Exercícios:

Monte no GEOGEBRA separadamente triângulos retângulos com as medidas a seguir e aponte para cada ângulo os catetos oposto e adjacente, e também a hipotenusa.

a) 3, 4, 5.

b) 13, 14, 17.

c) 7, 9, 17.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Propriedades do triângulo retângulo:

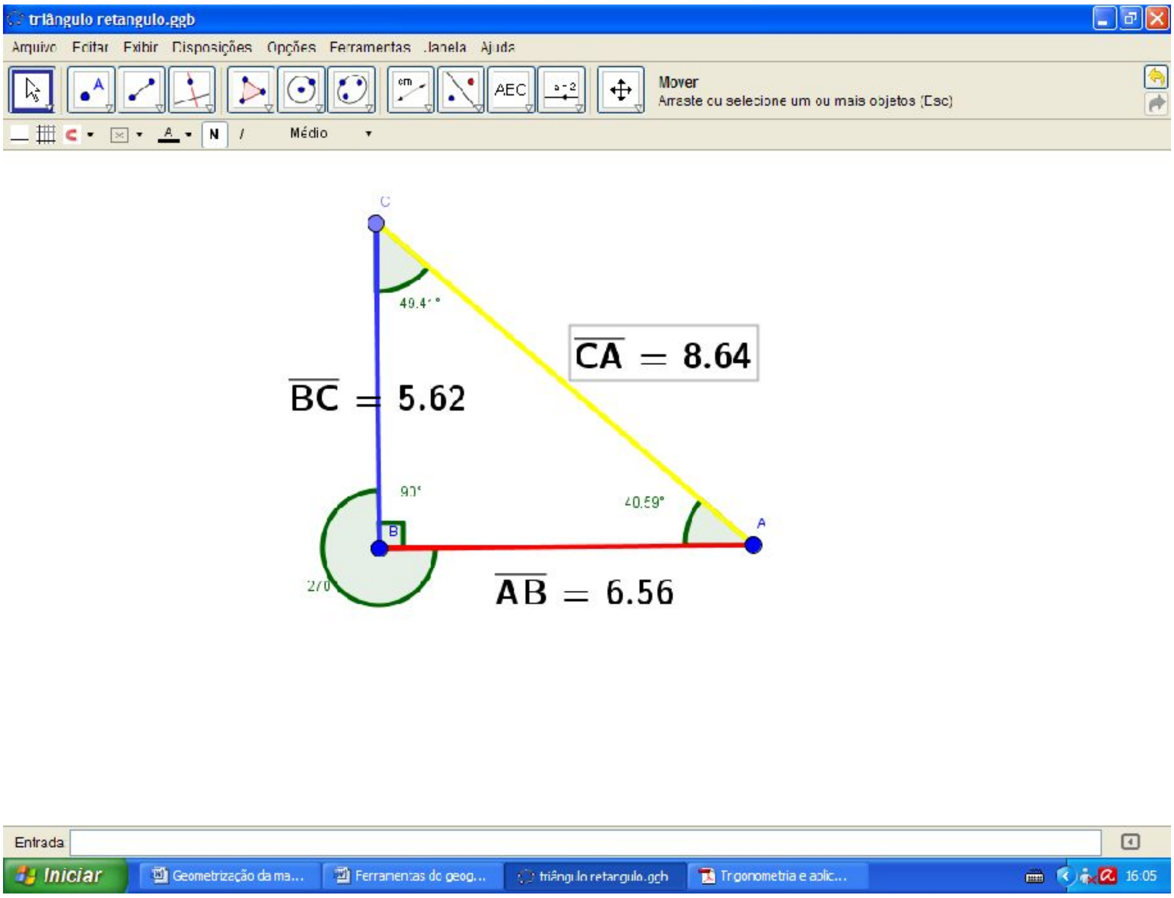
1- Ele possui um ângulo reto e outros dois complementares.

2- Ele é formado por três lados onde a soma das medidas de dois deles sempre é maior que a medida do terceiro.

3- Seus lados possuem nomes que se refere a suas posições em relação ao ângulo reto, são eles: dois catetos e uma hipotenusa.

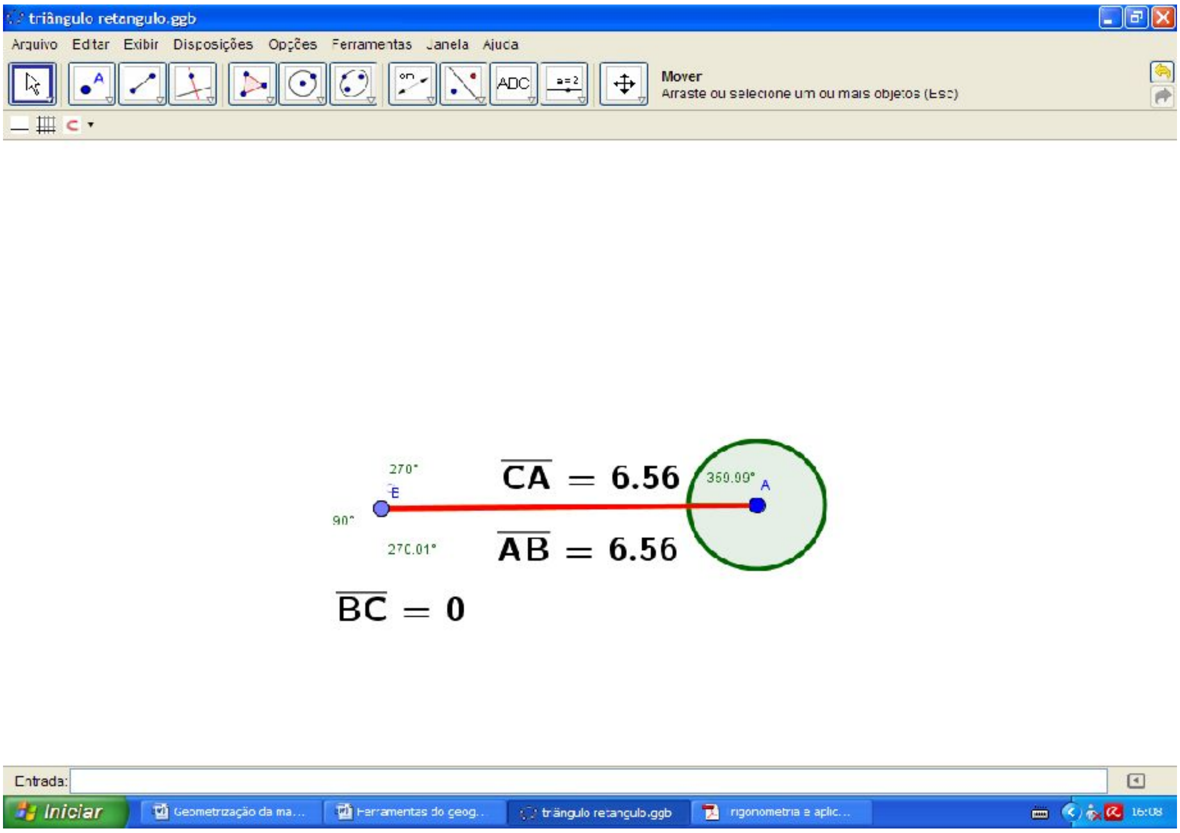
Usando a ferramenta “comprimento, distância ou perímetro” clique nos vértices consecutivos dois a dois do triângulo para encontrar seus valores.
Note que somando as medidas de dois lados sejam eles quais for, sempre terá uma medida maior que a terceira não somada.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO



Isto se dá, pois se caso a soma de dois desses forem iguais ao terceiro não somado, então teremos dois segmentos coincidentes, ou três pontos colineares sendo assim, não teremos um triângulo.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO



Note que a tela acima é a mesma que estamos estudando, o que ocorre é que se arrastarmos o ponto C até que coincida com o ponto B, então teremos três pontos colineares e não mais um triângulo.

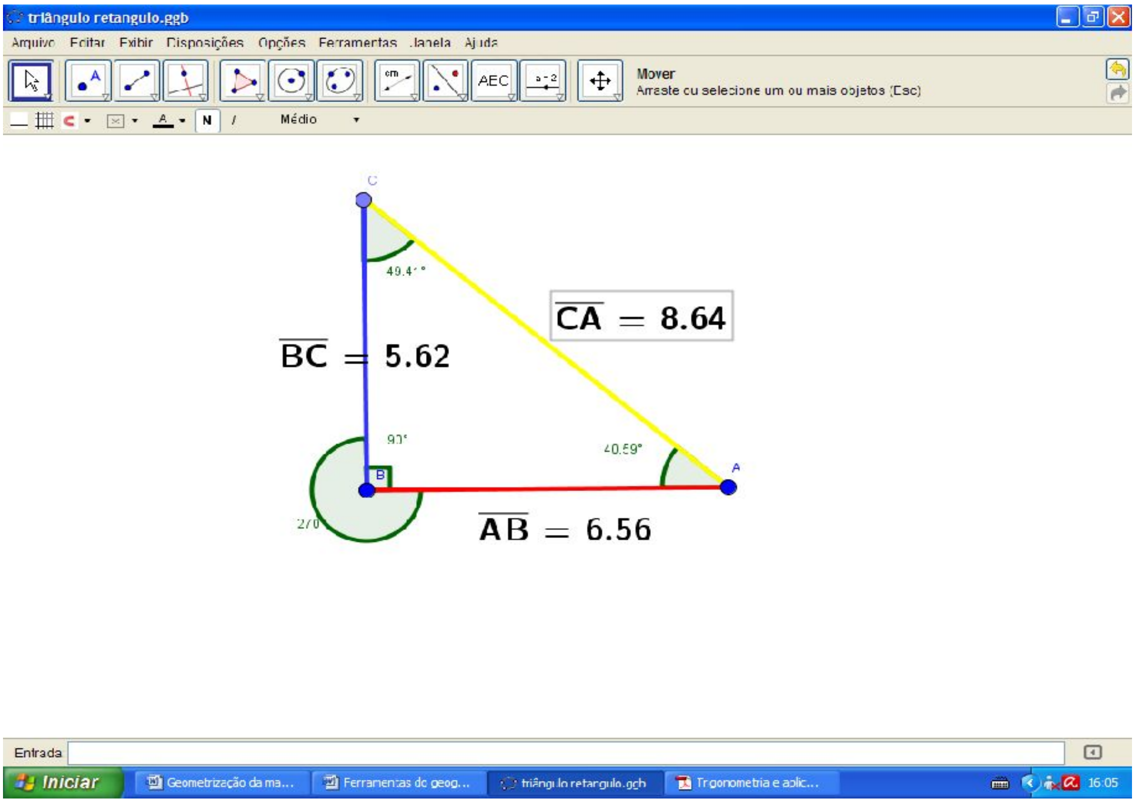
Pense um pouco, dado três pontos não colineares podemos ligá-los dois a dois por segmentos e delimitarmos uma área entre estes segmentos, assim o perímetro que delimita esta área será chamada de triângulo. Ou seja, na tela anterior não temos uma área delimitada e sim dois segmentos

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

coincidentes AB e AC de mesma medida. Isso pode ocorre quando manipulando os elementos acabamos por posicionar 2 pontos em um mesmo lugar, desfazendo a necessária existência de 3 pontos não colineares para criar um triângulo.

Mas ao pensarmos na tela abaixo teremos um perímetro ABC de tal modo que delimitamos uma determinada área.

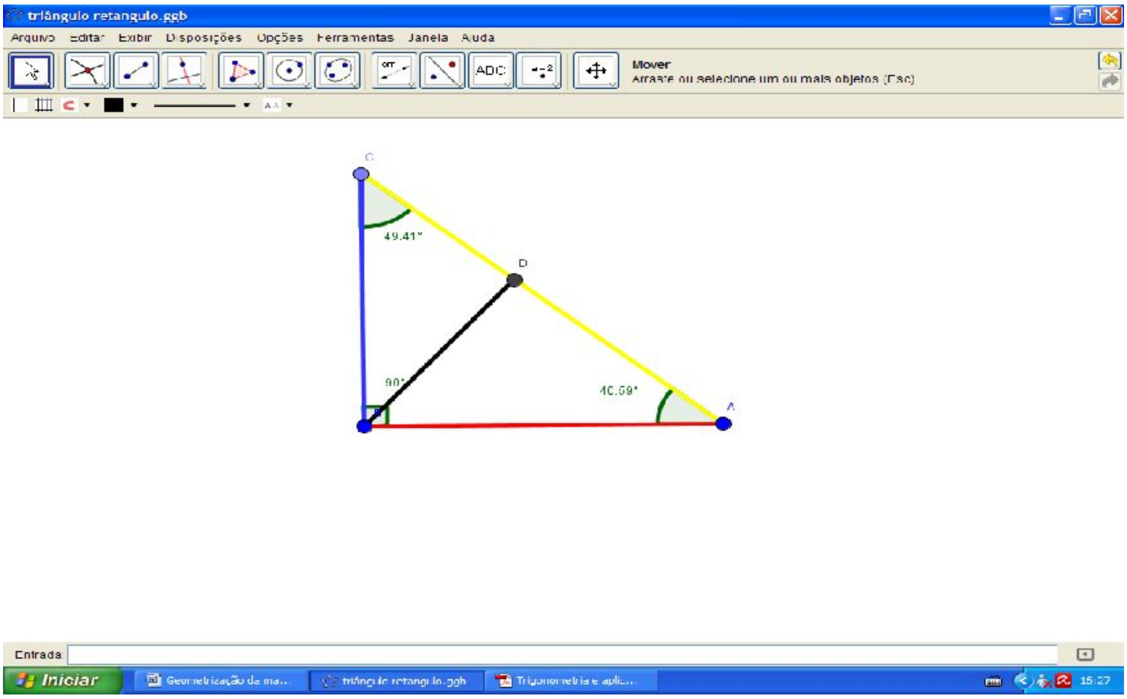
Observe:



ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

A altura de um triângulo é o segmento que liga um vértice (o ponto de encontro entre dois de seus lados) ao lado oposto de modo que este segmento seja perpendicular a este lado.

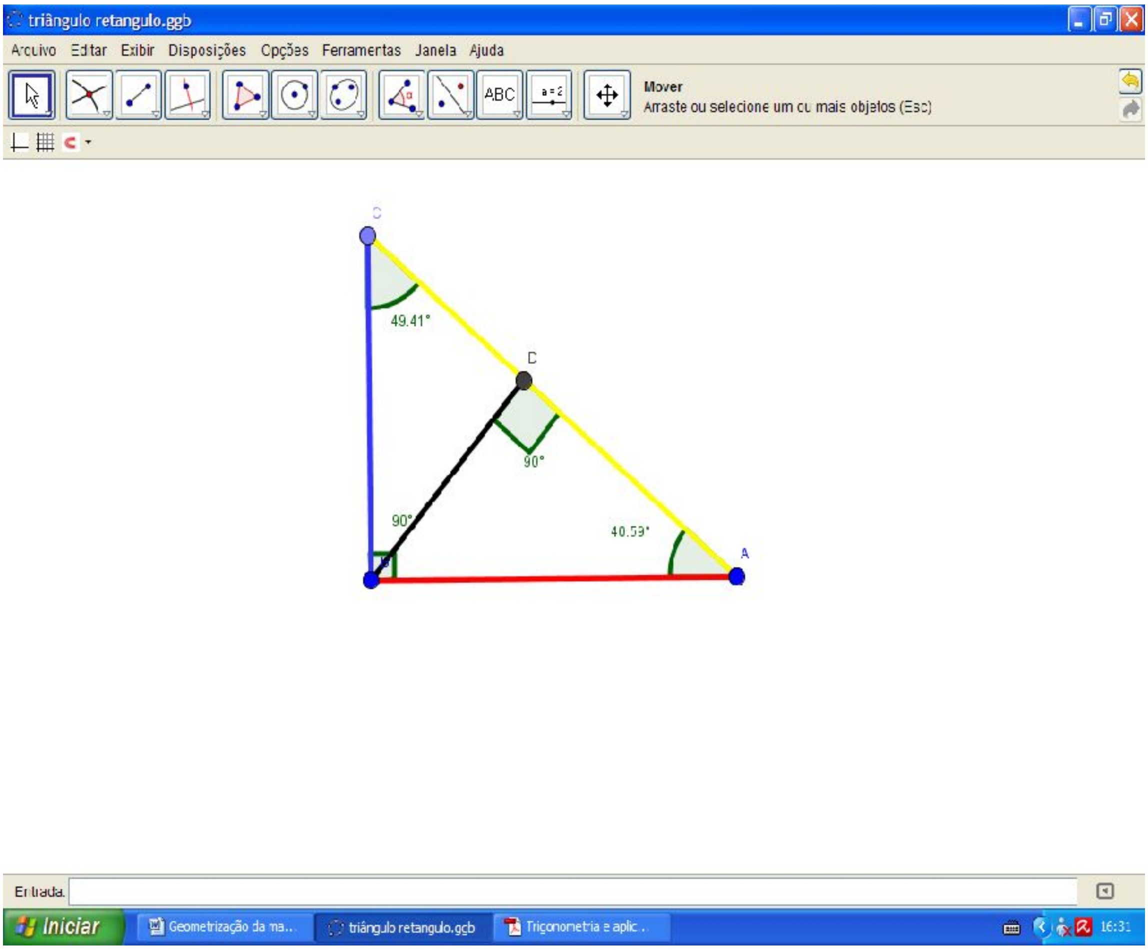
Com a ferramenta "reta perpendicular" clique no ponto B (vértice b) e no lado CA que é a hipotenusa deste triângulo, depois insira com a ferramenta "ponto de interseção" um ponto de intersecção (ponto em comum) entre a reta e a hipotenusa (seja este o ponto D), depois com a ferramenta "segmento de reta" insira um segmento clicando nos pontos BD e por fim esconda à reta BD criada perpendicular à hipotenusa.



Note com a ferramenta "ângulos" que este segmento BD altura do triângulo ABC quando damos por base do triângulo a hipotenusa, é reto a base AC. E se dissermos que a base deste triângulo é o

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

lado CB, então teremos que a altura será o próprio lado AB que já é perpendicular ao lado oposto do vértice A.



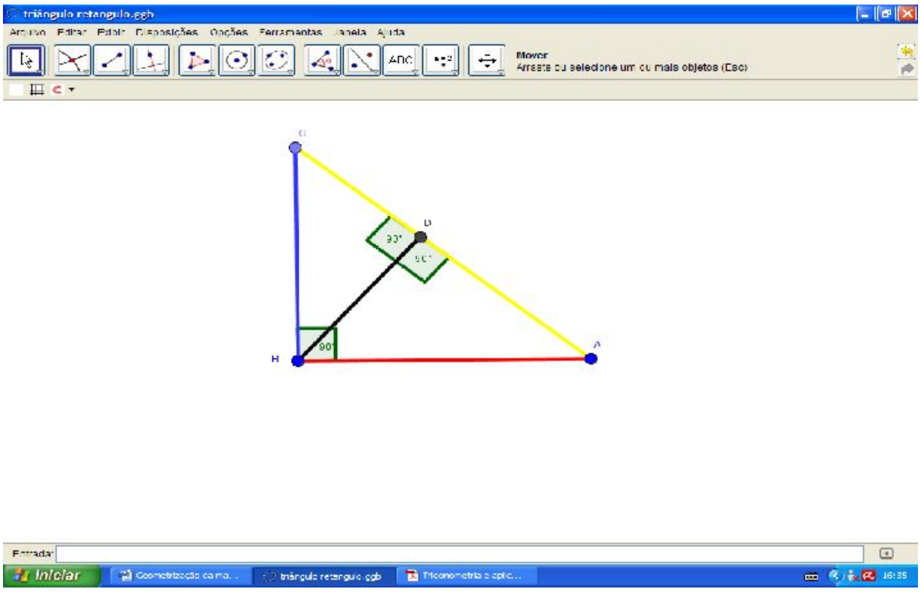
É importante notar que a altura em que criamos primeiro BD, divide o triângulo ABC em três, observe: ABC, ABD e BCD, três triângulos semelhantes.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Semelhantes, pois todos eles são triângulos retos e tem ao menos um lado comum (como pode ser visto no fascículo que trata do estudo dos triângulos), observe abaixo:

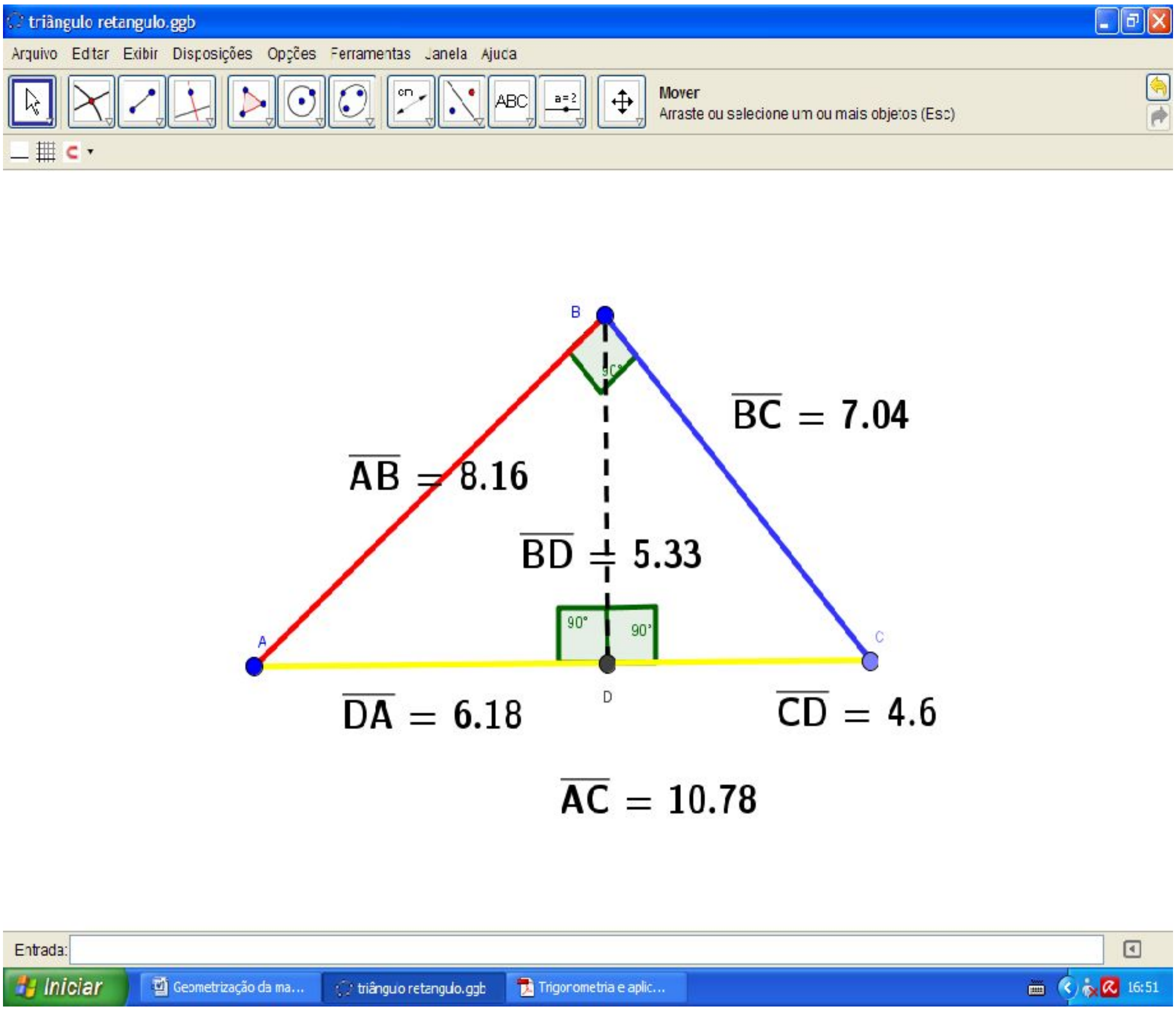
ABC reto em B e lado BC comum com o triângulo BCD, BCD reto em D e lado BC comum com o triângulo ABC e ainda o triângulo ABD reto em D e lado BD comum ao triângulo BCD.

Importante, estamos abordando aqui o estudo de um triângulo reto cuja base é a hipotenusa deste triângulo.



Movimentemos um pouco este triângulo e denotemos valores para cada um de seus segmentos.

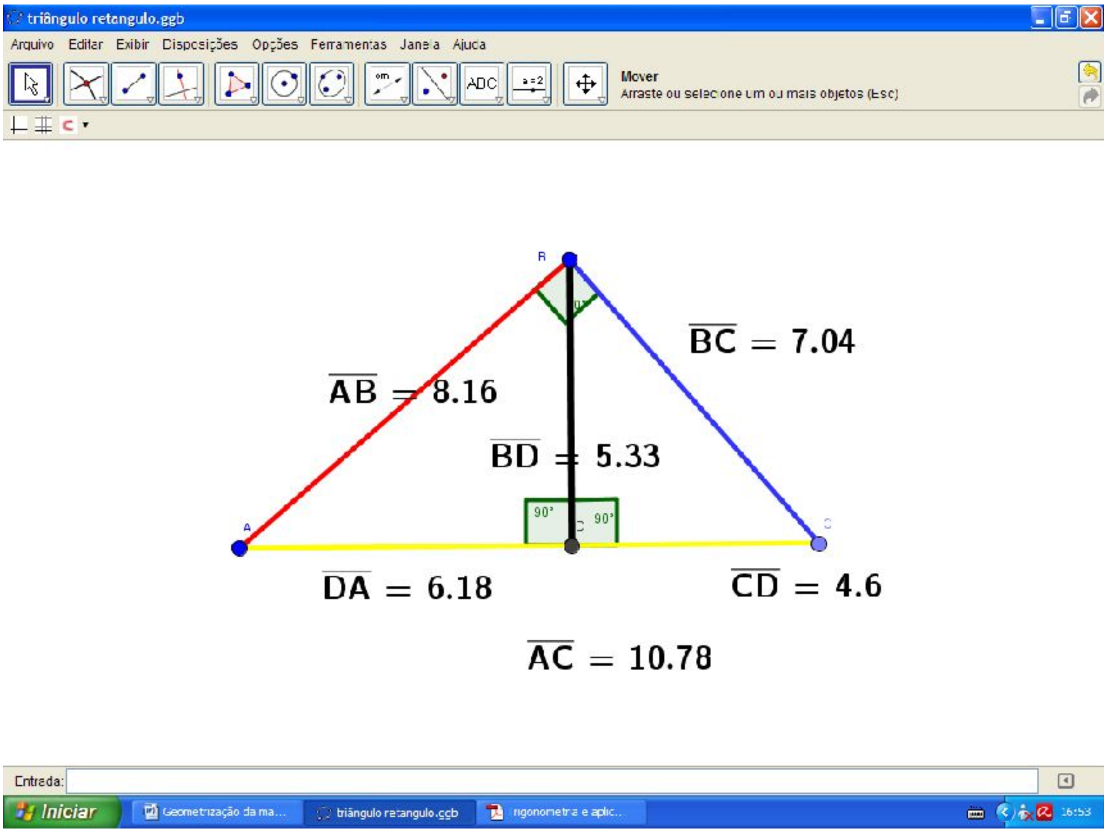
ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO



Seguindo o assunto das propriedades temos:

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

O lado DA é a projeção ortogonal do lado AB relativa à hipotenusa AC, O lado CD é a projeção ortogonal do lado CB em relação à hipotenusa AC.



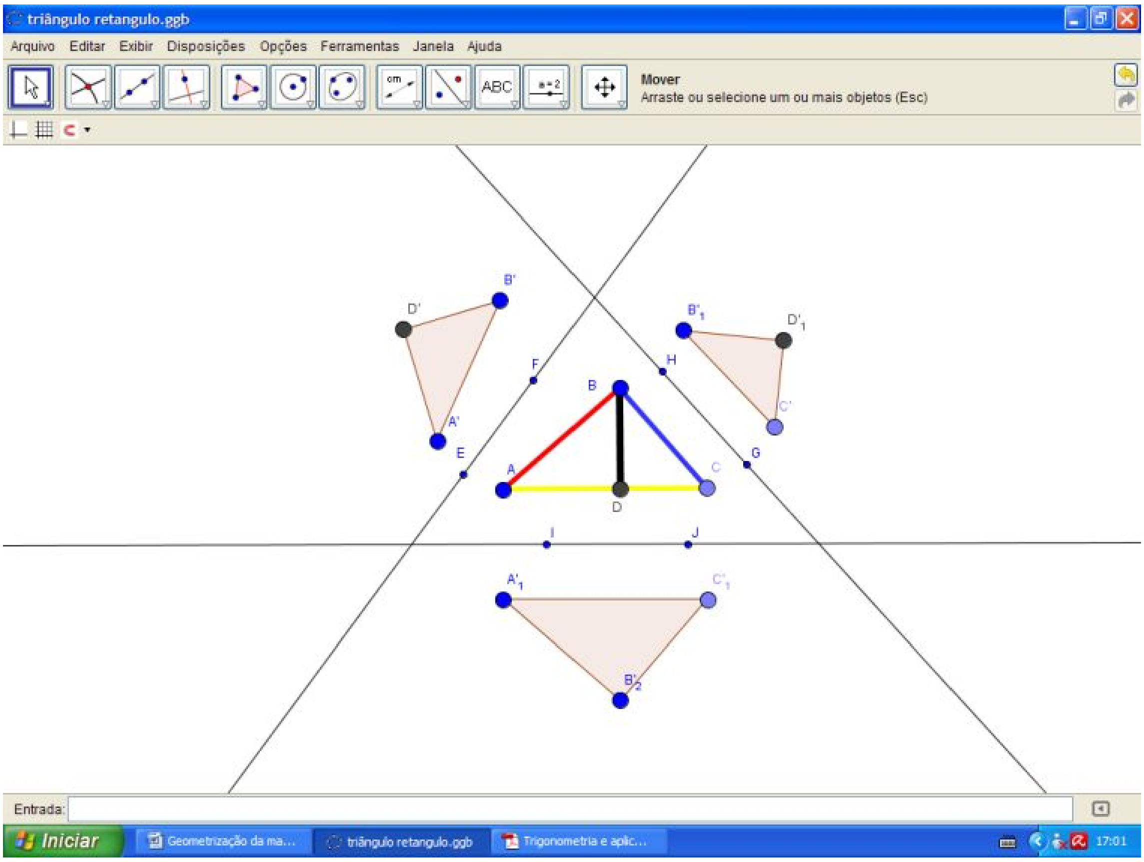
Observando as relações entre as medidas de seus lados, entre os triângulos existentes, podemos ver as relações muito são estudadas em trigonometria ou no estudo de geometria plana, até

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

chegar à tão afamada relação $H^2 = C^2 + C^2$ estudados desde a 7° série até o 3° ano do ensino médio.

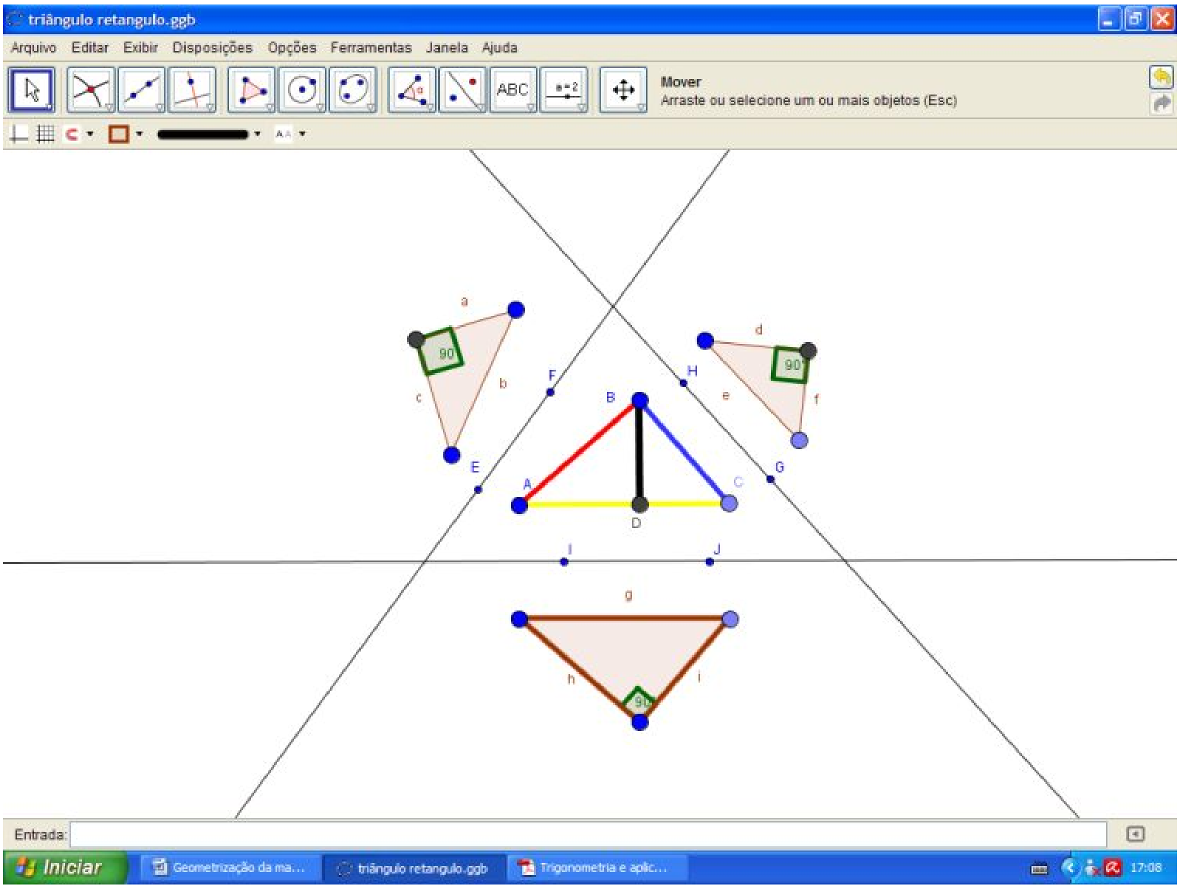
Para fim de transpor tais conceitos, usaremos a ferramenta “polígono” para cobrir cada um destes triângulos e em seguida usar a ferramenta “reflexão em relação a uma reta” para projetar cada uma destas imagens de triângulo em seu lado a fim de explicação das relações a serem estudadas.

Logo:



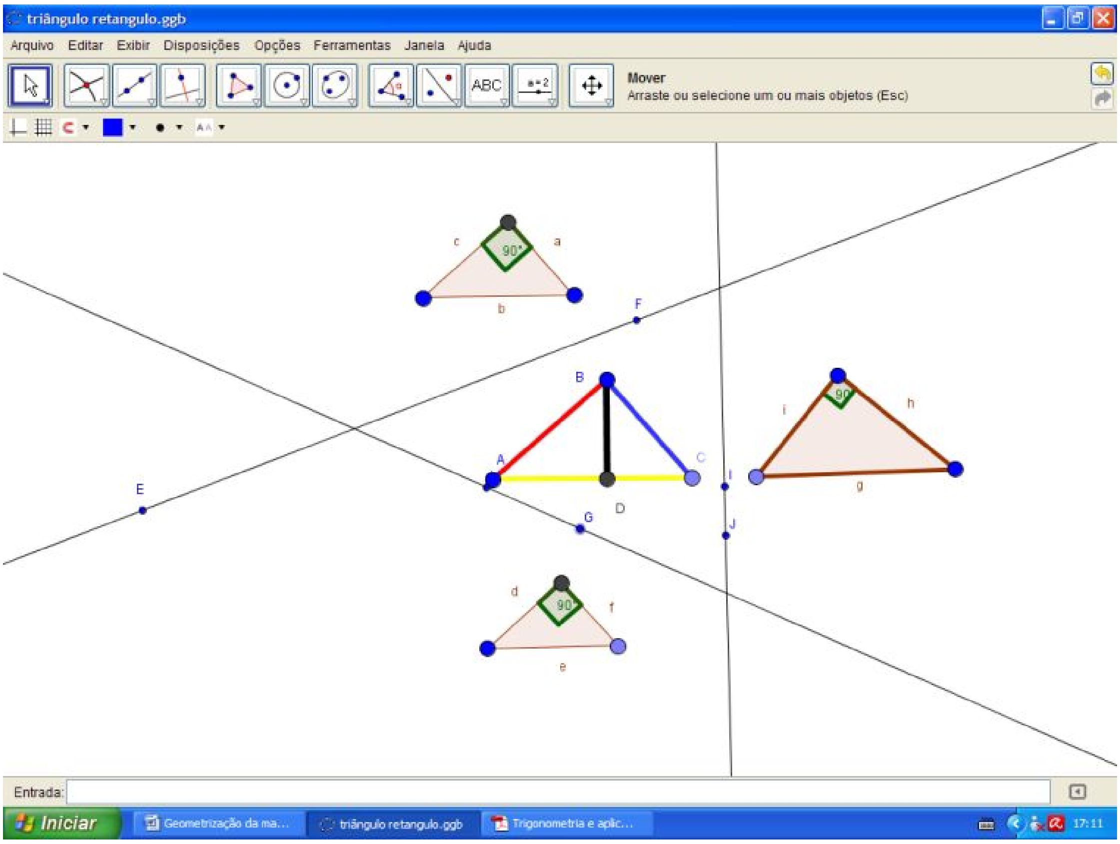
ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Movimentamos agora cada um destes triângulos projetados e colocaremos numa mesma posição, ou seja, com os ângulos retos na parte superior da tela e a hipotenusa como base na parte inferior da tela. Denominemos também nomes a cada lado dos triângulos.



ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Para movê-las basta mover a reta que as projeta ou seus pontos para alinhá-los.

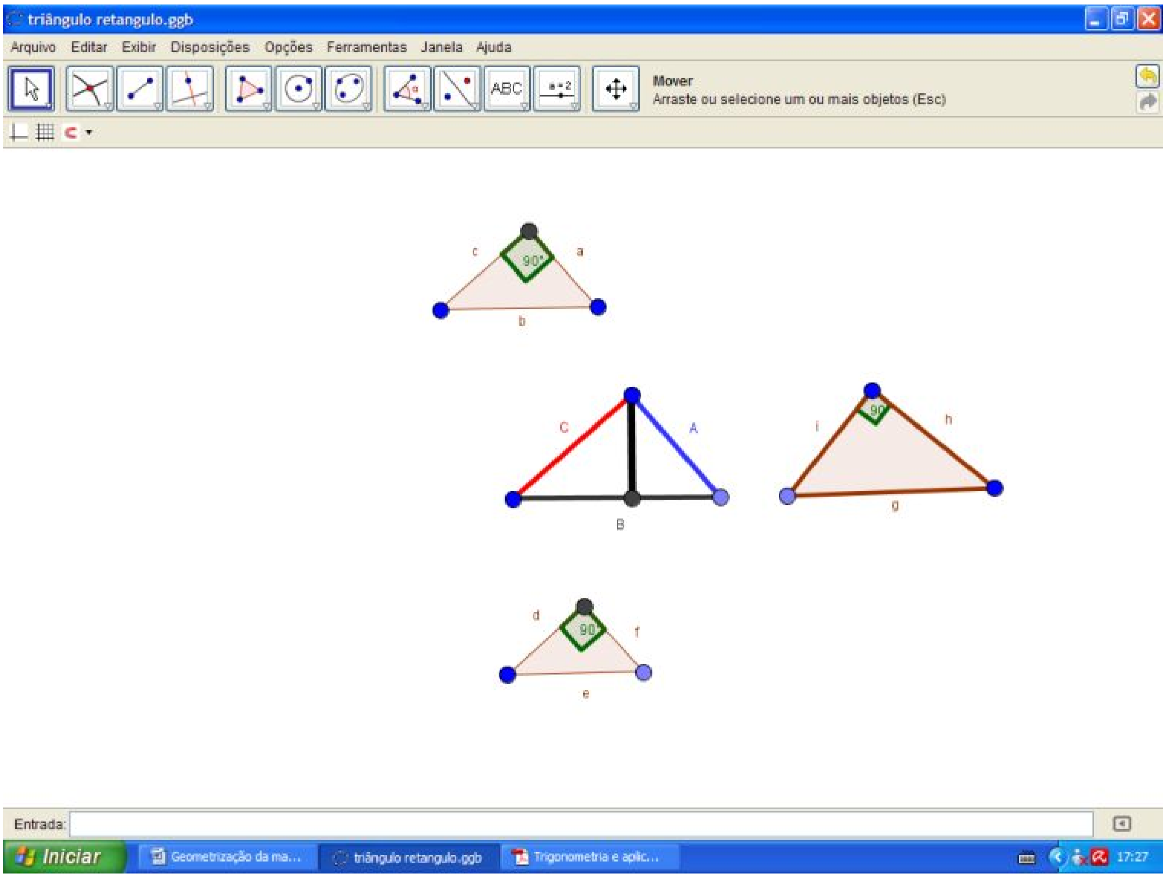


Façamos agora algumas comparações por meio de razões das medidas de cada lado dos triângulos.

Diz-se que o segmento (c) está para medida do segmento (i) assim como a medida do segmento (b) está para a medida do segmento (g) e como a medida do segmento (a) esta para medida do

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

segmento (h), ou seja, existe a relação c/i = b/g = a/h. e assim podemos comparar as demais medidas.

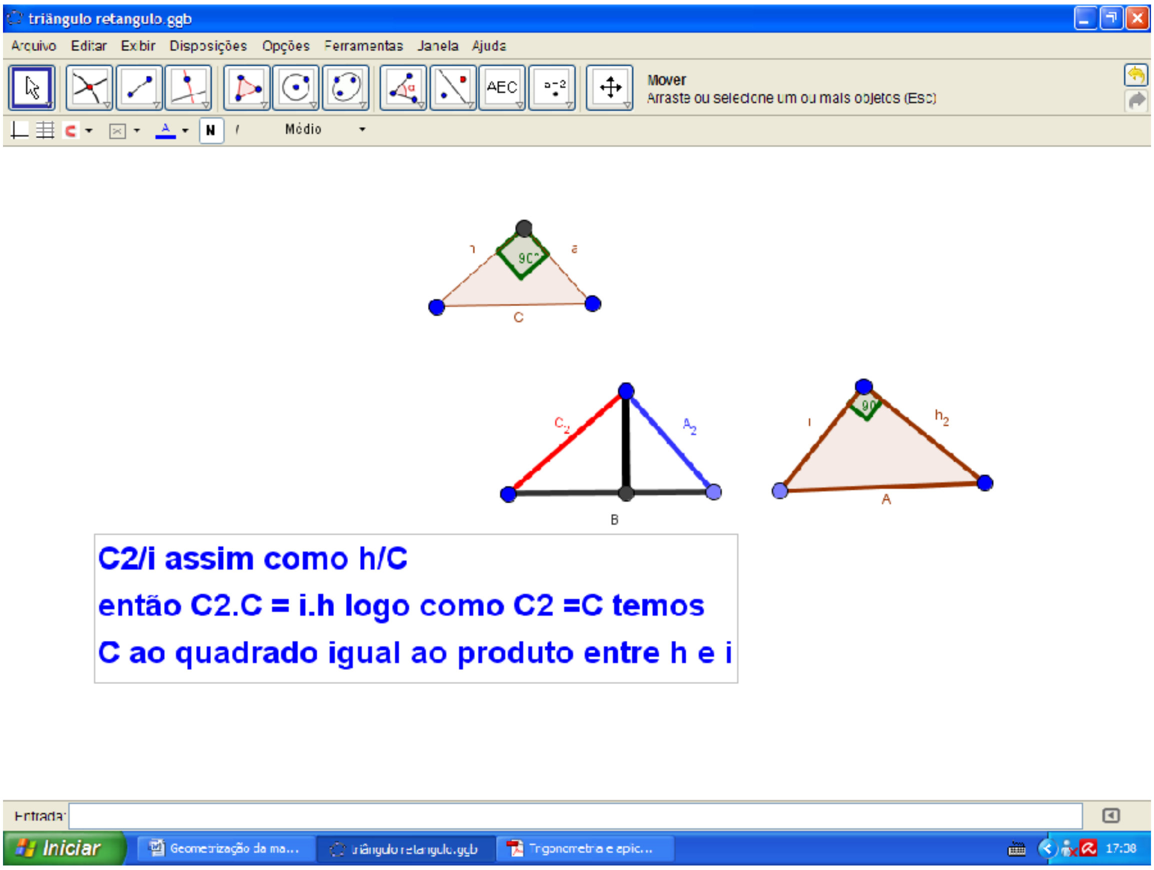


A fim de descomplicar o estudo ajudarei nas notações, quando giramos os triângulos a seus lados perderam a posição anterior, e como o software não permite nomear dois ou mais objetos com o

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

mesmo nome, então a saída foi nomeá-los com nomes parecidos, logo os objetos A, A1, A2, ..., e assim também para os outros objetos, C, D, B e outros que vier a aparecer. Não são os mesmos objetos, mas que transportados para outra área para facilitar nosso trabalho.

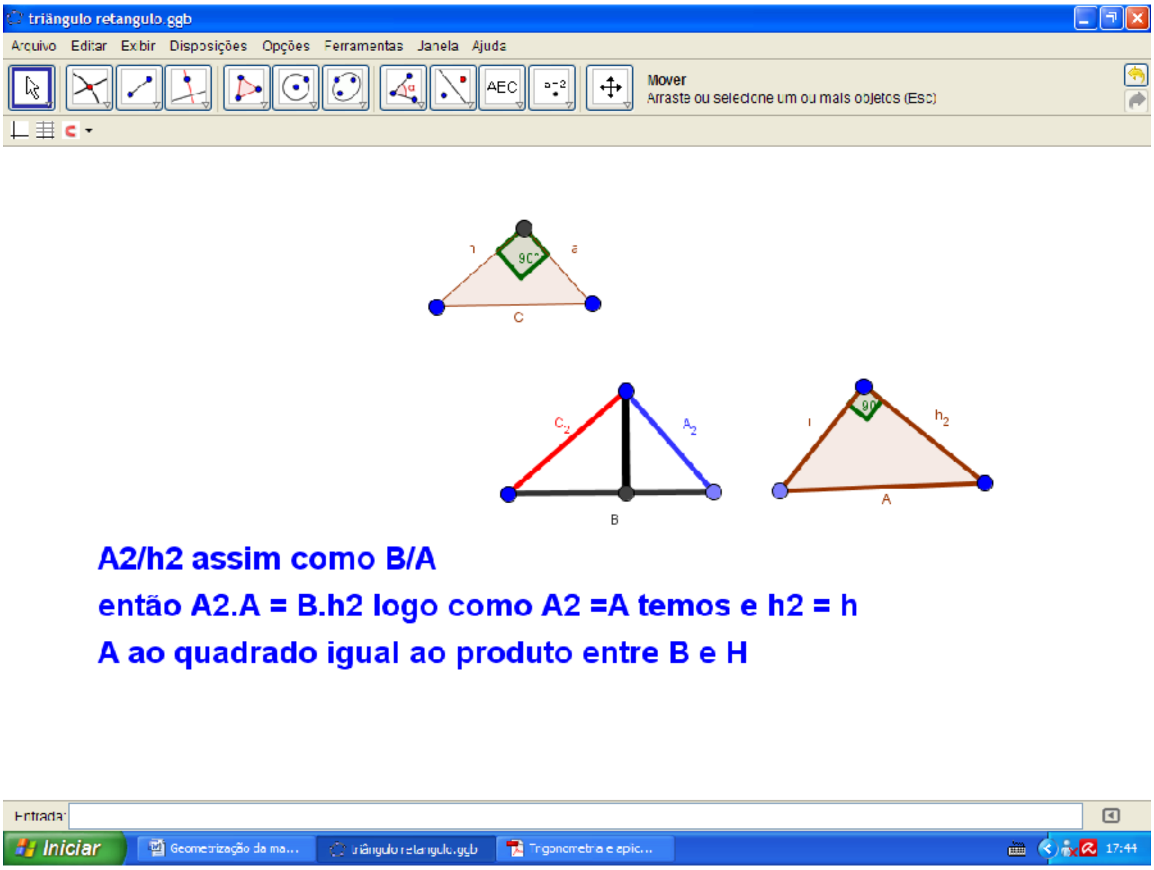
Podemos também perceber que daí vem:



ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

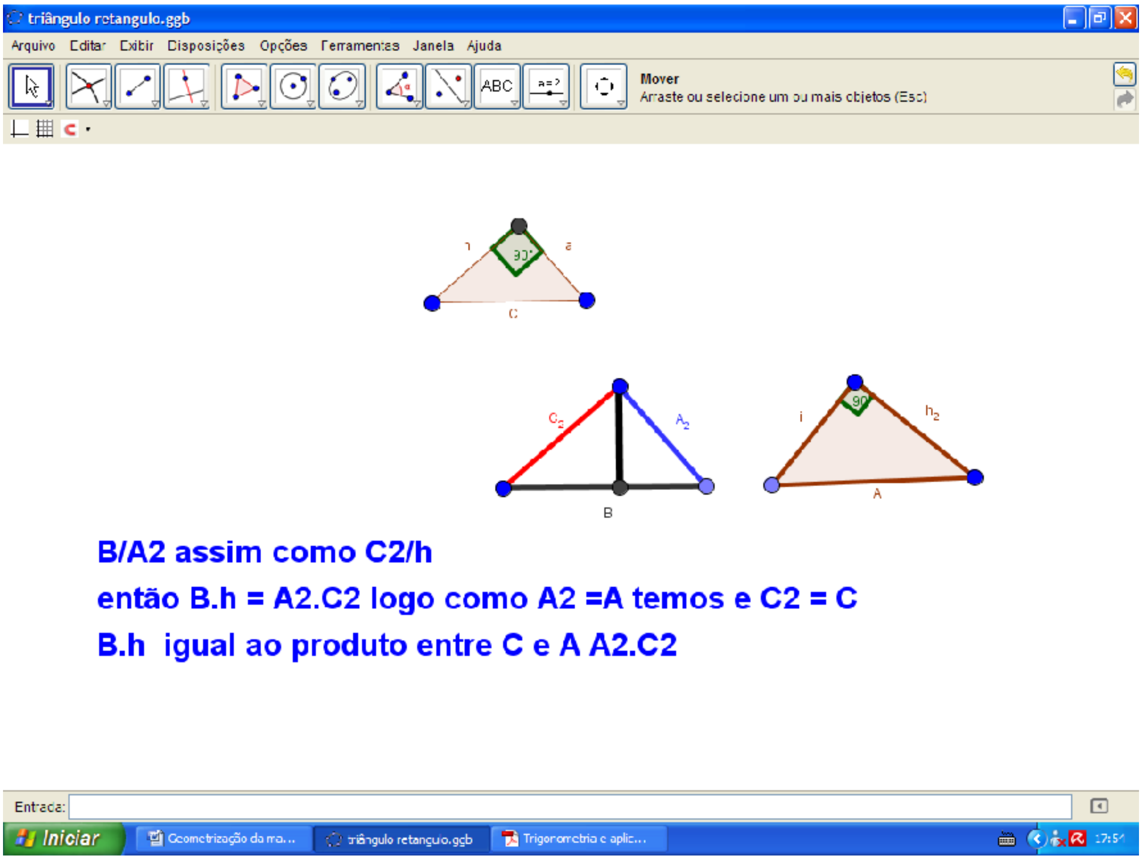
Ou $\frac{C2\,C2}{h\;\;h}=\frac{i\;i}{CC}$ logo C^2=hi

E fazendo-se as mesmas comparações podemos chegar às relações:



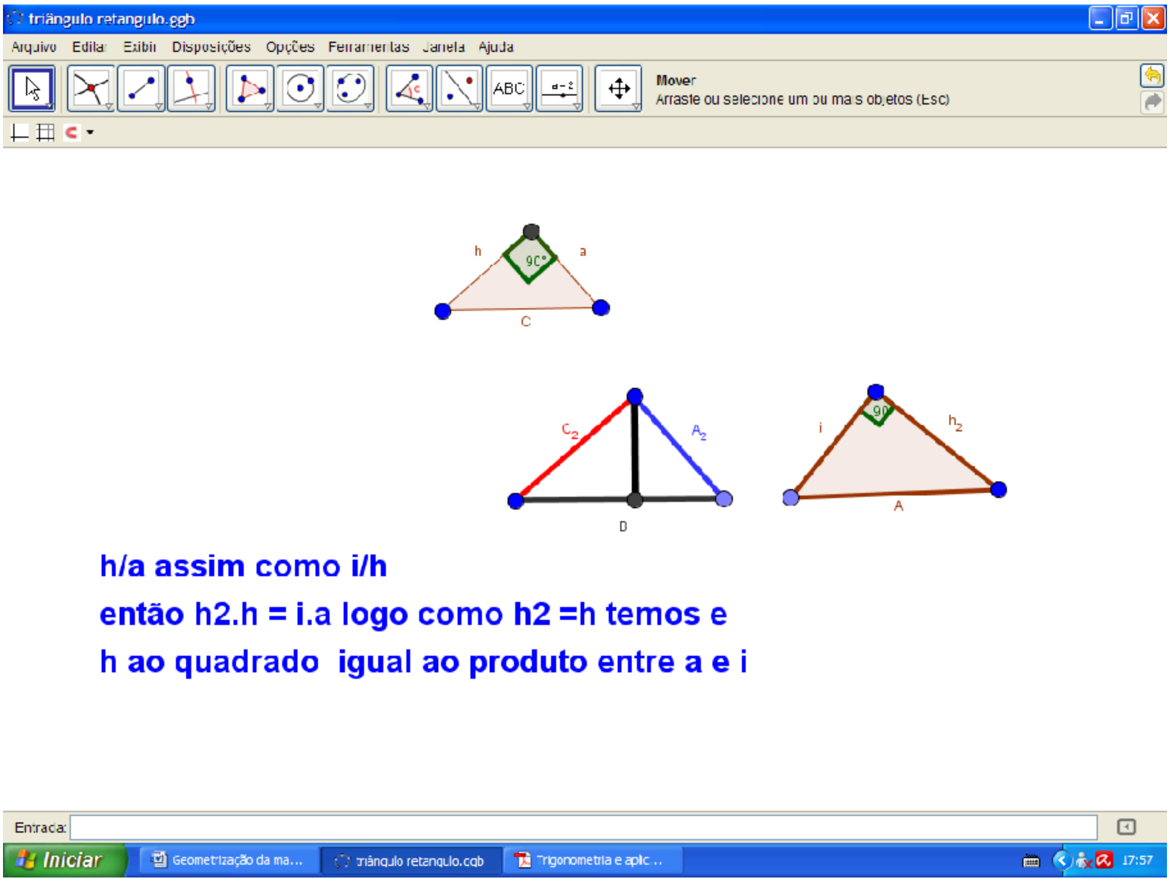
ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

$\frac{A2}{h2} = \frac{B}{A}$ logo A^2=Bh



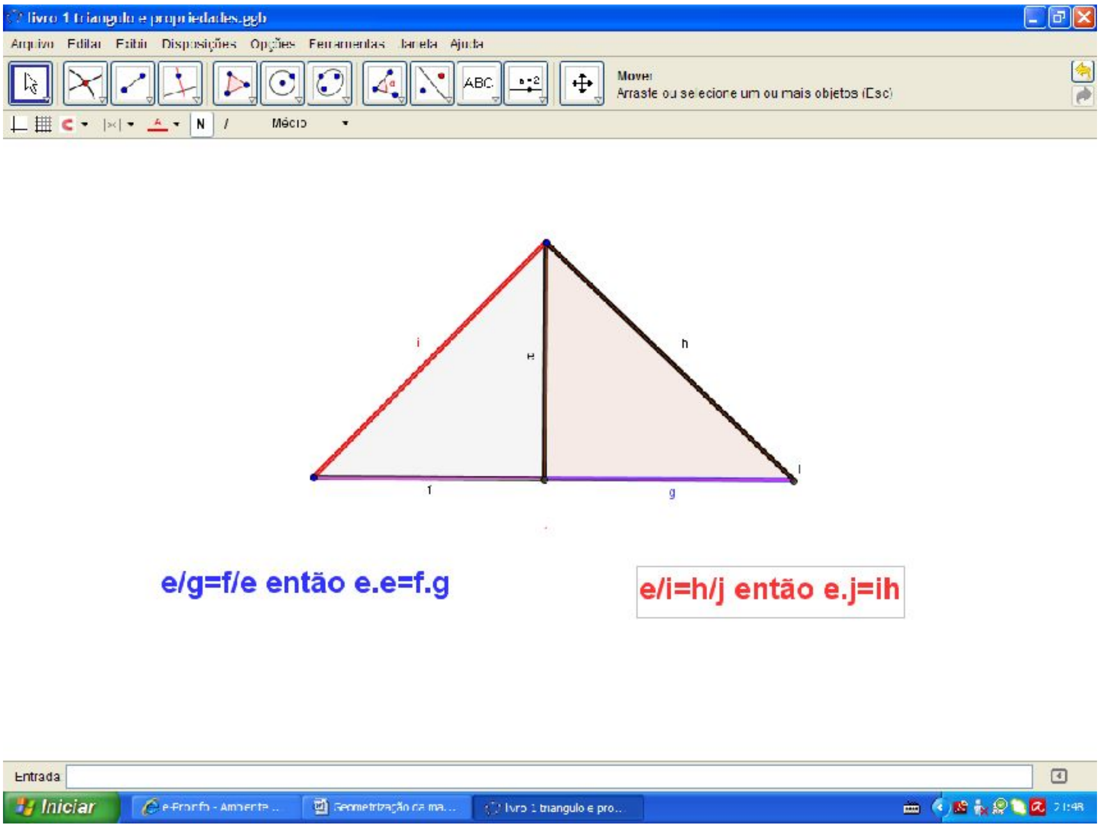
$\frac{B}{A2} = \frac{C2}{h}$ logo B.h=C2.A2

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO



$\frac{h}{a} = \frac{i}{h}$ logo $h^2 = ai$

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO



ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO