Considera ora le due funzioni:
$\boldsymbol{Q_d(p) = -\alpha p + \beta}$ ***- funzione domanda***
$\boldsymbol{Q_s(p) = \gamma p - \delta}$ ***- funzione offerta***
Con $\boldsymbol{\alpha, \beta, \gamma, \delta}$ ***costanti positive***
Sia $\boldsymbol{\frac{dp}{dt} = a(Q_d - Q_s)}$***, esprimi l'equazione differenziale sostituendo alle funzioni domanda e offerta le relative espressioni e determinane l'integrale generale. Spiega il significato, declinandolo in ambito economico, di tale risultato.***

$$\frac{dp}{dt} = a(-\alpha p + \beta - (\gamma p - \delta)$$

$$\frac{dp}{dt} = a(-\alpha p + \beta - \gamma p + \delta)$$

Si raccoglie parzialmente la p:

$$\frac{dp}{dt} = -a(p(\alpha + \gamma) + \beta + \delta)$$

Da ciò si ottiene un'equazione differenziale lineare di tipo $y' + a(x)y = b(x)$:

$$p' + ap(\alpha + \gamma) = a(\beta + \delta)$$

Per risolverla trovo l'integrale del coefficiente $a(t)$:

$$A(t) = \int a(t)\, dt = \int a(\alpha + \gamma)\, dt = at(\alpha + \gamma) \Rightarrow e^{at(\alpha+\gamma)}$$

A questo punto vado a moltiplicare tutti i membri per $A(t)$:

$$p' * e^{at(\alpha+\gamma)} + ap(\alpha + \gamma) * e^{at(\alpha+\gamma)} = a(\beta + \delta) * e^{at(\alpha+\gamma)}$$

Si può dunque notare che a primo membro si ha la derivata prima dell'equazione $p + e^{at(\alpha+\gamma)}$, quindi si può riscrivere come:

$$(p * e^{at(\alpha+\gamma)})' = a(\beta + \delta) * e^{at(\alpha+\gamma)}$$

Per determinare l'integrale generale dell'equazione, integro entrambi i membri:

$$\int (p * e^{at(\alpha+\gamma)})' = \int a(\beta + \delta) * e^{at(\alpha+\gamma)}\, dt$$

Sapendo che $a(\beta + \delta)$ è una costante:

$$p * e^{at(\alpha+\gamma)} = \ a(\beta + \delta) \int e^{at(\alpha+\gamma)}\, dt$$

Mancando la derivata prima dell'esponente della funzione da integrare, si moltiplica e si divide per essa ottenendo così l'integrale della funzione composta $e^{f(x)}$:

$$p * e^{at(\alpha+\gamma)} = \frac{a(\beta + \delta)}{a(\alpha + \gamma)} * e^{at(\alpha+\gamma)} + c$$

Per ottenere dunque la funzione del prezzo p è sufficiente dividere quello che c'è a secondo membro per la funzione $f(x) = e^{at(\alpha+\gamma)}$:

$$\bar{p} = \frac{a(\beta + \delta)}{a(\alpha + \gamma)} * \frac{e^{at(\alpha+\gamma)}}{e^{at(\alpha+\gamma)}} + \frac{c}{e^{at(\alpha+\gamma)}}$$

Semplificando si ottiene:

$$\bar{p} = \frac{(\beta + \delta)}{(\alpha + \gamma)} + \frac{c}{e^{at(\alpha+\gamma)}}$$

E dunque:

$$\bar{p} = \frac{(\beta + \delta)}{(\alpha + \gamma)} + c * e^{-at(\alpha+\gamma)}$$

Considerando il fatto che il rapporto $\frac{(\beta+\delta)}{(\alpha+\gamma)}$ è costante e così anche $a(\alpha + \gamma)$, la variabile indipendente è il tempo t infatti l'integrale generale trovato è il prezzo in funzione del tempo, ovvero $p(t)$.

Si osserva che l'equazione è costituita da un'esponenziale negativo: dunque è possibile affermare che il prezzo decresce esponenzialmente al variare del tempo.