

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener a , b y c para que la función $f(x) = \frac{ax^2+b}{x+c}$ tenga una asíntota vertical en $x = 1$, una asíntota oblicua de pendiente 2 y un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Encontrar el punto o los puntos de la gráfica de $f(x) = \frac{1}{2-x}$ cuya recta tangente tenga pendiente igual a -4 .

b) [1 punto] Calcula la curvatura (concavidad y convexidad) de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$.

Ejercicio 3.- Sea $f(x) = (x - a)e^x$.

a) [1,5 puntos] Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x = 0$.

b) [1 punto] Para $a = 1$ calcula los puntos de inflexión de la función.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Obtener el dominio, los puntos de corte con los ejes de coordenadas, las asíntotas y los extremos relativos de la función $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 16x}{x - 4} & \text{si } x < 4 \\ x - a & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$. Obtener el valor de a para que la función sea continua en el punto frontera $x_0 = 4$.

b) [1 punto] Obtener los puntos de inflexión de $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

Ejercicio 2. [2,5 puntos] Sea $f(x) = x^3 - 2x + 5$. Determina la ecuación de las rectas tangente y normal a la función en el punto $x = 1$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener a , b y c para que la función $f(x) = x^3 + a x^2 + b x + c$ tenga en $x = 1$ un punto crítico que no es extremo relativo y que la gráfica pase por el punto $(1, 1)$.

Ejercicio 4.- La velocidad media del viento en la zona de Sierra Nevada, prevista para cierto día, viene dada por la función $v(t)$ expresada en km/h, donde t es el tiempo expresado en horas:

$$v(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 60 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ -t^2 + 32t - 140 & \text{si } 10 < t \leq 24 \end{cases}$$

a) [1 punto] Comprueba si la función v es continua y derivable en el punto $t = 10$.

b) [1,5 puntos] Calcula los extremos relativos y absolutos de la función en su dominio de definición $[0, 24]$.