

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener los extremos absolutos (abscisas e imágenes) de la función

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{2 - \cos(x)} \text{ definida en el dominio } [0, 2\pi] .$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Resuelve $\int_0^{\pi} x \cdot \operatorname{sen}^2(x) dx$

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] Estudia el rango de $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m+2 \\ 0 & 1 & m+1 \\ m & 0 & 5 \end{pmatrix}$ según el valor de m .

b) [0,5 puntos] Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$, usa las propiedades de los determinantes para calcular

$$\begin{vmatrix} 3-a & -b & 1-c \\ 1+a & 1+b & 1+c \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix} . \text{ Explica adecuadamente las propiedades que uses.}$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Resuelve el sistema $(A-I) \cdot X = 0$,

donde I representa a la matriz identidad. ¿Existe alguna solución general del sistema donde se cumpla que $z=1$? En caso afirmativo, calcula esa solución general. En caso negativo, justifica tu respuesta.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \begin{cases} e^{2ax-4b} & \text{si } x < 1 \\ 1-x \ln(x) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ definida en $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Obtener a, b sabiendo que la función es derivable en todo su dominio.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $a > 0$ sabiendo que el área encerrada por la función $f(x) = x \cdot e^{3x}$, el eje de abscisas y la recta $x = a$ vale $\frac{1}{9} u^2$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$. Considera el sistema de ecuaciones dado por $X^t \cdot A = B^t$. Discute los tipos de solución del sistema según el valor de m .

Ejercicio 4.- a) [2 puntos] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Encuentra, si existe, la matriz X que verifique $A^2 \cdot X \cdot B^{-1} = A$.

b) [0,5 puntos] Sabiendo que A es una matriz cuadrada de orden 2 tal que $|A| = 5$, calcula razonadamente y explicando todas las propiedades que apliques, el valor de $|-A|$, $|A^{-1}|$.