

## Welche Gerade approximiert am besten?

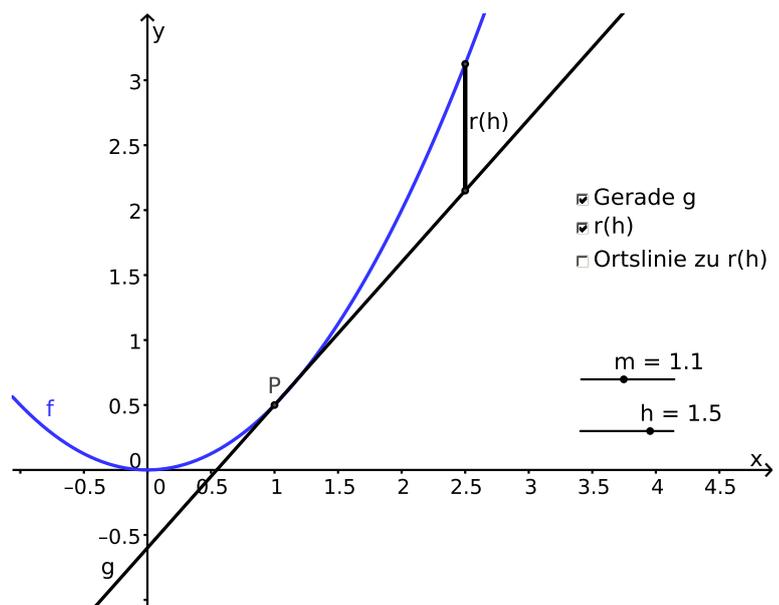
Zoomt man am Punkt P eines Funktionsgraphen immer weiter hinein, so nähert sich der Verlauf des Graphen immer mehr einer Geraden an. Man kann den Verlauf des Graphen also in einer kleinen Umgebung von P durch eine Gerade approximieren. Aber welche Gerade approximiert den Graphen am besten? Diese Frage soll im Folgenden am Beispiel der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , am Punkt  $P(1|0,5)$  untersucht werden.

- Öffnen Sie die GeoGebra-Datei „approximierende\_gerade.ggb“.
- Betätigen Sie die Checkbox „Gerade“, um die Gerade  $g$  sichtbar zu machen. Verändern Sie die Steigung  $m$  der Geraden  $g$  am Schieberegler. Für jede Steigung  $m$  verläuft die Gerade  $g$  immer durch den Punkt P. Dort wird der Graph also durch jede der Geraden optimal approximiert. Aber wie ist das in einer kleinen Umgebung um P?
- Um zu untersuchen, welche der Geraden den Graphen von  $f$  lokal am besten approximiert, betrachten wir die Differenz  $r$  zwischen den Funktionswerten von  $f$  und  $g$  ein kleines Stückchen rechts von P. Die Differenz beträgt:  $r(h) = f(1+h) - g(1+h) = f(1+h) - (f(1) + m \cdot h)$ .

Lassen Sie sich die Differenz  $r(h)$  mit der entsprechenden Checkbox anzeigen. Variieren Sie den Wert von  $h$  mit dem Schieberegler.

Beschreiben Sie, wie sich die Werte von  $r(h)$  verändern, wenn  $h$  gegen null strebt.

Untersuchen Sie die Veränderung von  $r(h)$  für  $h \rightarrow 0$  auch für andere Geraden. Lassen Sie sich dazu auch den Graphen von  $r$  anzeigen (Checkbox „Ortslinie zu  $r(h)$ “).



- Als weiteres Kriterium für eine gute Approximation in einer kleinen Umgebung von P schauen wir uns den relativen Unterschied  $\frac{r(h)}{h}$  an. Betätigen Sie die entsprechende Checkbox, um sich den zugehörigen Graphen anzeigen zu lassen. Untersuchen Sie, für welchen Wert von  $m$  der relative Fehler in der Umgebung von P gegen null strebt.
- Formulieren Sie ein Ergebnis als Antwort auf die Frage „Welche Gerade approximiert den Graphen von  $f$  am Punkt P am besten?“.