Matematica per Scenari

MATEMATICA E SPORT

MODULO 3
Approfondimento

Un approccio algebrico
SLIDE

POLI Open Knowledge MI

effediesse = f(s)

www.pok.polimi.it
fds.mate.polimi.it

UN APPROCCIO ALGEBRICO

Problema: occorre trovare l'angolo α' non sul piano orizzontale, ma sul piano che passa per E e per A' e B'.

- Per trovare γ' utilizzo la formula:

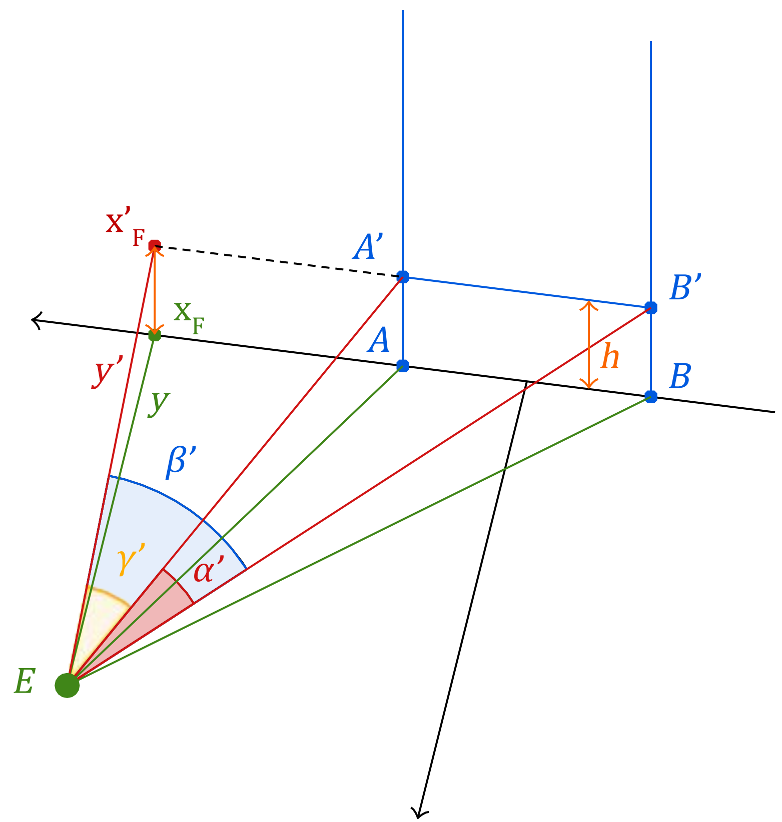
$$tan\gamma' = \frac{x_F' - \frac{p}{2}}{y'} = \frac{x_F - \frac{p}{2}}{\sqrt{y^2 + h^2}}$$

- Per trovare β', in modo analogo:

$$tan\beta' = \frac{x_F' + \frac{p}{2}}{y'} = \frac{x_F + \frac{p}{2}}{\sqrt{y^2 + h^2}}$$

- Tramite le formule trigonometriche otteniamo che:

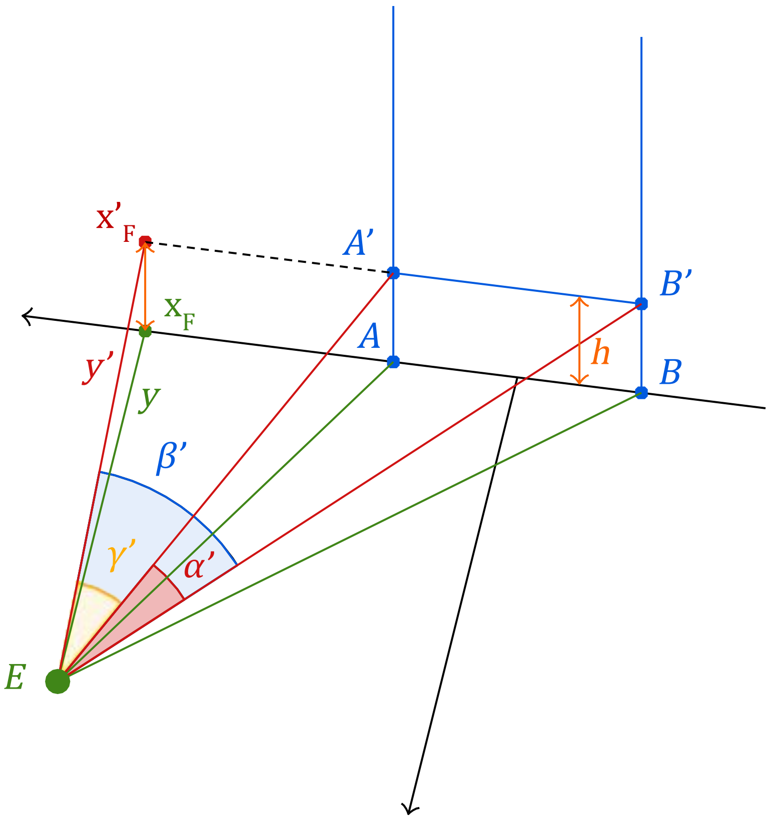
$$tan\alpha' = \frac{p\sqrt{y^2 + h^2}}{y^2 + h^2 + x_F^2 - \frac{p^2}{4}}$$



UN APPROCCIO ALGEBRICO

Come prima, per trovare l'angolo massimo α', troviamo il massimo di $\tan \alpha'$:

$$f(y) = \frac{p\sqrt{y^2 + h^2}}{y^2 + h^2 + x_F^2 - \frac{p^2}{4}}$$

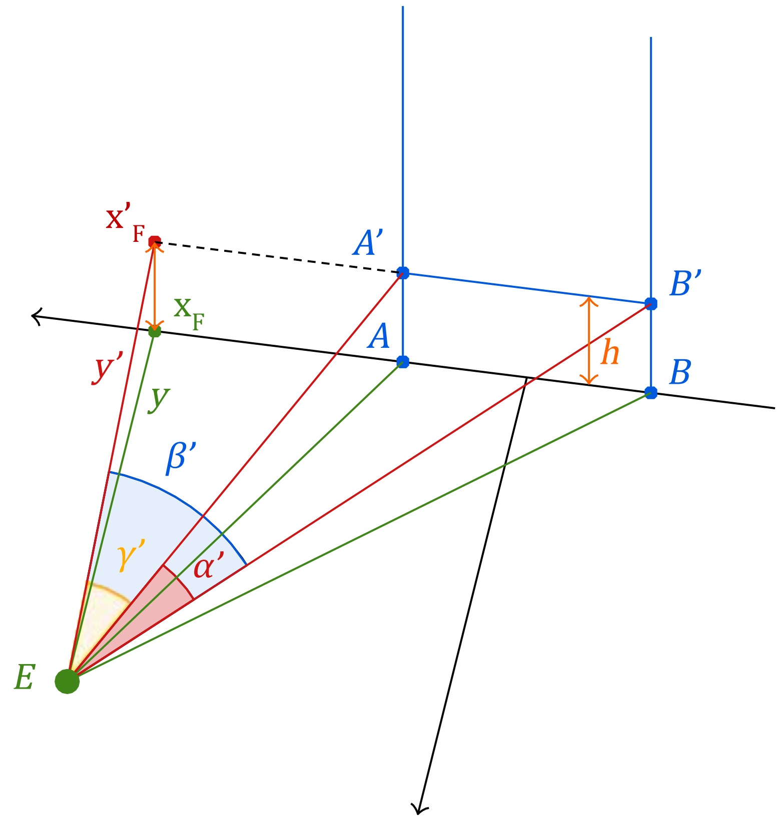


Come prima, per trovare l'angolo massimo α', troviamo il massimo di $\tan \alpha'$:

$$f(y) = \frac{p\sqrt{y^2+h^2}}{y^2+h^2+x_F^2-\frac{p^2}{4}}$$

- Calcoliamo la derivata prima:

$$f'(y) = \frac{py\left(x_F^2-y^2-h^2-\frac{p^2}{4}\right)}{\sqrt{y^2+h^2}\left(y^2+h^2+x_F^2-\frac{p^2}{4}\right)^2}$$



UN APPROCCIO ALGEBRICO

Come prima, per trovare l'angolo massimo α', troviamo il massimo di $\tan \alpha'$:

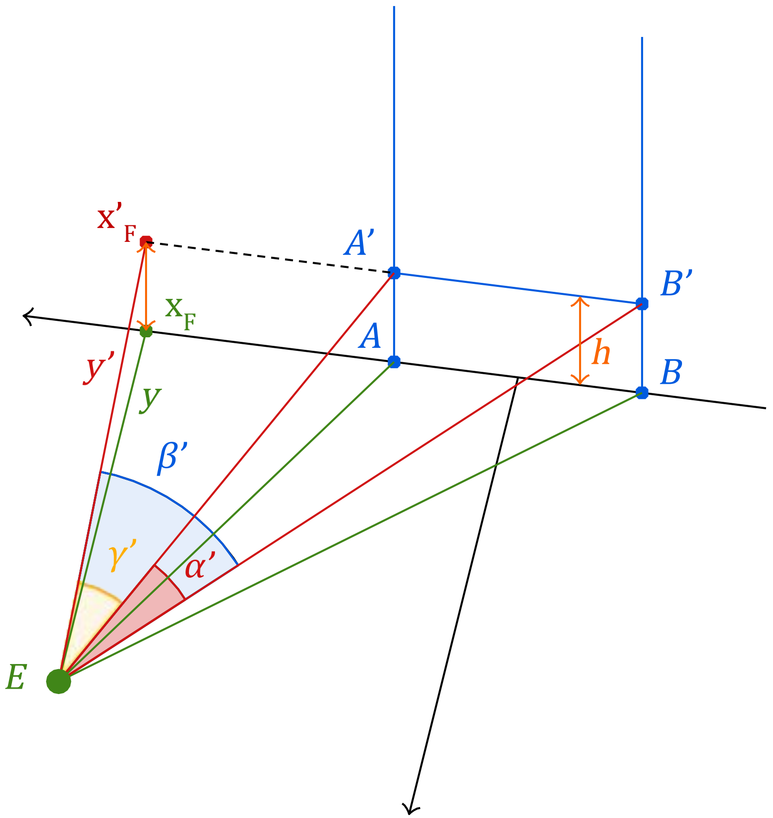
$$f(y) = \frac{p\sqrt{y^2 + h^2}}{y^2 + h^2 + x_F^2 - \frac{p^2}{4}}$$

- Calcoliamo la derivata prima:

$$f'(y) = \frac{py\left(x_F^2 - y^2 - h^2 - \frac{p^2}{4}\right)}{\sqrt{y^2 + h^2}\left(y^2 + h^2 + x_F^2 - \frac{p^2}{4}\right)^2}$$

- I valori di y che rendono nulla la derivata prima sono tali che:

$$y^2 = x^2 - h^2 - \frac{p^2}{4}$$



UN APPROCCIO ALGEBRICO

Si tratta di un'iperbole $x^2 - y^2 = \frac{p^2}{4} + h^2$ che possiamo scrivere come:

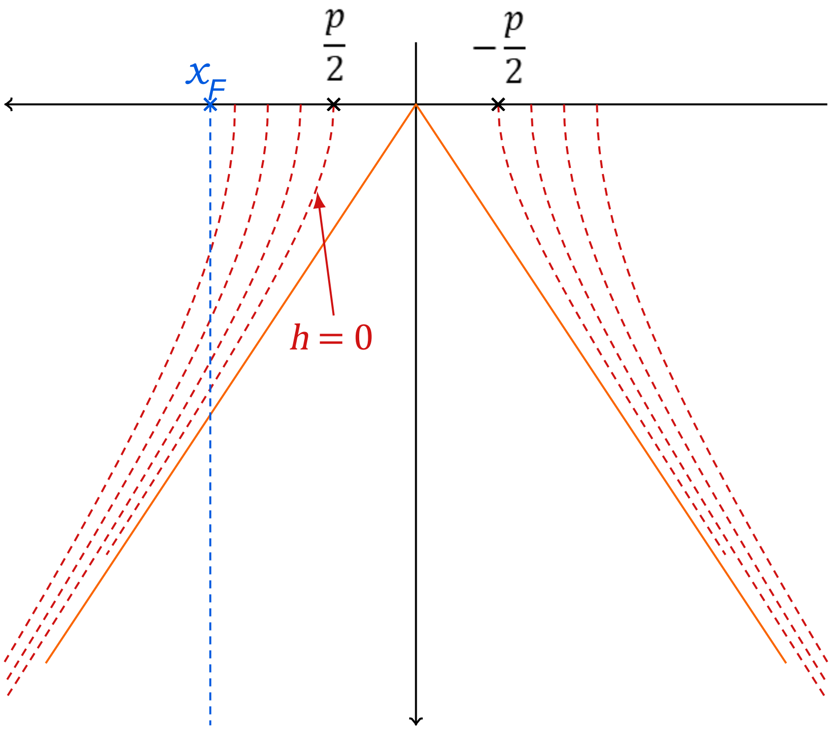
$$\frac{x^2}{\frac{p^2}{4}+h^2} - \frac{y^2}{\frac{p^2}{4}+h^2} = 1$$

- E` un'iperbole equilatera con asintoti

$$y = \pm x$$

- Interseca l'asse delle *x* nei punti

$$\left(0, \pm\sqrt{\frac{p^2}{4} + h^2}\right)$$



Osservazione: h si trova sull'asse z, ma entra nell'equazione dell'iperbole sul piano xOy. Quindi, a seconda dell'altezza h a cui si vuole che il pallone superi la porta, la posizione ottimale per calciare si trova sull'iperbole corrispondente ad h.