

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos, para cada garrafa 100 gramos y 1 kg para cada bidón. El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que, por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora. ¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$. Hallar los extremos relativos y la ecuación explícita de la recta tangente en el punto $x = e$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$. Calcula el límite en más infinito de $x^2 \cdot f(x)$.

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+3}{5+2x} \right)^{\frac{1}{x+2}}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] La nota media de los alumnos de un colegio, en una asignatura, es 6.50. Y su varianza es de 1.25. Determinar qué porcentaje de alumnos no supera la nota de 5. E indicar cuál es el intervalo de calificaciones que engloba entre el 70% y el 80% del alumnado. Asumimos que la nota media sigue una distribución gaussiana de probabilidad.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una marca de vehículos ha vendido este mes coches de tres colores: blancos, negros y rojos. El 60% de los coches blancos más el 50% de los coches negros representan el 30% de los coches vendidos. El 20% de los coches blancos junto con el 60% de los coches negros y el 60% de los coches rojos representan la mitad de los coches vendidos. Se han vendido 100 coches negros más que blancos. Determina el número de coches vendidos de cada color.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] La siguiente tabla muestra la merienda en el recreo de un grupo de alumnos de un centro escolar, un día determinado.

Alumno	Merienda
Antonio	Palmera de chocolate
María	Bocadillo
Luis	Cerezas
Ana	Galletas
Daniel	No come nada
Rosa	Plátano
Miriam	Mandarina
Cayetano	Donut
Felipe	Manzana
Victoria	Patatas fritas
Samuel	Bocadillo
Rodrigo	Bocadillo
Vanesa	Galletas
Jaime	No come nada
Miriam	Plátano
David	Manzana

A partir de los datos de esta muestra, inferir un intervalo al 95% de confianza para determinar la proporción de alumnos que toman fruta durante el recreo en todo el colegio.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia las asíntotas de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 1 \text{ siendo } a \text{ y } b \text{ números reales.} \\ \frac{x^2}{x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Obtener la inversa de $f(x) = \frac{1}{x-1}$ y comprobar que la composición de la función con su inversa coincide con la función identidad.

b) [1,5 puntos] Obtener los puntos de la gráfica de $f(x) = x^2 + 2x + 4$ cuya recta tangente pase por el punto (0,0).