Übersicht

Diese Übersicht wurde 1982 von Hand, mit Bleistift, Tusche, Zirkel und Lineal erstellt. Stark vergilbt!

Sämtliche ***Sechs-Eck-Gewebe***, welche sich aus ***W-Kurvenscharen*** in der **MOEBIUS**-Ebene bilden lassen, sind in der folgenden Liste erfasst:

(I) Drei Kreisbüschel, deren Achsen im $\mathbb{P}_3$ sich in einem Punkt schneiden.

Die Kreise der 3 Büschel sind sämtlich orthogonal zu einem festen, möglicherweise imaginären Kreis, bzw. sie gehen im Ausartungsfall durch einen festen Punkt in der **MOEBIUS**-Ebene.
Da die zu einem festen Kreis orthogonalen Kreise die *GERADEN* der zugehörigen Untergeometrie sind, kann man diesen Fall wie folgt deuten:
In jeder der 3 Untergeometrien (***euklidisch***, ***hyperbolisch*** oder ***elliptisch***) bilden 3 GERADEN-Büschel stets ein ***Sechs-Eck-Netz***

(II) Drei verschiedene Isogonalscharen eines *hyperbolischen Kreisbüschels* (Anzahl der Pole: 2)

Zu den 3 Scharen können höchsten 2 Kreisbüschel gehören.

(III) Zwei verschiedene *parabolische Kreisbüschel* mit verschiedenen Polen p_1, p_2, welche einen Kreis gemeinsam haben; dazu das *hyperbolische* und das dazu polare *elliptische Kreisbüschel* mit den beiden Polen p_1, p_2. Diese 4 Kreisbüschel bilden ein ***Sechs-Eck-4-Gewebe*** der besonderen Art: das jeweils 4. Büschel ist Diagonal-Netz der anderen. (Anzahl der Pole: 2)

(IV) Zwei beliebige *parabolische Büschel* mit verschiedenen Polen p_1, p_2 und das *hyperbolische Büschel* durch die beiden Pole. (Anzahl der Pole: 2)

(V) Ein *hyperbolisches Büschel*, eine Schar von *Isogonaltrajektorien* dieses Büschels und ein *parabolisches Büschel* durch einem der beiden Pole.   (Anzahl der Pole: 2)

(VI) Ein *elliptisches Kreisbüschel* und zwei zueinander *orthogonale parabolische Kreisbüschel* durch einen der beiden Pole des *elliptischen* Büschels.   (Anzahl der Pole: 2)

(VII) Drei h*yperbolische Kreisbüschel*, die paarweise einen Pol gemeinsam haben.
Allgemeiner: Für jeden festen Schnittwinkel ergeben die *Isogonaltrajektorien* der 3 *hyperbolischen* Büschel ein ***Sechs-Eck-Netz***.   (Anzahl der Pole: 3)

(VIII) In derselben Situation bilden *2 der hyperbolischen Kreisbüschel* mit den *Isogonaltrajektorien* des 3. Büschels zu einem beliebigen festen Winkel ein ***Sechs-Eck-Netz***.   (Anzahl der Pole: 3)

(IX) Ein *elliptisches Kreisbüschel* mit den Polen p_1, p_2, zwei *hyperbolische Kreisbüschel* mit den Polen p_1, p_3 bzw. p_2, p_3 und ein *parabolisches Kreisbüschel* mit dem Pol p_3, dessen Kreise *orthogonal* zu dem Kreis durch p_1, p_2, p_3 sind, bilden ein ***Sechs-Eck-4-Gewebe***, allerdings ohne die Diagonaleigenschaft.   (Anzahl der Pole: 3)

(X) 6 *Kreisbüschel*, deren Achsen im **MOEBIUS**-Geradenraum ein *Polartetraeder* bilden, erzeugen ein Sechs-Eck-6-Gewebe. Die 6 Pole diese 6 Kreisbüschel sind die Schnittpunkte von 4 paarweise orthogonalen Kreisen.

Jeweils 3 dieser 6 Kreisbüschel bilden ein 6-Eck-Netz. Einige dieser Möglichkeiten gehören zum Fall **(I)**.

Dass es sich bei den Fällen um ***6-Eck-Netze*** handelt, kann man mit den angeführten Methoden nachweisen, dies wird auf den folgenden Seiten teilweise geschehen.

Mit einer guten Mathematik-**CAS**-Software kann man für die einzelnen Fälle die Gleichung von Seite Formeln nachprüfen.
Mit der leider nicht mehr gepflegten **CAS**-Software ***derive*** haben wir die ***Sechseck-Bedingung*** allgemein als Funktion in $\mathbb{C}$ und den 3 in Frage stehenden komplexen Vektor-Infinitesimalen $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ aufgestellt und die folgenden Erfahrungen gemacht:

In allen Fällen, in den 6-Eck-Netze vorliegen, hat die Gleichung in Sekundenbruchteilen 0 ergeben.
Bei der Überprüfung anderer Fälle ergaben sich nicht endende Rechenzeiten oder nach sehr, sehr langen Rechenzeiten Polynom-Ausdrücke in x,y und den Variablen in hoher Ordnung und über viele Seiten!

Wir haben versucht, die Gleichung aufzuteilen (mit der Vermutung, sie könnte überflüssige Teile enthalten!). Mit dem Ergebnis, dass die einzelnen Teile für die verschiedenen Fälle ganz unterschiedlich reagierten:
Andeutung: Gleichung = GL1 + GL2 +GL3; man erhielt alle Kombinationen: zB: GL1= -GL2 und GL3 = 0 und, und und ....
Auf der Suche nach einem einfachen ***6-Eck-Kriterium*** half uns das nicht weiter!

Wir hoffen auf die Kreativität junger experimentierender Mathematiker!

– Walter Füchte