

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea el sistema
$$\begin{cases} x+2y-3z=3 \\ 2x+3y+z=5 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Calcula a de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $ax+y-7z=1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original

b) [1 punto] Calcula las soluciones del sistema que resulta de añadir al sistema de partida una tercera ecuación donde la suma de los valores de las incógnitas sea 4.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = (A^2 - B) \cdot A$. Obtener C^{-1} .

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Determinar los valores de m para los que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m \\ m & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ es regular (es decir, tiene inversa).

b) [1,5 puntos] Sea una matriz G de orden 3×3 , cuyas columnas se representan por C_1 , C_2 y C_3 . Sabemos que $|G|=2$.

Considere una matriz H cuyas columnas son C_3 , C_3+C_2 y $3C_1$. ¿Cuál es el determinante de esta nueva matriz H ? Explica adecuadamente todos los pasos que des y las propiedades que apliques.

Ejercicio 4.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Encuentra el valor, o los valores, de m para los que A y B tienen el mismo rango.

b) [1 punto] Determina, si existen, los valores de m para los que A y B tienen el mismo determinante.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a+1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & a-1 \end{pmatrix}$ la matriz de coeficientes de un sistema homogéneo

de tres ecuaciones y tres incógnitas. Obtener la solución en los casos que el sistema sea compatible indeterminado.

b) [1 punto] Sea $M = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a+1 & (a+1)^2 \\ 1 & a-1 & (a-1)^2 \end{pmatrix}$. Estudiar el rango de la matriz según el parámetro a .

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sabiendo que A es una matriz cuadrada de orden 2 tal que $|A|=5$, calcula razonadamente y explicando todas las propiedades que apliques, el valor de $|-A|$, $|A^{-1}|$, $|A^t|$, $|A^3|$.

b) [1,5 puntos] Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$, usa las propiedades de los determinantes para calcular

$\begin{vmatrix} 3-a & -b & 1-c \\ 1+a & 1+b & 1+c \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2a & 2b & 2c \\ 0 & 30 & 0 & 10 \\ 1 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}$. Explica adecuadamente las propiedades que uses.

Ejercicio 3.- Sea $A = \begin{pmatrix} a & a+1 & a+2 \\ a & a+3 & a+4 \\ a & a+5 & a+6 \end{pmatrix}$

a) [1,5 puntos] Discutir su rango en función de los valores de a .

b) [1 punto] Para $a=1$ resolver la ecuación matricial $A^t \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x-1 & 2 & 0 \\ 2 & x-1 & 2 \end{pmatrix}$. Determina los valores de x para los que se

cumple que $|B|=1$, siendo $B = \frac{1}{2}A$.