

Propuesta de aula

Grupo: Sexto año, opción matemática y diseño. Matemática IV

Tema: Poliedros regulares.

Objetivos:

- Reconocer los cinco poliedros regulares.
- Observar por qué son llamados regulares.
- Descubrir y realizar el procedimiento de construcción de uno de los cinco poliedros regulares.

Tiempo: aproximadamente 130 minutos.

Conocimientos previos:

- Concepto de poliedro.
- Concepto de polígono.
- Concepto de polígono regular.

Estrategias metodológicas:

Se apostará al trabajo individual y a la posterior discusión o puesta en común. La intención del trabajo individual es que los estudiantes puedan lograr cierta independencia del docente y logren ser ellos mismos quienes investiguen y observen.

Se utilizará la herramienta GeoGebra pues se entiende que esta permite realizar una observación más rápida y clara de, en este caso, el dodecaedro. La clase culminará con algunas observaciones y una tarea que se les pedirá a los estudiantes que realicen en su casa.

Desarrollo tentativo de la clase:

Paso n°1. Se comenzará la clase preguntando a los estudiantes:

1. ¿A qué llamamos polígono?
2. ¿A qué llamamos polígono regular?
3. ¿A qué llamamos poliedro?

Se espera que los estudiantes digan que:

1. Llamamos polígono a una figura plana cerrada delimitada, por lo menos,
2. Llamamos polígono regular a un polígono cuyos lados y ángulos son por tres segmentos, a los cuales llamamos lados. iguales.
3. Llamamos poliedro a una porción de espacio limitada por polígonos.

Paso n°2. Se le entregará a cada estudiante una hoja con la siguiente actividad y se les pedirá que la realicen:

Actividad 1

Ingresar

a

http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/cuerposgeom/poliedros_regulares.html , lee el texto que allí aparece y responde las siguientes preguntas

¿A qué se le denomina poliedro regular según lo que allí se dice?

¿Cuántos poliedros regulares se conocen? ¿Cuáles son?

Haz clic en la opción “Siguiente”. ¿Cuántas caras tiene el tetraedro y qué polígono regular es cada una de estas?

- ¿Cuántas caras tiene el cubo y qué polígono regular es cada una de estas?
- ¿Cuántas caras tiene el octaedro y qué polígono regular es cada una de estas?
- ¿Cuántas caras tiene el dodecaedro y qué polígono regular es cada una de estas?
- ¿Cuántas caras tiene el icosaedro y qué polígono regular es cada una de estas?
- ¿Harías alguna modificación a la definición de poliedro regular que diste en la parte a)?
- Investiga qué otro nombre se les otorga a los poliedros regulares. Teniendo en cuenta el enlace al que se te pidió ingresar, ¿por qué crees que se les denomina así?

El objetivo específico de esta actividad es que los estudiantes respondan lo siguiente:

Se le denomina poliedro regular a un poliedro cuyas caras son polígonos regulares entre sí y en cuyos vértices concurren el mismo número de caras.

- Se conocen cinco poliedros regulares: el tetraedro, el cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.
- El tetraedro tiene cuatro caras y son todas triángulos equiláteros iguales.
- El cubo tiene seis caras y son todas cuadrados iguales.
- El octaedro tiene ocho caras y son todas triángulos equiláteros iguales.
- El dodecaedro tiene doce caras y son todas pentágonos regulares iguales.
- El icosaedro tiene veinte caras y son todas triángulos equiláteros iguales.
- Sí. Deberíamos decir que un poliedro regular es un poliedro cuyas caras son todas polígonos regulares iguales y en cuyos vértices concurren la misma cantidad de caras.
- A los poliedros regulares también se los llama sólidos platónicos, pues fue Platón quien asoció a cuatro de los poliedros regulares los elementos que según los griegos formaban el Universo, y al dodecaedro lo asoció con este último.

La idea general de esta actividad es que los estudiantes lean e investiguen, y a partir de ello que puedan responder las preguntas que se les plantean. La intención es que puedan ver que ellos mismos pueden indagar y conocer por sus propios medios, sin la necesidad de que sea siempre el docente el que “transmita” el conocimiento. Con esta actividad se pretende que comiencen a independizarse en el proceso de conocimiento, que empiecen a lograr formarse ellos mismos, teniendo en cuenta que no toda la información que circula en las redes es veraz (de hecho, una de las preguntas de la actividad es si modificarían algo de la definición que se presenta en la página de Ceibal).

Se dejará que trabajen individualmente, pero se observará el trabajo que estén realizando para poder guiarlos en caso de que no puedan avanzar. Cuando la mayoría finalice, se procederá a realizar una puesta en común y se dejará que los estudiantes den sus respuestas y las argumenten, así como también que discutan entre ellos.

Paso n°3. Se les dirá a los estudiantes que se va a observar uno de los cinco poliedros regulares y se tratará de escribir un algoritmo de construcción del mismo.

Paso n°4. Tras la discusión y las conclusiones a las que se arribaron de la Actividad 1, se les entregará a los estudiantes una hoja con la siguiente actividad:

Actividad 2

Ingresa al applet 1 y sigue las indicaciones que allí aparecen.

Tratemos de hallar un algoritmo de construcción del dodecaedro.

- a) ¿Cuántas caras tiene el dodecaedro y qué polígono regular es cada una de ellas?
- b) ¿Crees oportuno comenzar por dibujar un pentágono regular?
- c) Observa el dodecaedro y usando el click derecho y moviendo el mouse concéntrate en una de las caras. ¿Cuántos pentágonos regulares hay alrededor del pentágono que estás observando?
- d) ¿Es conveniente dibujar cinco pentágonos alrededor del pentágono dibujado inicialmente, teniendo en cuenta que uno de los lados de cada uno de estos pentágonos debe coincidir con uno de los lados del pentágono inicial?

En esta actividad, se pretende que los estudiantes observen que:

1. El dodecaedro tiene doce caras y cada una de estas es un pentágono regular de la misma medida (ya lo sabían de la Actividad 1).
2. Para construir el dodecaedro, lo primero que debe hacerse es dibujar un pentágono regular (puesto que las caras del dodecaedro son pentágonos regulares).
3. Alrededor de cualquier pentágono que se observe hay cinco pentágonos más.
4. Luego de dibujar el primer pentágono, lo más conveniente quizás sea dibujar alrededor de este cinco pentágonos más, considerando que uno de los lados de cada pentágono debe coincidir con uno de los lados del pentágono inicial.

La intención en esta segunda actividad es que los estudiantes puedan por ellos mismos tratar de comenzar a escribir un algoritmo de construcción del dodecaedro.

Es por ello que se plantean las observaciones y las preguntas que se plantean.

Cuando la mayoría haya finalizado, se realizará una puesta en común y dejará que compartan y discutan las respuestas que dieron.

Paso n°5. Tras la corrección de la segunda actividad, se repartirá a cada estudiante una hoja con la tercera actividad, que es la siguiente:

Actividad 3

Ingresa ahora al applet 2

- a) Mueve el deslizador y dale a d los siguientes valores: 2, 3, 4 y 5. La construcción que aparece, ¿se asemeja a la que habías creído conveniente en la Actividad 2?
- b) Mueve el deslizador y dale a d valores mayores que 5, hasta llegar a 12. ¿Cuántos pentágonos aparecen allí?
- c) Efectivamente, el desarrollo que se genera al mover el deslizador y darle valores crecientes a d es un posible algoritmo de construcción del dodecaedro. Escribe en tu cuaderno paso a paso el algoritmo de construcción que se realiza en el applet.

Esta actividad pretende ser el complemento de la anterior en cuanto a que aquí se presenta un algoritmo de construcción ya. No se optó por seguir la idea de la Actividad 2 puesto que demandaría mucho más tiempo tratar de que los estudiantes por sí solos lleguen a realizar un desarrollo en el plano del dodecaedro, aunque no dejo de reconocer que sería una opción interesantísima de trabajar. Pese a ello, se trata de que los estudiantes sean quienes escriban el algoritmo de construcción a partir del procedimiento que se visualiza en el applet.

Un posible algoritmo de construcción es el siguiente:

1. Construir un pentágono regular ABCDE (en sentido antihorario).
2. Construir un pentágono regular DCFGH (en sentido antihorario), donde C y D son los mismos de 1).
3. Construir un pentágono regular EDIJK (en sentido antihorario), donde D y E son los mismos de 1).
4. Construir un pentágono regular AELMN (en sentido antihorario), donde A y E son los mismos de 1).
5. Construir un pentágono regular BAOPQ (en sentido antihorario), donde A y B son los mismos de 1).
6. Construir un pentágono regular CBRST (en sentido antihorario), donde B y C son los mismos de 1).
7. Construir un pentágono regular $TSC_1D_1E_1$ (en sentido antihorario), donde S y T son los mismos de 6).
8. Construir un pentágono regular HGZA₁B₁ (en sentido antihorario), donde G y H son los mismos de 2).
9. Construir un pentágono regular KJUVW (en sentido antihorario), donde J y K son los mismos de 3).
10. Construir un pentágono regular QP₁J₁K₁ (en sentido antihorario), donde P y Q son los mismos de 5).
11. Construir un pentágono regular POF₁G₁H₁ (en sentido antihorario), donde O y P son los mismos de 5).
12. Construir un pentágono regular H₁G₁L₁M₁N₁ (en sentido antihorario), donde G₁ y H₁ son los mismos de 11).

Paso n°6. Tras la Actividad 3, se les pedirá a los estudiantes que ingresen al applet 3. Se les preguntará lo siguiente: ¿qué es lo que aparece en la “Vista gráfica” (exceptuando el botón “Construcción”)? Se espera que respondan que es el desarrollo en el plano del dodecaedro que aparece en la “Vista gráfica 3D”. Se les pedirá además que verifiquen tal afirmación,

presionando el botón “Construcción” y el ícono de reproducción que aparece en la esquina inferior izquierda. Se espera que observen que realmente lo que aparece en la “Vista gráfica” es el desarrollo en el plano del dodecaedro de la “Vista gráfica 3D”.

Paso n°7. Tras las observaciones y las conclusiones a las que se arriben en el paso anterior, se les pedirá a los estudiantes como tarea que:

1. Investiguen si es necesario dibujar algo más en el desarrollo que se ha hecho del dodecaedro en el plano para poder construirlo.
2. Piensen y escriban otra manera de construir un dodecaedro.
3. Construyan un dodecaedro y lo decoren.
4. Investiguen el uso del dodecaedro en la arquitectura y piensen un sitio de la ciudad donde les gustaría colocar un dodecaedro y qué particularidades tendría este.

Ventajas del uso de GeoGebra:

En este caso, el uso de GeoGebra nos permite agilizar los procesos de observación y construcción, así como también permite realizar una observación clara y precisa de esta. Utilizando GeoGebra, los estudiantes pueden descubrir el desarrollo en el plano de un poliedro regular cualquiera, pese a que lleve un tiempo considerable, pues la Vista gráfica 3D permite observar todas las caras, desde diferentes perspectivas, del poliedro con el que se trabaje.

Sin duda alguna que el uso de los deslizadores permite que vayan visualizando paso a paso un posible algoritmo de construcción, y la opción “Desarrollo” del poliedro permite constatar realmente si el desarrollo en el plano que el estudiante encontró es correcto o no.

Bibliografía:

- Quesada, C. (2006). *Los sólidos platónicos. Historia, Propiedades y Arte*. Barcelona.

<https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Los%20solidos%20platonicos.pdf> [Consulta: 3 de noviembre de 2015].

- Plan Ceibal.

<http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/cuerposgeom/poliedros_regulares.html> [Consulta: 3 de noviembre de 2015]

Links a los applets: <http://ggbm.at/CRDffray>, <http://ggbm.at/z89xBuwx>, <http://ggbm.at/x2T4aUwQ>

Link libro applets de educación media con Ceibal:

<https://www.geogebra.org/material/simple/id/2440183#>

Creado por Rodrigo De Leon

Corregido por Equipo de Matemática de Plan Ceibal