

VEKTORI

Grgur Strejček

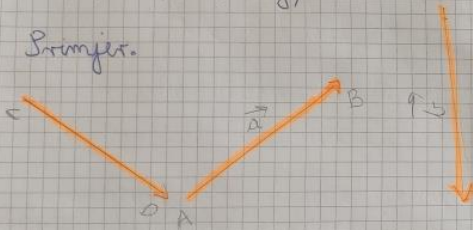
VEKTORI

ŠTO JE VEKTOR?

vector (lat.) → nositelj

- vektor je usmjerena odrednica u kojoj naznačujemo početnu točku (kvatistu) i završnu točku (kraj)

Primjer.



- vektor označava veličinu koja ima veličnost, smjer i orijentaciju

Duljina vektora → udaljenost između njegove početne i završne točke, duljinu dužine vektora označavamo s $|\vec{a}|$, odnosno $|AB|$

Smjer vektora

Tri vektora koji leže na paralelnim pravcima imaju isti smjer. Možemo da su kolinearni

Smjer vektora određen je pravcem na kojem vektor leži.

Orijentacija vektora

- osim duljinom i smjerom vektor je određen i orijentacijom

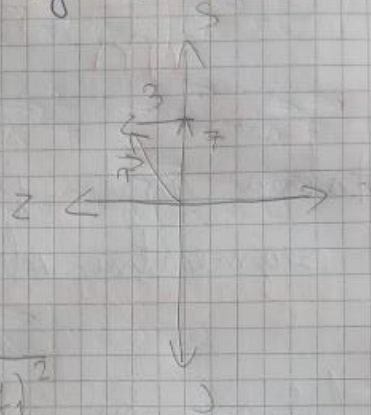
- vektore istog smjera dijelimo na jednake i suprotne orijentacije

- orijentaciju vektora pokazuje strelica na kraju vektora

1. Brod vozi prema sjeveru u ~~3~~ 7 km/h. Rijeka se kreće brzinom 3 km/h prema zapadu. Kolika je rezultantna brzina i smjer broda koju vidi osoba s obale?

$$(0, 7)$$

$$(-3, 0)$$



$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-3 - 0)^2 + (7 - 0)^2} \\ &= \sqrt{58} = 7.6 \end{aligned}$$

$$\tan f = \frac{3}{7}$$

$$f = \tan^{-1} \frac{3}{7}$$

$$f \approx 23.2^\circ$$

Rezultantna brzina broda je 7.6 km/h, pod kutom od 23.2° sjeverozapadno.

2. Izračunaj $2\vec{g} - 3\vec{f} + \vec{h}$ gdje je
 $\vec{f} = (-4, 2)$, $\vec{g} = (6, 1)$ i $\vec{h} = (2, -3)$

$$2\vec{g} - 3\vec{f} + \vec{h}$$

$$\vec{g} = (6, 1)$$

$$\vec{f} = (-4, 2)$$

$$\vec{h} = (2, -3)$$

$$2(6, 1) - 3(-4, 2) + (2, -3)$$

$$(12, 2) - (-12, -6) + (2, -3)$$

$$(-12 - (-12) + 2, 2 - (-6) + (-3))$$

$$(2, 5)$$

3. Vypočítej umnožek $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$
 ako je $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ te kut vzmenek
 \vec{a} i \vec{b} 120°

$$\begin{aligned}
 |\vec{a}| &= 2 & &= (3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) \\
 |\vec{b}| &= 3 & &= 3\vec{a} \cdot \vec{a} + 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b} \cdot \vec{b} \\
 \varphi &= 120^\circ & &= 3 \cdot 4 + 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 2 \cdot 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{a} \cdot \vec{a} &= \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos 0^\circ \\
 &= |\vec{a}|^2
 \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ$$

$$= -3$$

$$3 \cdot 4 - 3 - 18$$

$$\boxed{-9}$$

du pravae p i q? Ako je a lijnii ili prava, p je sa sup, tada uglovi $\varphi = 180^\circ - \alpha$ (altitni) i $\varphi = \alpha$ (opoziti).
 $(a) \cdot (b) = |a||b| \cos \varphi$
 istom formulu

$\vec{a} - 2\vec{b} \perp (\vec{a} + \vec{b})$
 i usmeren

4. Dami su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. Odredi vektor \vec{c} tako da je $\vec{a} \cdot \vec{c} = 7$ i $\vec{b} \cdot \vec{c} = 7$.

$(\vec{a} + \vec{b})$
 $\vec{a} - 2\vec{b}$

$$\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{c} = ? \Rightarrow \vec{c} = x_c \vec{i} + y_c \vec{j}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 7$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 7$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 7$$

$$2x_c - y_c = 7 \Rightarrow y_c = 7 - 2x_c$$

$$3x_c + 2y_c = 7 \quad y_c = -7 + 2x_c$$

$$3x_c + 2(-7 + 2x_c) = 7$$

$$3x_c - 14 + 4x_c = 7$$

$$7x_c = 7 + 14$$

$$7x_c = 21 \quad | :7$$

$$\boxed{x_c = 3}$$

$$2x_c - y_c = 7$$

$$2 \cdot 3 - y_c = 7$$

$$6 - y_c = 7$$

$$-y_c = 1$$

$$\boxed{y_c = -1}$$

5. Odredi jedinični vektor koji ima isti smjer, ali suprotnu orijentaciju kao \vec{AB} , ako zadana početna $A(-4, 9)$ i krajnja $B(-2, 5)$ točka.

$$A(-4, 9)$$

$$B(-2, 5)$$

$$\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

$$\vec{AB} = (-2 - (-4))\vec{i} + (5 - 9)\vec{j}$$

$$= 2\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\vec{x} = \frac{2\vec{i} - 4\vec{j}}{2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{-2\vec{i} + 4\vec{j}}{2\sqrt{5}} = \frac{2(-\vec{i} + 2\vec{j})}{2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{-\vec{i} + 2\vec{j}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5}\vec{i} + 2\sqrt{5}\vec{j}}{5}$$

$$= \frac{-\sqrt{5}\vec{i}}{5} + \frac{2\sqrt{5}\vec{j}}{5}$$

6. Zadan je vektor \vec{AB} s početnom i konačnom točkom $A(2, -1)$ $B(-1, 3)$. Odredi vektor \vec{v} koji je kolinearan s vektorom \vec{AB} duljina $|\vec{v}|$ je 20.

$$\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

$$\vec{AB} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$\vec{v}_1 = 4 \cdot \vec{AB} = -12\vec{i} + 16\vec{j}$$

$$\vec{v}_2 = -4 \cdot \vec{AB} = 12\vec{i} - 16\vec{j}$$