6 5 4 3 2 1 T	Consigne – Trois cercles tangents

Trois cercles tangents

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(0;0) et B(10;0) ainsi que deux cercles tangents, de centres respectifs A et B, de rayons respectifs 6 et 4 unités.
Comment construire un troisième cercle, de centre C et de rayon *r*, pour qu'il soit tangent aux deux autres ?

1) À l'aide d'une construction sur GeoGebra, réaliser une figure et rechercher la position de C.
Tracer ensuite le triangle ABC.
2) En déduire une méthode pour construire exactement le centre C du troisième cercle.
Sur GeoGebra, redéfinir le point C comme intersection de deux cercles C_A et C_B, de rayons à déterminer. (Cercles que l'on pourra ensuite cacher).
En faisant varier la valeur *r* du rayon, observer le lieu des points C.
3) Écrire une équation de chacun des cercles C_A et C_B.
En déduire une expression du rayon *r* en fonction de l'abscisse *x* du point C.
Puis écrire une égalité reliant y^2 à *x*.
Sur GeoGebra, tracer la courbe des points vérifiant cette égalité.
4) Montrer que la fonction *f*, qui à l'abscisse *x* d'un point des branches positives de cette courbe, associe son ordonnée *y*, peut aussi s'écrire $f(x) = \sqrt{24(x-6)(x-4)}$. Étudier son domaine de définition.

Une étude complémentaire :
Sur GeoGebra, placez un point D sur la partie de la courbe représentative de *f* telle que $x \leqslant 4$.
Construisez le point E, intersection de la droite (DB) avec le cercle de centre B, extérieurement au segment [DB]. Construisez enfin le cercle de centre D passant par E.
Que constatez-vous ? Pouvez-vous le démontrer ?

Trois cercles tangents

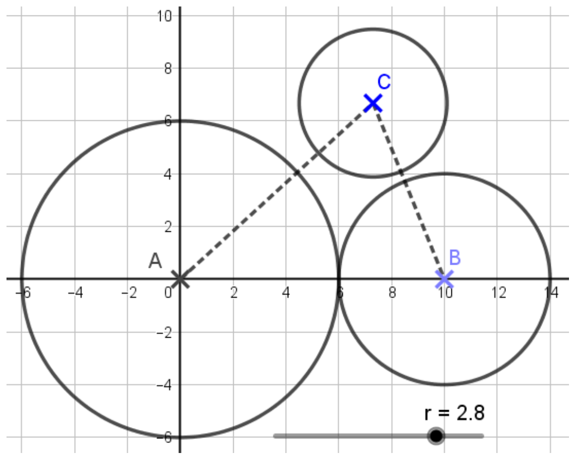
Dans un repère orthonormé, on considère les points A(0;0) et B(10;0) ainsi que deux cercles tangents, de centres respectifs A et B, de rayons respectifs 6 et 4 unités.
Comment construire un troisième cercle, de centre C et de rayon *r*, pour qu'il soit tangent aux deux autres ?

1) À l'aide d'une construction sur GeoGebra, réaliser une figure et rechercher la position de C.
Tracer ensuite le triangle ABC.
2) En déduire une méthode pour construire exactement le centre C du troisième cercle.
Sur GeoGebra, redéfinir le point C comme intersection de deux cercles C_A et C_B, de rayons à déterminer. (Cercles que l'on pourra ensuite cacher).
En faisant varier la valeur *r* du rayon, observer le lieu des points C.
3) Écrire une équation de chacun des cercles C_A et C_B.
En déduire une expression du rayon *r* en fonction de l'abscisse *x* du point C.
Puis écrire une égalité reliant y^2 à *x*.
Sur GeoGebra, tracer la courbe des points vérifiant cette égalité.
4) Montrer que la fonction *f*, qui à l'abscisse *x* d'un point des branches positives de cette courbe, associe son ordonnée *y*, peut aussi s'écrire $f(x) = \sqrt{24(x-6)(x-4)}$. Étudier son domaine de définition.

Une étude complémentaire :
Sur GeoGebra, placez un point D sur la partie de la courbe représentative de *f* telle que $x \leqslant 4$.
Construisez le point E, intersection de la droite (DB) avec le cercle de centre B, extérieurement au segment [DB]. Construisez enfin le cercle de centre D passant par E.
Que constatez-vous ? Pouvez-vous le démontrer ?

Des aides à distribuer selon les besoins

La figure à construire



Les étapes de la construction

Construire les points A(0,0) et B(10,0)

Construire les cercles de centres A et B

Construire un cercle de centre C, de rayon *r*
(Valider la création d'un curseur r)

Rechercher la position de C pour obtenir des cercles tangents

Construire les segments [AC] et [BC]

Redéfinir le point C

Supprimer le point C

Construire le cercle de centre A et de rayon 6+*r*
Puis le second cercle …

Construire C comme intersection des deux cercles

Des aides pour la recherche

Construction :
Une fois un cercle de centre C et de rayon *r* construit,
déplacer C pour rendre le cercle tangent aux deux autres.

Méthode :
Lorsque les trois cercles sont tangents,
que sait-on de la longueur AC ? De la longueur BC ?

Raisonnement :
3) Quelle est la forme générale de l'équation d'un cercle en fonction de son centre et de son rayon ?
Pour exprimer *r*, soustraire membre à membre les équations des cercles C_A et C_B. (*On obtiendra* $r = 5x - 30$)

4) Que faut-il faire pour obtenir, lorsqu'elle existe, la forme factorisée d'un trinôme du second degré ?