

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener el dominio de $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 - 5x + 6}}$

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = |x^2 - 2x|$ y $g(x) = \ln(x)$.

a) [1 punto] Realiza un esbozo de ambas gráficas sobre los mismos ejes.

b) [1,5 puntos] Utiliza el Teorema de Bolzano para encontrar, con precisión de una cifra decimal, el punto de corte de ambas gráficas en el intervalo $[2, 3]$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia las asíntotas de $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea $f(x) = \frac{bx}{x-a}$. Calcula a y b para que la función tenga asíntota vertical en $x=2$ y asíntota horizontal en $y=3$.

b) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4^x + 5^x}{3^x + 6^x} \right)$

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{3-x} \right)^{\frac{1}{(2-x)^2}}$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] La función $f(x) = \ln(x)$ admite inversa en su dominio maximal. Sin embargo $g(x) = |\ln(x)|$ no admite inversa en su dominio maximal. ¿Cómo es esto posible? Explica tu razonamiento de manera detallada.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad y los tipos de discontinuidades que aparecen en

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{si } -3 < x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{e^{(x-1)} - 1}{x^2 - 1} & \text{si } 1 < x \leq 5 \end{cases} \quad \text{en todo su dominio de definición.}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - \cos(x)}{\sin(x^2)}$ es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b .