

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos]** Resuelve 
$$\begin{cases} x^2 - 16 \geq 0 \\ \frac{1}{x} > -x \end{cases}$$

**b) [1 punto]** Los resultados de un test de inteligencia siguen una distribución normal  $N(100,15)$ . Determinar el porcentaje de la población que obtendrá un coeficiente entre 95 y 110.

---

**Ejercicio 2.- a) [1 punto]** Obtener la recta tangente a  $f(x) = \ln(1-2x)$  en el punto  $x=0$ .

**b) [1,5 puntos]** Obtener la derivada de  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  mediante la definición formal de derivada.

---

**Ejercicio 3.- a) [1 punto]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^x + x^2 + 2}{3e^x}$

**b) [1,5 puntos]** Obtener  $a$  para que la función  $f(x)$  sea derivable en  $x=1$ .

$$f(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

---

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Sea  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ . Calcula el dominio, los cortes con los ejes de coordenadas, las asíntotas, los extremos relativos y los intervalos de crecimiento.

---

**Opción B**

**Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos]** Resuelve  $\sqrt{e^x} + \sqrt{e^x - 4} = 1$

**b) [1 punto]** Obtener el punto simétrico del punto  $A(-3,0)$  respecto de la recta  $r: \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=2-3\lambda \end{cases}$ .

**Ejercicio 2.- a) [1 punto]** Sea  $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ . Obtener  $a$  y  $b$  para que exista un punto de inflexión en  $(1,3)$ .

**b) [1 punto]** El peso de una población de elefantes africanos macho sigue una distribución normal de media 6 toneladas y desviación típica 1500 kg. Calcule qué porcentaje de la población pesa entre 5 y 8 toneladas.

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Obtener  $a$  para que se cumpla  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos(ax)} = 8$

**b) [1 punto]** Obtener los extremos relativos de  $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$  (valor de la abscisa y de la ordenada).

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Un depósito abierto de latón (sin tapa superior) con base cuadrada y capacidad para 4000 litros, ¿qué dimensiones debe tener para que su superficie sea mínima (menor coste de fabricación)?

