d) dati due numeri reali positivi, la somma delle loro radici cubiche è uguale alla radice cubica della loro somma;
- e) la radice cubica di 2 è la metà della radice cubica di 8;
- f) dati un numero reale positivo, la radice quadrata della sua radice cubica è uguale alla radice cubica della sua radice quadrata;
- g) sommando due radicali letterali simili si ottiene un radicale che ha la stessa parte letterale dei radicali dati.

2.119. Riscrivi in ordine crescente i radicali $\sqrt{5}$, $4\sqrt{2}$, $2\sqrt{3}$.

2.120. Verifica che il numero irrazionale $\sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$ appartiene all'intervallo $(1, 2)$ e rappresentalo sull'asse dei numeri reali.

2.121. Dati i numeri $\alpha = \sqrt[3]{(\sqrt{30} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{30} + \sqrt{3})} + \sqrt[4]{(7\sqrt{2} - \sqrt{17}) \cdot (7\sqrt{2} + \sqrt{17})}$ e $\beta = (3 + \sqrt{5}) \cdot (3 - \sqrt{5}) - \frac{3}{2 + \sqrt{5}}$, quali affermazioni sono vere?

- a) sono entrambi irrazionali;
- b) solo α è irrazionale;
- c) α è minore di β ;
- d) α è maggiore di β ;
- e) β è irrazionale negativo.

2.122. Un rettangolo ABCD ha $AB = (\sqrt{12} + \sqrt{8})\text{cm}$ e $BC = (\sqrt{12} + \sqrt{2})\text{cm}$, calcolare area e perimetro.

2.123. Le misure rispetto al cm dei lati di un rettangolo sono i numeri reali $l_1 = \sqrt[3]{1 - \frac{1}{8}} \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{2}{7}} \cdot \sqrt[3]{25}$ e $l_2 = \sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot (\sqrt[8]{6})^3 : \sqrt[4]{\sqrt{6}}$. Determinare la misura del perimetro e della diagonale del rettangolo.

2.124. Se x è positivo e diverso da 1, l'espressione $E = \sqrt[4]{\frac{4}{\sqrt{x}-1} - \frac{4}{\sqrt{x}+1}} : \sqrt[4]{\frac{4}{\sqrt{x}-1} + \frac{4}{\sqrt{x}+1}}$ è uguale a:

- a) $\sqrt[4]{\frac{1}{x}}$; b) $\sqrt[8]{\frac{1}{x}}$; c) $\frac{1}{x}$; d) $\sqrt[8]{x}$; e) 0.

2.125. Stabilire se la seguente affermazione è vera o falsa. Per tutte le coppie $(a; b)$ di numeri reali positivi con $a = 3b$, l'espressione $E = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a+b}{a-b}$ ha il numeratore doppio del denominatore.

2.126. Calcola il valore delle seguenti espressioni letterali per i valori indicati delle lettere.

- a) $x + 2\sqrt{3}$ per $x = \sqrt{3}$ c) $x^2 + x - 1$ per $x = \sqrt{2}$ e) $(x + 2\sqrt{2})^2$ per $x = \sqrt{2}$
 b) $\sqrt{2}x + 3\sqrt{6}$ per $x = \sqrt{3}$ d) $x^2 + \sqrt{5}x - 1$ per $x = \sqrt{5}$

2.127. Trasforma in un radicale di indice 9 il seguente radicale $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}}{\sqrt{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2}}} : \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + 1$.

2.128. Per quale valore di k il sistema lineare è determinato? $\begin{cases} x\sqrt{3} + (k - \sqrt{3})y = 1 \\ -2x + y\sqrt{6} = -k \end{cases}$.

2.129. Data l'espressione $E = \frac{2a-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{(a+2)\cdot\sqrt{2}}{2} + \frac{4}{\sqrt{2}} - 1$, stabilire se esistono valori di a che la rendono positiva.

2.130. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$

- a) determina il suo dominio;
 b) riscrivi la funzione razionalizzando il denominatore;
 c) calcola $f(2)$;
 d) per quali valori di x si ha $f(x) > 0$?;
 e) risolvi l'equazione $f(x) = 0$.

2.131. Data l'espressione $f(x) = \sqrt{a^2 + 2a + 1} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$ riscrivila in forma semplificata per casi, al variare di a .

2.13.2 Risposte

2.2. d) 0,022, f) 4.

2.8. b) 3, d) $\frac{2}{3}$, h) 2.

2.6. b) 4, h) $-\frac{4}{5}$, i) $\frac{10}{3}$.

2.9. c) 3, e) 0,2, f) 9, i) 5.

2.7. e) 3, h) non esiste.

2.10. d) $2a + 1$, e) $a^2 + 3$, f) $1 - 2x$.

2.11. a) $\forall x \in \mathbb{R}$, b) $x \leq 1$, c) $x > -1$, d) $y \geq 0$, e) $\forall x, y \in \mathbb{R}$, f) $\emptyset$, g) $x > 1$, h) $\forall x \in \mathbb{R}$, i) $3 < x \leq 4$.

2.12. a) $x \geq -1$, b) $\forall x \in \mathbb{R}$, c) $x \geq \frac{1}{2}$, d) $\emptyset$, e) $\forall x \in \mathbb{R}$, h) $x \leq 0 \vee x \geq 2$.

2.13. a) $-2 < x \leq 5$, d) $-1 < a \leq 0 \vee a > 2$, e) $b < -2 \vee b > 2$, f) $x < -2 \vee x > 3$.

2.14. a) $b \geq 0$, b) $x \leq 0$, c) $x = 0 \vee x \geq 1$, d) $x > -\frac{1}{2}$, e) $3 < x \leq 7$, f) $x \leq 0 \vee x \geq 8$.

2.15. a) $b \neq 0$, b) $0 \leq x \leq 1 \vee x > 4$, c) $x \neq 0, y \neq 0$, d) $m < -1 \vee m > 1$, g) $-2 < a < 0 \vee a > 4$.

2.16. a) $\forall x \in \mathbb{R}$, b) $x > 2$, c) $x > 0$, d) $\forall x \in \mathbb{R}$, g) $-2 < x < -1 \vee x > 0$, i) $x > 0$, f) $\emptyset$, k) $x > 1$.

2.17. a) $x \geq 1$, b) $x > 2$, c) $x > 2$, d) $x < -2 \vee x \geq -1$, e) $x > \sqrt{2}$, f) $x = 2$.

2.18. a) 8, c) $\frac{1}{3}$, f) $\frac{27}{8}$, i) $\frac{1}{125}$.

2.19. a) 4, f) 25, h) 2, i) 2, j) 10.

2.20. c) $5^{\frac{3}{7}}$, e) $3^{-\frac{3}{2}}$, g) $25^{-\frac{1}{3}}$.

2.21. a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{(a^2+1)^2+1}}$, b) $\sqrt[3]{\left(1+\sqrt[5]{1+\sqrt[3]{a^2}}\right)^2}$.

2.25. c) $\sqrt{2}$, e) $\sqrt{10}$, i) $\sqrt{5}$.

2.29. a) $4 \cdot \sqrt{3}$, e) $4a^2b^3$, i) $|y| \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |x|}{3}}$.

2.26. b) 2, d) $\sqrt[3]{\frac{4}{11}}$, h) $\sqrt[3]{-3}$.

2.30. a) $\sqrt{(2x+3)}$, e) $\sqrt[5]{\frac{11a^2}{b}}$, i) $2 \cdot |a|$.

2.27. a) $\emptyset$, e) $\sqrt[5]{5}$, g) 12.500.

2.31. b) $\sqrt[5]{|a^2+3x|}$, f) $\frac{1}{2}$, h) $\frac{5a^2|b|^3}{a^2+2}$.

2.28. b) 5, d) , e) $\frac{9}{4}$, g) 2.

2.32. c) $|a| \sqrt{|a-1|}$, d) $|x-3|$, h) $\frac{|x-1|}{|b||x+1|}$.

2.33. a) $3a^2b^3$, b) $\sqrt{2xy^3}$, c) $\sqrt{x+4y}$, d) $\frac{4x^2}{3y^2}$, e) x^3y .

2.34. a) $\sqrt[5]{\frac{2xy^2}{5z^3}}$, b) $|x^2 - y^2|$, c) $\sqrt[3]{\frac{xy^2}{(9x-1)^2}}$, d) $\sqrt[9]{\frac{1-x}{x}}$ se $x \neq 0$, e) $\sqrt{\frac{|a-1|}{a+1}}$, f) $\sqrt[3]{\frac{3(a-1)}{5xy^3}}$.

2.35. b) $\sqrt[4]{\frac{8}{9}}$, e) $\sqrt[n]{6^4}$, i) $2x^2$.

2.36. a) 15, d) 30, i) 1.

2.37. a) $3\sqrt[4]{3}$, b) $4\sqrt[4]{8}$, c) $\sqrt[4]{\frac{4}{3}}$, d) $\sqrt[7]{42}$, e) $\sqrt[3]{9}$, f) 1, g) $\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$.

2.38. c) $\sqrt[6]{3^7}$, e) $\sqrt[6]{3^7}$, h) $\sqrt[6]{\frac{3^2 \cdot 5^3}{4^2}}$.

2.39. a) $\frac{6}{13}$, b) $\frac{5}{4}$, c) $\frac{4}{\sqrt[3]{3^2}}$, d) 2, e) 60.

2.40. b) $\sqrt{15}$, c) $2ab$, e) $\sqrt[6]{\frac{2^3 a^2}{3^4}}$.

2.41. b) $\sqrt[6]{\frac{(x+1)^4}{(x-1)^3}}$, c) $\sqrt{a-b}$, e) $\sqrt[6]{\frac{(1-x)^4}{(1+x)(1+x^2)^2}}$.

2.42. b) $\sqrt[6]{\frac{(a+1)(a+3)^2}{(a-3)(a-1)^2}}$, c) $\sqrt[6]{\frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+3)}}$, f) $\sqrt{\frac{x-y}{xy}}$.

2.43. a) $\sqrt{\frac{a+b}{ab}}$, d) $\sqrt[6]{\frac{(a+2)^7}{(a-1)^7}}$, e) $\sqrt[6]{\frac{x+2}{x^2(x+1)}}$.

2.44. a) $\sqrt[4]{\frac{a+b}{x}}$, c) $a-1$, d) $\sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}}$, e) $\frac{a+2}{a+5}$, f) $\sqrt[4]{(x+y)(3x+2y)}$.

2.45. a) $\sqrt[4]{a(a-b)}$, b) $\sqrt{\frac{x}{y}}$, c) $\frac{x-2}{x+3}$, d) xy , e) $\sqrt[15]{\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^4}$, f) $\sqrt[8]{\frac{a+b}{2(a+2b)}}$.

2.46. a) 1, b) $\frac{1}{\sqrt[12]{ab(a-b)^2}}$, c) $\sqrt[3]{\frac{y(x+y)}{x(x-y)}}$, d) $\sqrt[6]{\frac{2a+1}{2a-1}}$, e) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$, f) $\sqrt[10]{\frac{x^4(x+y)}{y^4(x-y)}}$.

2.47. a) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$, b) $\sqrt[6]{a^3(a+b)}$, c) $\sqrt[12]{x^4(x+y)^3(x-y)^2}$, d) xy , e) $\sqrt[6]{\frac{(x-y)^4}{4xy}}$.

2.48. a) 1, b) $\sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}}$, c) $(a-1)\sqrt[4]{(a-1)^3}$, d) $\sqrt[12]{(a^2-1)(a+b)}$, e) $\sqrt[4]{\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}$.

2.49. a) $\sqrt{2^3}$, g) $\sqrt{\frac{3}{4}}$, o) $-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$.

2.50. a) $\sqrt{\frac{x}{5}}$ se $x \geq 0$; $-\sqrt{-\frac{x}{5}}$ se $x < 0$, b) $\sqrt[3]{x^7}$, f) $-\sqrt{-a^3}$ se $a \leq 0$,
g) $\sqrt{(a-1)^2 a}$ se $a > 1$; $-\sqrt{(1-a)^2 a}$ se $a < 1$, h) $\sqrt{\frac{1}{2}(x-2)}$ se $x > 2$.

2.51. a) $\sqrt{\frac{x}{x+1}}$, b) $\sqrt{(x+1)(x+2)}$, c) $\sqrt[4]{\frac{27a^5b^6}{c^2}}$, d) $\sqrt[3]{x(x^2-1)}$, e) $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$, f) $\sqrt[3]{\frac{x}{x-1}}$.

2.52. a) $\sqrt{a^2-b^2}$, b) $\sqrt{\frac{x-y}{xy(x+y)}}$, c) $\sqrt{\frac{3a-2}{3a+2}}$, d) $\sqrt[3]{\frac{a-1}{(a+1)^2}}$, e) $\sqrt{\frac{a^2-1}{a}}$, f) $\sqrt[5]{\frac{3a+1}{9}}$,
g) $\sqrt[5]{\frac{a^4b^2}{c^3}}$, h) $\sqrt{8}$.

2.53. a) $5\sqrt{10}$, b) $9\sqrt{6}$, c) $12\sqrt{6}$, d) $24\sqrt{6}$, k) $10\sqrt{3}$.

2.54. b) $\frac{1}{6}\sqrt{97}$, g) $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

2.55. e) $3|a|\sqrt{b}$, C.E. $b \geq 0$.

2.56. a) $\sqrt[5]{9a^2b^3c}$, b) $x^2yz\sqrt[5]{3y^2}$, c) $\sqrt[3]{\frac{x(x-y)^2}{36}}$, d) $\frac{5a\sqrt[3]{b^2}}{(a-b)^2}$, e) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$.

2.57. a) $xy\sqrt[4]{24xy^2}$, b) $(a-b)\sqrt[3]{a-b}$, c) $2a\sqrt[5]{2+a^2}$, d) $(x+y)\sqrt{xy}$, e) $2\sqrt[4]{a^4+2}$.

2.58. b) $|2x|\sqrt{x^2-1}$, C.E. $x \leq 1 \vee x \geq 1$, i) $(a+a^2+a^3)\sqrt{a}$.

2.59. d) $\sqrt{2^3}$, l) $2a^3$, p) $\frac{1}{9}$.

2.60. j) $\sqrt{2^4a^2|b^3|}$.

2.61. h) $\sqrt[3]{a^2}$.

2.62. f) $\sqrt[3]{3(a+b)}$, C.E. $a > b$.

2.63. a) $\sqrt[15]{y^7}$, b) $\sqrt[10]{2x+1}$, c) $\sqrt[12]{x}$, d) $\sqrt[4]{\frac{a+1}{a-1}}$, e) $\sqrt[6]{(a-b)^5}$, f) $x-y$.

2.64. c) $5\sqrt{6}$, f) $-\sqrt{7}$, g) $3(\sqrt{5}+3\sqrt{2})$, h) $7\sqrt{7}$.

2.65. c) $\sqrt{5}-\frac{1}{6}\sqrt{2}$, j) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

2.66. a) 0, b) 0, c) $\sqrt[4]{2}+12\sqrt[3]{2}$, d) $\sqrt[3]{2}+3\sqrt[4]{3}$, e) $\frac{2}{15}\sqrt{2}-\frac{4}{7}\sqrt{3}$, f) 0.

2.67. a) $-\frac{1}{2}\sqrt{a}-\frac{2}{5}\sqrt{b}$, b) $(1+a-b)\sqrt[3]{a-b}$.

2.68. a) $9\sqrt{b}-\sqrt{ab}$, c) $(3xy^2+2x^2-\frac{z^4}{y})\sqrt{xz}$, d) 0, e) $(x-y+1)\sqrt[3]{x-y}$.

2.69. a) $-\frac{3}{8}\sqrt{3xy}$, b) $\frac{9a-2b}{6\sqrt{a+b}}$, c) $(x-2y)^2\sqrt[3]{x}$, d) $\frac{3-4x}{2}\sqrt[3]{2}$, e) $\sqrt{\frac{3}{5}}$, f) $(1-y)^2\sqrt[9]{x^3y^4}$.

- 2.70. e) $4 + 2\sqrt{3}$, f) $7 - 4\sqrt{3}$, g) $9 + 4\sqrt{5}$, h) $19 - 8\sqrt{3}$, i) $48 + 24\sqrt{3}$, j) $\frac{27}{4} - \sqrt{18}$.
- 2.71. i) $8 - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5}$, l) $1 - 3\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{2}$.
- 2.72. a) $4 + 3\sqrt[3]{9} + 3\sqrt[3]{3}$, g) 6, i) $3\sqrt{5} + 25$.
- 2.73. f) $-19 - 12\sqrt{6}$, k) $a + 2 + \frac{1}{a}$.
- 2.74. a) $x - y$, c) $19 - \sqrt{3}$, g) 6.
- 2.75. b) $8\sqrt{2} - 12$.
- 2.76. c) $\sqrt[5]{b^7}$, h) $\sqrt{b}$.
- 2.77. a) $3\sqrt[3]{\frac{2x}{y}}$, b) $35 - 18\sqrt{2}$, c) $b\sqrt[6]{\frac{bc}{a}}$, d) $a\sqrt[20]{ab^{15}}$, e) 3, f) $10\sqrt{3} - 6\sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 1$,
g) $\sqrt[12]{\frac{x-y}{x+y}}$, h) $2(3x^2 + y)\sqrt{y}$, i) $\sqrt[4]{\frac{4x^2}{3y}}$, j) $3abx^2$.
- 2.78. e) $\sqrt[12]{\frac{a}{a+3}}$, f) $\sqrt[8]{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5}$.
- 2.79. a) $\sqrt[3]{\frac{a-1}{(a+1)^3}}$, b) $(b-1)^2\sqrt{b+1}$, c) $2\sqrt[3]{y^2}$, d) $\sqrt[12]{\frac{(b+1)^3}{b(b-1)}}$, e) $\sqrt[4]{\frac{(a-1)^2}{2}}$, f) $\frac{x+y}{x+3}$.
- 2.80. a) $\sqrt[3]{x}$, c) $(y-1)^2\sqrt{y+1}$, d) $\sqrt[12]{\frac{a^{11}}{(a^2-1)^6}}$, e) $\sqrt[24]{\frac{a^{10}b^{10}(a+b)^{11}}{x^{11}}}$, f) $\sqrt[6]{\frac{2x+1}{2x-1}}$.
- 2.81. a) $\sqrt[3]{\frac{|a-1|}{(a+1)^4}}$, b) $\sqrt[6]{\frac{27a^3}{a-3}}$, c) $\sqrt[6]{\frac{a-1}{a(a+1)^3}}$, d) $\sqrt{2y-1}$, e) $\sqrt[6]{4a^2(2a-1)}$, f) $\frac{3}{5a}\sqrt{5a+1}$.
- 2.82. a) $\frac{(1-y)^2}{y}\sqrt[3]{x-y}$, b) $\frac{(1+2x)^2}{2x}\sqrt{x^2+xy+y^2}$, c) $\sqrt{a}$, d) $\frac{(x+y)^2}{xy}\sqrt{x-3y}$, e) $(1+a)^2$.
- 2.83. a) $\sqrt{x+y}$, b) 1, c) 0, d) $\sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}}$, e) $\sqrt{3x+2}$, f) 1.
- 2.84. a) $\sqrt{a^3}$, b) $\sqrt[14]{a^3}$, c) $\sqrt[9]{a^{19}}$, d) $\sqrt[5]{b^7}$.
- 2.85. d) $2\sqrt{5}$, h) $\sqrt{2}$, j) $\frac{\sqrt{6}}{9}$.
- 2.86. a) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$, d) $2\sqrt{5}$, g) $\frac{\sqrt{3}}{3}$, j) $\frac{1}{9}\sqrt{6}$.
- 2.87. c) $\frac{\sqrt{2x}}{6}$, f) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$, i) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{6}$, l) $\sqrt{2}+2$.

- 2.88. c) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$, l) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{36}$. 2.90. b) $\sqrt[3]{a^2b}$.
- 2.89. a) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}$, d) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{36}$. 2.91. d) $3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$.
- 2.94. a) $6\sqrt{3}$, b) $\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$, c) $\frac{3\sqrt{2}-2}{2}$, d) $\frac{\sqrt{a}-a}{1-a}$, e) $\sqrt[3]{9} - 3\sqrt[3]{3} + 9$, f) $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2$.
- 2.95. a) $\frac{\sqrt[3]{x+3}}{x+3}$, b) $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{xy}$, c) 1, d) $-\sqrt{x^2 - \sqrt{x}} - x$, e) $\sqrt{2+x} + \sqrt{x}$,
f) $\frac{27+x^2+12\sqrt{x^2-9}}{45-x^2}$.
- 2.96. d) $\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$. 2.97. d) $\sqrt{6} + 1$.
- 2.99. a) $\sqrt{x+2} + 1$, b) $\sqrt{a} - 1$, c) $\sqrt{x+y} + 1$, d) $\sqrt{a+1} - 1$, e) $\frac{\sqrt{8a+2}+\sqrt{2}}{2}$,
f) $\frac{\sqrt{4a-b}+\sqrt{b}}{2}$.
- 2.100. a) $\frac{x+y}{x+1}$, b) 0, c) 1, d) $\frac{8\sqrt{x}}{x-4}$, e) x, f) 0.
- 2.101. a) $\sqrt{2}$, e) $\sqrt{3}$, f) $\frac{\sqrt{6}}{3}$, g) 1, h) $4 - 3\sqrt{2}$.
- 2.102. a) $18 - 12\sqrt{2}$, b) $-\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{10}}{2}$, c) $-(1 + \sqrt{2})$, e) $-\frac{7}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$, f) $\frac{-7(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2}$.
- 2.103. a) $-\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3}$, b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, c) $\frac{36+17\sqrt{3}}{30}$, d) $\frac{36-10\sqrt{6}}{29}$.
- 2.104. a) $x < -\sqrt{2}$, b) $x > \frac{\sqrt{2}-6}{2}$, c) $x > \frac{\sqrt{10}(\sqrt{2}-1)}{2}$, d) $x < 5\sqrt{3} - \sqrt{6}$, e) $x \geq \frac{4\sqrt{3}-4+\sqrt{6}-\sqrt{2}}{7}$.
- 2.105. a) $\emptyset$, b) $\frac{\sqrt{3}-3+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} < x < \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$.
- 2.106. a) $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$, b) $(\sqrt{3}; 2)$, c) $(\sqrt{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3})$, d) $(\sqrt{2} + \sqrt{3}; 2\sqrt{2})$.
- 2.107. a) $(\frac{\sqrt{3}+8}{7}; \frac{2\sqrt{3}-1}{7})$, b) $(\frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{1}{2})$, c) $(\frac{5\sqrt{5}-11\sqrt{2}}{6}; \frac{10-5\sqrt{10}}{6})$, e) $(\frac{2-3\sqrt{6}}{5}; \frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{5})$.
- 2.108. a) $\emptyset$, b) $(\frac{9+9\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2})$, c) $(\frac{1}{2} + 4\sqrt{2}; -2 - \frac{\sqrt{2}}{4})$, d) $(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1; \frac{1}{2} - \sqrt{3})$.
- 2.109. a) $(\frac{\sqrt{2}+4}{5}; \frac{\sqrt{2}-2}{5})$, b) $(\sqrt{2}; -1)$, c) $(-\frac{4\sqrt{2}+12}{7}; \frac{18\sqrt{2}+12}{7})$, d) $\emptyset$.
- 2.110. a) $\mathbb{R}$, b) $(\frac{4\sqrt{5}}{3}; \frac{5\sqrt{5}}{3})$, c) $(\frac{\sqrt{2}}{6}; \frac{2}{3})$, d) $\mathbb{R}$.
- 2.128. a) -1, b) $2 \cdot (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$.
- 2.131. $-2 \leq a \leq -1$; $-2a \leq -1 < a \leq 1$; $2 \leq a > 1$.