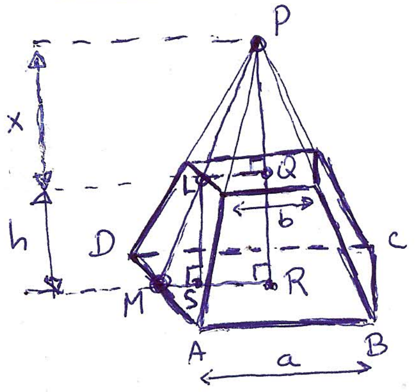
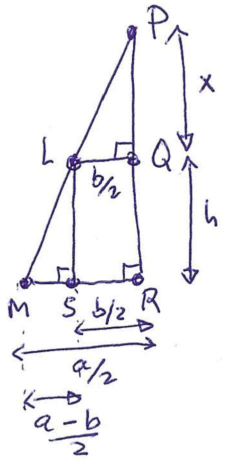
Volum del tronc de piràmide

(En funció de les bases i l'altura)





$\widehat{PQL}$ i $\widehat{LSM}$ són triangles semblants.

Llavors, $\frac{x}{h} = \frac{b/2}{\frac{a-b}{2}}$

Per tant, $x = \frac{h \cdot b}{a-b}$

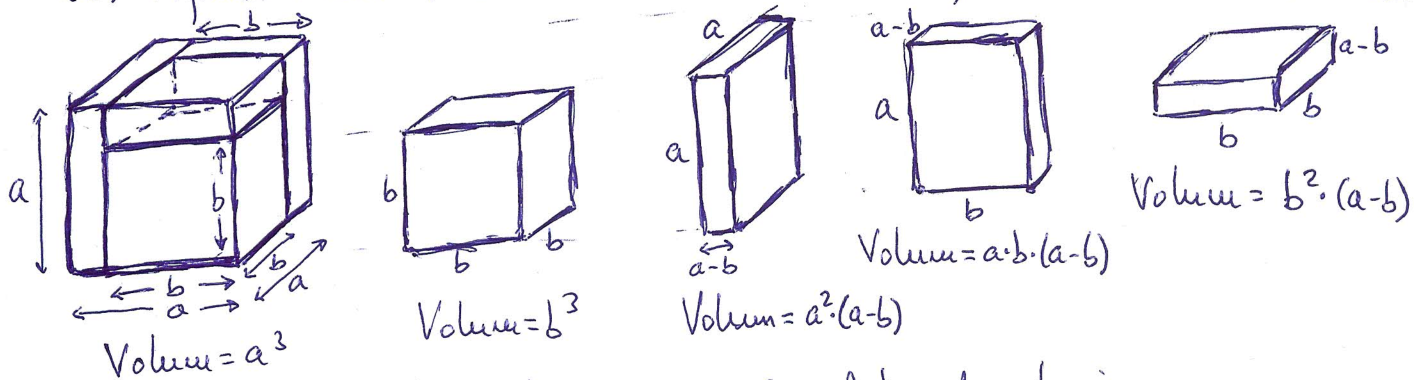
A partir d'aquesta expressió es pot obtenir el volum del tronc com la resta dels volums de dues piràmides.

- La piràmide gran té la base igual a un quadrat de costat "a" i altura "x+h".
- La piràmide petita té la base igual a un quadrat de costat "b" i altura "x".
- De la diferència dels volums de les dues s'obtindrà el volum del tronc en funció de a, b i l'altura "h" del tronc.

$$\text{Volum del tronc} = \frac{1}{3} a^2 \cdot \left(h + \frac{h \cdot b}{a-b}\right) - \frac{1}{3} b^2 \cdot \frac{hb}{a-b} = \frac{a^2}{3} \cdot \frac{ha - \cancel{hb} + \cancel{hb}}{a-b} - \frac{b^3}{3} \cdot \frac{h}{a-b}$$

$$= \frac{h}{3} \cdot \frac{a^3 - b^3}{a-b} \underset{(*)}{=} \boxed{\frac{h\,(a^2 + ab + b^2)}{3}}$$

(*) Aquest resultat s'obté d'observar la diferència $a^3 - b^3$ de dos cubs.



Si estem atents a la dissecció realitzada, tenim

$$a^3 - b^3 = a^2(a-b) + a \cdot b\,(a-b) + b^2(a-b) = (a^2 + a \cdot b + b^2) \cdot (a-b)$$

Per tant,

$$\frac{a^3 - b^3}{a-b} = a^2 + ab + b^2$$