CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA
USC

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade **Código: 20**

XUÑO 2017

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 2 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 3 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determina, segundo os valores de λ, o rango da matriz $AA^t - \lambda I$, sendo A^t a matriz trasposta de A e I a matriz unidade de orde 2.

b) Determina a matriz $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ que verifica a ecuación matricial $AA^t\mathrm{X} = 6\mathrm{X}$.

2. a) Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{sen^2 x\ - 3x^2}{e^{x^2} - \ cos 2x}$

b) Deséxase construír unha caixa de base cadrada, con tapa e cunha capacidade de 80 dm^3. Para a tapa e a superficie lateral quérese utilizar un material que custa 2€/dm^2 e para a base outro que custa 3€/dm^2. Calcula as dimensións da caixa para que o seu custo sexa mínimo

c) Calcula $\int_0^1 xln(1+x)dx$

3. Dados os planos $\pi_1 : x + y - z + 2 = 0;\ \ \pi_2 : \begin{cases} x = \ 2 + \ \lambda \ + \ \mu \\ y = \qquad \lambda + 3\mu \\ z = \ -1 - \lambda \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa de π_1 e π_2. Se se cortan, calcula o ángulo que forman.

b) Sexa r a recta que pasa polo punto $P(1,1,1)$ e é perpendicular a π_1. Calcula o punto de corte de r e π_1.

c) Calcula o punto simétrico do punto $P(1,1,1)$ respecto do plano π_1

4. a) Nun experimento aleatorio, sexan A e B dous sucesos con $P(\bar{A}) = 0{,}4$; $P(B) = 0{,}7$. Se A e B son independentes, calcula $P(A \cup B)$ e $P(A - B)$. (Nota: $\bar{A}$ suceso contrario ou complementario de A).

b) Nun grupo de 100 persoas hai 40 homes e 60 mulleres. Elíxense ao azar 4 persoas do grupo, ¿cal é a probabilidade de seleccionar máis mulleres que homes?

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o sistema de ecuacións:

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 1 \\ x \qquad - z &= m \\ x \ + \ y - z &= 1 \end{aligned}$$

b) Resólveo, se é posible, cando $m = 1$.

2. a) Calcula os valores a, b para que a función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & se\ x < 3 \\ \ln(x-2) & se\ x \geq 3 \end{cases}$ sexa derivable en $x = 3$ e determina o punto no que a tanxente á gráfica de $f(x)$ é paralela á recta $x + 3y = 0$.

b) Se $P(x)$ é un polinomio de terceiro grao, cun punto de inflexión no punto $(0,5)$ e un extremo relativo no punto $(1,1)$, calcula $\int_0^1 P(x)dx$.

3. Sexa r a recta que pasa polos puntos $P(1,0,5)$ e $Q(5,2,3)$

a) Calcula a distancia do punto $A(5,-1,6)$ á recta r.

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é perpendicular a r e pasa polo punto $A(5,-1,6)$.

c) Calcula a área do triángulo de vértices os puntos $P(1,0,5)$, $A(5,-1,6)$ e o punto de corte da recta r co plano $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$.

4. Nun estudo realizado nun centro de saúde, observouse que o 30% dos pacientes son fumadores e destes, o 60% son homes. Entre os pacientes que non son fumadores, o 70% son mulleres. Elixido un paciente ao azar,

a) Calcula a probabilidade de que o paciente sexa muller

b) Se o paciente elixido é home, ¿cal é a probabilidade de que sexa fumador?

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade

Código: 20

SETEMBRO 2017

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 2 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 3 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

a) Determina, segundo os valores de k, o rango das matrices AB e BA.

b) Para o valor $k = 0$, determina as matrices X que verifican $ABX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2. a) Calcula: i) $\lim_{x\to-\infty} \frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$; ii) $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$

b) A derivada dunha función $f(x)$, que ten por dominio $(0,\infty)$, é $f'(x) = 1 + lnx$. Determina a función $f(x)$ tendo en conta que a súa gráfica pasa polo punto $(1,4)$.

c) Determina, se existen, os máximos e mínimos relativos de $f(x)$.

3. Sexa r a recta que pasa polos puntos $(0,1,3)$ e $(1,1,1)$ e s a recta $s\colon \begin{cases} x + y - 2z - 1 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$

a) Estuda a súa posición relativa.

b) ¿É s paralela ao plano YZ? ¿Está contida no devandito plano?

c) Calcula a distancia da recta r ao plano $\pi: 2x + z = 0$.

4. Sexan A e B dous sucesos con $P(A) = 0{,}7; P(B) = 0{,}6$ e $P(A \cup B) = 0{,}9$

a) ¿Son A e B sucesos independentes? Xustifica a resposta.

b) Calcula $P(A - B)$ e $P(A/\bar{B})$. (Nota: $\bar{B}$ suceso contrario ou complementario de B).

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o sistema de ecuacións:

$$\begin{aligned} 3x - 2y \quad\quad &= 0 \\ x - y + z &= m \\ x + my - 2z &= m \end{aligned}$$

b) Resólveo, se é posible, cando $m = 0$.

2. Dada a función $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$

a) Estuda, en $x = 0$, a continuidade e derivabilidade de $f(x)$.

b) Determina os puntos da gráfica de $f(x)$ nos que a recta tanxente é paralela á recta $x - 4y = 0$ e determina as ecuacións desas rectas tanxentes.

c) Calcula $\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

3. Dados os planos $\alpha: 2x - 2y + 4z - 7 = 0$; $\beta: \begin{cases} x = 1 - \lambda + 3\mu \\ y = 5 + \lambda + \mu \\ z = 4 + \lambda - \mu \end{cases}$; e a recta $r\colon \begin{cases} x + 2z - 3 = 0 \\ y - 5 = 0 \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa dos planos α e β. Calcula a distancia entre eles.

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é perpendicular a α e contén á recta r.

c) Sexan P e Q os puntos de corte da recta r cos planos XY e YZ respectivamente. Calcula a distancia entre P e Q.

4. O total de vendas diarias nun pequeno restaurante é unha variable que segue unha distribución normal de media 1220€ ao día e desviación típica 120€ ao día.

a) Calcula a probabilidade de que nun día elixido ao azar as vendas excedan de 1400€.

b) Se o restaurante debe vender polo menos 980€ ao día para cubrir os gastos, ¿cal é a probabilidade de que un día elixido ao azar, o restaurante non cubra gastos?

ABAU
CONVOCATORIA DE XUÑO
Ano 2017

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS II
(Cód. 20)

OPCIÓN A

1) a) 1 punto:

- 0,25 puntos pola obtención da matriz $AA^t - \lambda I$
- 0,75 puntos pola determinación do rango (0,25 por cada caso:λ=0;λ =6;$\lambda \neq 0$ $e\lambda \neq 6$)

b) 1 punto

2) a) 0,5 puntos

b) 1,25puntos

- 0,5 puntos pola obtención da función a minimizar
- 0,5 puntos pola obtención dos valores que minimizan o custo
- 0,25 puntos pola xustificación do mínimo.

c) 1,25 puntos

- 0,5 puntos pola integral por partes
- 0,5 puntos pola integral racional
- 0,25 puntos pola aplicación de Barrow

3) a) 1 punto:

- 0,5 puntos pola xustificación de que os planos se cortan
- 0,5 puntos pola xustificación de que son perpendiculares

b) 1 punto

c) 1 punto

4) a) 1 punto:

- 0,5 puntos polo cálculo de $P(A \cup B)$.
- 0,5 puntos polo cálculo de $P(A - B)$.

b) 1 punto:

- 0,5 puntos pola formulación do problema
- 0,5 puntos polo cálculo da probabilidade pedida

OPCIÓN B

1) a) 1 punto

b) 1 punto

2) a) 1,5 puntos:

- 0,5 puntos pola condición de continuidade
- 0,5 puntos pola condición de derivable.
- 0,5 puntos pola obtención do punto no que a tanxente á grafica da función é paralela á recta dada.

b) 1,5puntos:

- 1 punto pola obtención do polinomio de terceiro grao (0,5 puntos pola determinación dos coeficientes a partir da condición de punto de inflexión e 0,5 puntos pola determinación dos coeficientes a partir da condición de extremo relativo)
- 0,5 puntos polo cálculo da integral definida (0,25 puntos polo cálculo dunha primitiva e 0,25 puntos pola aplicación de Barrow)

3) a) 1 punto

b) 1 punto

c) 1 punto:

- 0,5 puntos pola determinación do punto de corte da recta co plano.
- 0,5 puntos polo cálculo da área do triángulo.

4) a) 1 punto

b) 1 punto

ABAU
CONVOCATORIA DE SETEMBRO
Ano 2017
CRITERIOS DE AVALIACIÓN
MATEMÁTICAS II
(Cód. 20)

OPCIÓN A

1) a) 1 punto:

- 0,5 puntos pola determinación do rango de AB
- 0,5 puntos pola determinación do rango de BA

b) 1 punto

2) a) 1 punto:
- 0,5 puntos polo apartado i)
- 0,5 puntos polo apartado ii)

b) 1punto:

- 0,75 puntos pola integral indefinida
- 0,25 puntos pola determinación da constante

c) 1 punto:

- 0,5 puntos pola determinación do punto crítico
- 0,5 puntos pola determinación do mínimo relativo

3) a) 1 punto

b) 1 punto:

- 0,5 puntos pola xustificación de que a recta s é paralela ao YZ
- 0,5 puntos pola xustificación que a recta s non está contida no plano YZ

c) 1 punto

4) a) 1 punto:

- 0,5 puntos polo cálculo de $P(A \cap B)$.
- 0,5 puntos pola xustificación de que os sucesos non son independentes

b) 1 punto:

- 0,5 puntos polo cálculo de $P(A - B)$.
- 0,5 puntos polo cálculo de $P(A/\bar{B})$.

OPCIÓN B

1) a) 1 punto

b) 1 punto

2) a) 1 punto:

- 0,5 puntos pola continuidade
- 0,5 puntos pola condición de derivabilidade

b) 1 punto:

- 0,5 puntos pola determinación dos puntos nos que a recta tanxente á gráfica de $f(x)$ é paralela á recta $x - 4y = 0$
- 0,5 puntos polas ecuacións das rectas tanxentes á gráfica de $f(x)$ nos puntos $x = -1$ e $x = 1$

c) 1 punto:

- 0,75 puntos polo cálculo da integral indefinida
- 0,25 puntos pola aplicación da regra de Barrow

3) a) 1 punto:

- 0,5 puntos polo estudo da posición relativa dos planos
- 0,5 puntos polo cálculo da distancia entre os planos

b) 1 punto

c) 1 punto:

- 0,5 puntos pola determinación de P e Q
- 0,5 puntos polo cálcula da distancia de P a Q

4) a) 1 punto

b) 1 punto

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

Exercicio 1:

a) $AA^t - \lambda I = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-\lambda & 3 \\ 3 & 3-\lambda \end{pmatrix}$

$3 \neq 0 \quad \Rightarrow rang(\ AA^t - \lambda I) \geq 1$

$\begin{vmatrix} 3-\lambda & 3 \\ 3 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)^2 - 9 = \lambda^2 - 6\lambda = \lambda(\lambda - 6)$

Polo tanto:

$$\boxed{\begin{array}{l} Se\ \ \lambda \neq 0\ \ e\ \ \lambda \neq 6,\ \ rang(\ AA^t - \lambda I) = 2 \\ Se\ \ \lambda = 0\ ou\ \lambda = 6,\ \ rang(\ AA^t - \lambda I) = 1 \end{array}}$$

b)

$AA^tX = 6X \quad \Leftrightarrow \quad (\ AA^t - 6I)X = 0$

Sabemos polo apartado a) que a matriz $AA^t - 6I$ non ten inversa, polo que imos obter infinitas solucións

$(\ AA^t - 6I)X = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \ \Rightarrow 3x - 3y = 0 \ \Rightarrow \ x = y$

As infinitas solucións son

$$\boxed{X = \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}; a \in \mathbb{R}}$$

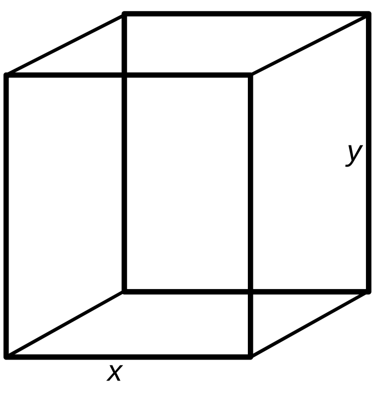
Exercicio 2:

a)

$\frac{0}{0}$ *(L'Hôpital)*

$$\lim_{x\to 0} \frac{sen^2x - 3x^2}{e^{x^2} - cos2x} = \lim_{x\to 0} \frac{2senxcosx - 6x}{2xe^{x^2} + 2sen2x} = \lim_{x\to 0} \frac{2cos^2x - 2sen^2x - 6}{2e^{x^2} + 4x^2e^{x^2} + 4cos2x} = -\frac{4}{6} = \boxed{-\frac{2}{3}}$$

b)



Sexan:

x= medida da base en dm

y = medida da altura en dm

CONVOCATORIA DE XUÑO

Como o volumen é 80dm^3, temos que

$$x^2 y = 80 \;\; \Rightarrow \;\; y = \frac{80}{x^2}$$

e o custo, función a minimizar, será

$$C(x) = 3x^2 + 2x^2 + 8x \cdot \frac{80}{x^2} = 5x^2 + \frac{640}{x}$$

Calculamos puntos críticos:

$$C'(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; 10x - \frac{640}{x^2} = 0 \;\;\Leftrightarrow\;\; 10x^3 = 640 \;\;\Leftrightarrow\;\; x^3 = 64 \;\;\Leftrightarrow\;\; x = 4$$

Ademais

$C"(x) \; = \; 10 \; + \; \frac{1280}{x^3} \;\; \Rightarrow \; C"(4) \; > \; 0$

E polo tanto $C(x)$ ten un mínimo en $x = 4$. Para este valor resulta que $y = \frac{80}{16} = 5$

$$\boxed{Dimensións\!: \; x = 4 \; dm; \; y = 5 \; dm}$$

c)

Calculamos a integral indefinida

$$\int x ln(1+x)dx = \frac{x^2}{2}\ln(1+x) - \frac{1}{2}\int \frac{x^2}{1+x}dx = \frac{x^2}{2}\ln(1+x) \; - \; \frac{1}{2}\int\left(x - 1 + \frac{1}{1+x}\right)dx \; =$$

$$\begin{cases} u = \ln(1+x) \Rightarrow du = \frac{dx}{1+x} \\ dv = xdx \quad\;\; \Rightarrow \; v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

(grao numerador > grao denominador. Facemos a división)

$$= \frac{x^2}{2}\ln(1+x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}ln|1+x| + K$$

Aplicamos a regra de Barrow:

$$\int_0^1 x ln(1+x)dx = \left[\frac{x^2}{2}\ln(1+x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}ln|1+x|\right]_0^1 =$$

$$= \frac{ln2}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{ln2}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{\int_0^1 x ln(1+x)dx = \frac{1}{4}}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 3:

a) Os vectores normais aos planos son:

$$\vec{n}_{\pi_1} = (1,1,-1)$$

$$\vec{n}_{\pi_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (3,-1,2)$$

Como os vectores normais non son proporcionais, entón

$$\boxed{Os\ planos\ córtanse}$$

O ángulo α que forman os planos é o ángulo que forman os vectores normais

$$cos\alpha = \frac{\vec{n}_{\pi_1} \cdot \vec{n}_{\pi_2}}{|\vec{n}_{\pi_1}||\vec{n}_{\pi_2}|} = \frac{3-1-2}{\sqrt{1+1+1} \cdot \sqrt{9+1+4}} = 0$$

Polo tanto

$$\boxed{\alpha = {}^{\pi}/_{2};\ \ \pi_1\ e\ \pi_2\ son\ perpendiculares}$$

b) Como a recta r é perpendicular ao plano π_1, o vector $\vec{n}_{\pi_1}$ é un vector director de r. Ademais, a recta pasa polo punto $P(1,1,1)$. Con estes elementos podemos escribir as ecuacións paramétricas da recta:

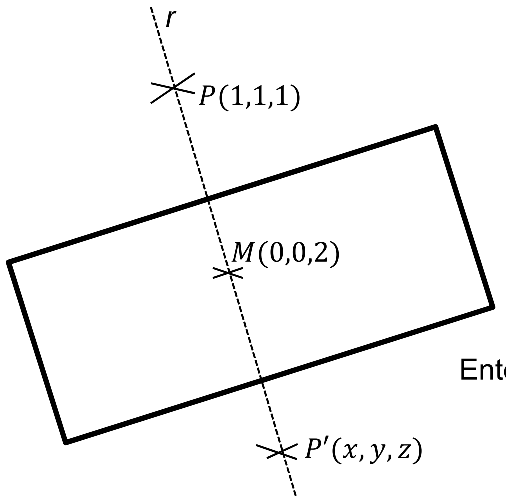
$$r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$$

Para calcular o punto de corte da recta co plano, sustituimos na ecuación de π_1

$$1 + \lambda + 1 + \lambda - 1 + \lambda + 2 = 0 \ \Rightarrow \ \lambda = -1$$

Sustituindo este valor de λ nas ecuacións paramétricas, obtemos o punto de corte da recta e o plano

$$\boxed{M(0,0,2)}$$



Temos que:

M é o punto de corte de r e π_1
$P(1,1,1)$ é un punto de r
r é perpendicular a π_1

Entón M é o punto medio de P e o seu simétrico $P'(x,y,z)$

Polo tanto:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \frac{x+1}{2} \\ 0 &= \frac{y+1}{2} \\ 2 &= \frac{z+1}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \boxed{P'(-1,-1,3)}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 4:

a) $P(\bar{A}) = 0{,}4 \Rightarrow P(A) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

Como A e B son independentes:

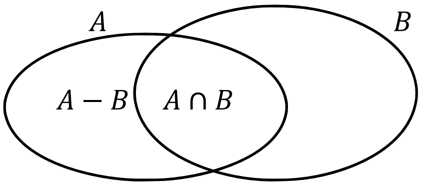
$$\left.\begin{array}{l} P(A) = P(A/B) \\ \text{Pero} \\ P(A/B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} \end{array}\right\} \Rightarrow P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) = 0{,}6\cdot 0{,}7 = 0{,}42$$

Entón

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0{,}6 + 0{,}7 - 0{,}42 = 0{,}88$$

$$\boxed{P(A\cup B) = 0{,}88}$$

Por outra parte,



$$A = (A - B) \underset{\uparrow}{\cup} (A\cap B)$$

Disxunta

Polo tanto

$$P(A - B) = P(A) - P(A\cap B) \Rightarrow P(A - B) = 0{,}6 - 0{,}42 = 0{,}18$$

$$\boxed{P(A - B) = 0{,}18}$$

b) Se chamamos

M = A persoa elexida é muller

H = A persoa elexida é home

Hai cinco casos posibles: $MMMH, MMHM, MHMM, HMMM, MMMM$

$$\begin{aligned} &P(MMMH) + P(MMHM) + P(MHMM) + P(HMMM) + P(MMMM) \\ &= \frac{6}{10}\cdot\frac{59}{99}\cdot\frac{58}{98}\cdot\frac{40}{97} + \frac{6}{10}\cdot\frac{59}{99}\cdot\frac{40}{98}\cdot\frac{58}{97} + \frac{6}{10}\cdot\frac{40}{99}\cdot\frac{59}{98}\cdot\frac{58}{97} + \frac{4}{10}\cdot\frac{60}{99}\cdot\frac{59}{98}\cdot\frac{58}{97} + \frac{6}{10}\cdot\frac{59}{99}\cdot\frac{58}{98}\cdot\frac{57}{97} \\ &= 0{,}3490 + 0{,}1243 = \boxed{0{,}4733} \end{aligned}$$

Tamén podemos resolvelo utilizando a aproximación pola distribución binomial

X = nº de mulleres nun grupo de 4 persoas

$X \longrightarrow B(4; 0{,}6)$

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = \binom{4}{3}\cdot 0{,}6^3\cdot(1 - 0{,}6) + \binom{4}{4}\cdot 0{,}6^4 = 0{,}3456 + 0{,}1296$$

Polo tanto

$$\boxed{P(X \geq 3) = 0{,}4752}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

Exercicio 1:

a) Matriz de coeficientes: $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; matriz ampliada: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & m \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Cálculo do rango de C:

$$\left.\begin{array}{l} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \\ \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -1-2+1+2=0 \end{array}\right\} \Rightarrow rang(C) = 2$$

Cálculo do rango da matriz ampliada:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1+2m-m-2 = m-1$$

- $m \neq 1 \Rightarrow rang(A) = 3$
- $m = 1 \Rightarrow rang(A) = 2$

<u>*Discusión:*</u>

$m = 1 \Rightarrow rang(C) = 2 = rang(A) < nº\ incógnitas.\ Sistema\ compatible\ indeterminado.$
$m \neq 1 \Rightarrow rang(C) = 2 < 3 = rang(A)\ \ Sistema\ incompatible$

c) Para $\boxed{m = 1}$ xa vimos que era un sistema compatible indeterminado (infintas solucións). Un sistema equivalente ao dado é:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 1 + z \\ x \qquad\ = 1 + z \end{array}\right\} \Rightarrow y = 0$$

As infinitas solucións son

$$\boxed{\begin{array}{ll} x = 1 + \lambda & \\ y = 0; & \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda & \end{array}}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 2:

a) Para que a función sexa derivable en $x=3$ ten que ser continua en $x=3$

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{x\to3^-} f(x) = \lim_{x\to3^-}(ax^2+b) = 9a+b\\ &\lim_{x\to3^+} f(x) = \lim_{x\to3^+} ln(x-2) = 0\\ &\qquad\qquad f(3)=0\end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad 9a+b=0$$

Por outra parte

$$\lim_{x\to3^-} f'^{(x)} = \lim_{x\to3^-} 2ax = 6a$$

$$\lim_{x\to3^+} f'^{(x)} = \lim_{x\to3^+} \frac{1}{x-2} = 1$$

Polo tanto, para que a función sexa derivable en $x=3$, debe cumplirse:

$9a+b=0$ $\Rightarrow$ $\boxed{b = -3/2}$

$6a=1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a=1/6}$

Temos entón

$$\boxed{f(x) = \begin{cases}\frac{1}{6}x^2-\frac{3}{2} & se \quad x<3\\ \ln(x-2) & se \quad x\geq 3\end{cases}} \qquad f'(x) = \begin{cases}\frac{1}{3}x & se \quad x<3\\ \frac{1}{x-2} & se \quad x\geq 3\end{cases}$$

Hai que determinar un punto $(x_{0,}f(x_0))$ tal que $f'(x_0) = -\frac{1}{3}$ = pendente de $x+3y=0$

$\frac{1}{3}x_0 = -\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \; x_0 = -1$ < 3 que está no dominio de definición de $\frac{1}{3}x$

$\frac{1}{x_0-2} = -\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \; x_0 = -1$ > 3 Polo tanto non está no dominio de definición de $\ln(x-2)$

$$\boxed{Punto\colon \left(-1,-\frac{4}{3}\right)}$$

b) $P(x) = ax^3+bx^2+cx+d$

$P'(x) = 3ax^2+2bx+c$

$P"(x) = 6ax+2b$

A gráfica de $P(x)$ pasa polo punto $(0,5)$

$P(0)=5 \quad \Rightarrow \quad \boxed{d=5}$

$P(x)$ ten un punto de inflexión en $x=0$ $\qquad P(x) = ax^3+cx+5$

$P"(0)=0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{b=0}$

A gráfica de $P(x)$ pasa polo punto $(1,1)$

$$\left.\begin{aligned}&P(1)=1 \quad \Rightarrow \quad a+c+5=1\\ &P(x) \text{ ten un extremo relativo en } x=1\\ &P'(1)=0 \quad \Rightarrow \quad 3a+c=0\end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \boxed{a=2;\; c=-6}$$

Entón

$$\int_0^1 P(x)dx = \int_0^1 (2x^3-6x+5)dx = \left[\frac{1}{2}x^4-3x^2+5x\right]_0^1 = \frac{1}{2}-3+5 = \boxed{5/2}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 3:

a) Calculamos un vector director da recta;

$\vec{v}_r = \overrightarrow{PQ} = (4,2,-2)$

E utilizando a fórmula da distancia dun punto a unha recta

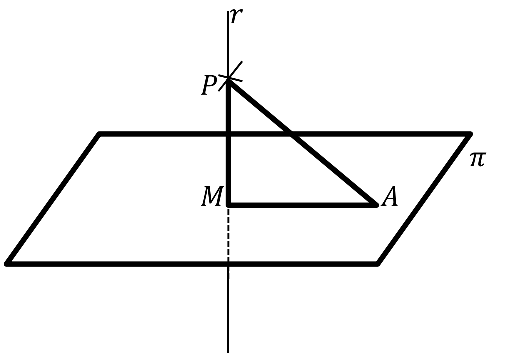
$$d(A,r) = \frac{\|\overrightarrow{AP}\times\vec{v}_r\|}{\|\vec{v}_r\|} = \frac{\sqrt{144+144}}{\sqrt{16+4+4}} = \sqrt{12} = \boxed{2\sqrt{3}\,u}$$

$$\overrightarrow{AP}\times\vec{v}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -2 \end{vmatrix} = (0,-12,-12)$$

b) Sexa π o plano buscado e $\vec{n}_\pi$ un vector normal do plano

$$\left.\begin{array}{l} r\perp\pi \iff \vec{v}_r \parallel \vec{n}_\pi \\ \\ A \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow \pi : 4(x-5) + 2(y+1) - 2(z-6) = 0 \Rightarrow \boxed{\pi : 2x + y - z - 3 = 0}$$

c)



Para calcular o punto de corte, M, da recta r co plano π escribimos as ecuacións paramétricas da recta e substituimos na ecuación do plano

$$\left.\begin{array}{r} P(1,0,5) \in r \\ \vec{v}_r = (4,2,-2) \end{array}\right\} \Rightarrow r: \begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 5 - 2\lambda \end{cases} \Rightarrow 2(1+4\lambda) + 2\lambda - (5-2\lambda) - 3 = 0 \Rightarrow 12\lambda - 6 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}$$

Levando este valor ás ecuacións paramétricas da recta obtemos $M(3,1,4)$. Como a recta é perpendicular ao plano, o triángulo é rectángulo con ángulo recto en M. Polo tanto

$$\acute{A}rea\ \overset{\triangle}{AMP} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AM}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PM}\right| = \frac{1}{2}\,|(-2,2,-2)|\cdot|(2,1,1)| = \frac{1}{2}\sqrt{12}\cdot\sqrt{6} = \boxed{3\sqrt{2}\ u^2}$$

Tamén se podería calcular

$$\acute{A}rea\ \overset{\triangle}{AMP} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AM}\times\overrightarrow{AP}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{72} = \boxed{3\sqrt{2}\ u^2}$$

$$\overrightarrow{AM}\times\overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 2 & -2 \\ -4 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0,6,6)$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 4:

Se chamamos

H = "Un paciente é home"

M = "Un paciente é muller"

F = "Un paciente é fumador"

Datos:

$P(F) = 0{,}3$

$P(H/F) = 0{,}6$

$P(M/\overline{F}) = 07$

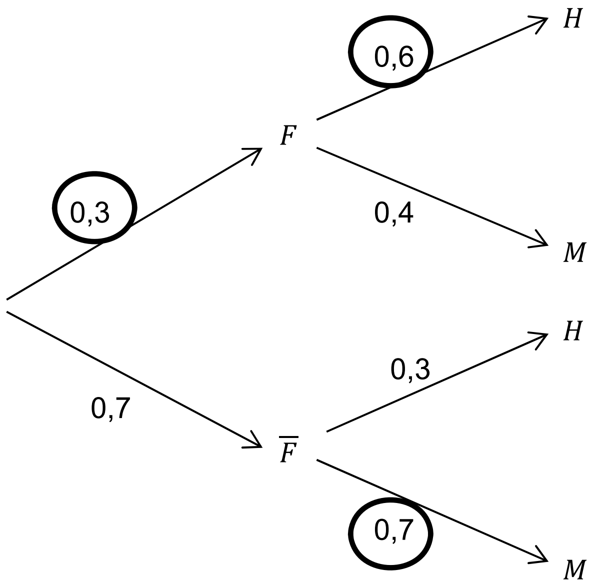
a) Polo teorema de probabilidades totales:

$$P(M) = P\big(M/F\big) \cdot P(F) + P\big(M/\overline{F}\big) \cdot P\big(\overline{F}\big) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 + 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}12 + 0{,}49 = \boxed{0{,}61}$$

b) Pola regra de Bayes:

$$P(F/H) = \frac{P(F \cap H)}{P(H)} = \frac{P(H/F) \cdot P(F)}{P(H)} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}3}{1 - 0{,}61} = \boxed{0{,}461}$$

Pódese facer un diagrama en árbol:



CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

***Exercicio 1*:**

a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ k+3 & k+1 & -3k-1 \\ 4 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

Así

$|AB| = -4k - 4 - 6k - 18 - 12k - 4 + 12k + 12 + 6k + 2 + 4k + 12 = 0$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \longrightarrow \boxed{rang(AB) = 2}$

$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k-2 & -2 \\ k+2 & 0 \end{pmatrix}$

$|B \cdot A| = \begin{vmatrix} k-2 & -2 \\ k+2 & 0 \end{vmatrix} = 2(k+2)$

Polo tanto

$$\boxed{\begin{array}{ll} Se\ k = -2, & entón\ rang(BA) = 1 \\ Se\ k \neq -2, & entón\ rang(BA) = 2 \end{array}}$$

b) Vimos que $det(A \cdot B) = 0$ e polo tanto $A \cdot B$ non ten inversa. Se $k = 0$

$$A \cdot B \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} x + y - 3z = 0 \\ 3x + y - z = 0 \\ 4x + 2y - 4z = 0 \end{array} \right.$$

Como a terceira ecuación é suma das dúas primeiras, podemos prescindir dela

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3z \\ 3x + y = z \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} y = 3z - x \\ 3x + 3z - x = z \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 4z \\ x = -z \end{array} \right.$$

As infinitas solucións son:

$$\boxed{X = \begin{pmatrix} -\lambda \\ 4\lambda \\ \lambda \end{pmatrix};\quad \lambda \in \mathbb{R}}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Exercicio 2:

a)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{1+6e^{2x}}{1+2e^{2x}} = \boxed{1}$$

$\frac{\infty}{\infty}$ $(L'H$ôpital)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{1+6e^{2x}}{1+2e^{2x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{12e^{2x}}{4e^{2x}}\ \boxed{3}$$

b) $f(x)$ é a primitiva de $f'(x)$ pasando polo punto $(1,4)$

$$\int(1+lnx)\,dx = x + \int lnxdx = x + xlnx - \int dx = xlnx + K$$

$$\begin{cases} u = lnx \ \Rightarrow \ du = dx/x \\ dv = dx \ \Rightarrow \ v = x \end{cases}$$

$f(1) = 4 \ \Rightarrow K = 4$

Polo tanto

$$\boxed{f(x) = xlnx + 4}$$

c)

$f'(x) = 0 \ \Leftrightarrow \ 1 + lnx = 0 \ \Leftrightarrow \ x = {}^{1}/_{e}$ punto crítico

$f''(x) = {}^{1}/_{x} \ \Rightarrow \ f''({}^{1}/_{e}) = e > 0$

Polo tanto o punto crítico é un mínimo

$$\boxed{Mínimo\ relativo\ ({}^{1}/_{e}, 4 - {}^{1}/_{e})}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Exercicio 3:

a) Determinamos un punto e un vector director das rectas r e s:

$$r: \begin{cases} P_r = (0,1,3) \in r \\ \vec{v}_r = (1,1,1) - (0,1,3) = (1,0,-2) \end{cases} \qquad s: \begin{cases} P_s = (1,0,0) \in s \\ \vec{v}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = (0,2,1) \end{cases}$$

Como os vectores directores das rectas non son proporcionais, as rectas córtanse ou crúzanse. Para saber se se cortan ou se se cruzan, estudamos o $rang(\vec{v}_r, \vec{v}_s, \overrightarrow{P_rP_s})$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} = -6+4+1 = -1 \neq 0 \quad \Rightarrow \; rang\left(\vec{v}_r, \vec{v}_s, \overrightarrow{P_rP_s}\right) = 3$$

Polo tanto

$$\boxed{As\ rectas\ crúzanse}$$

b)

$$\left.\begin{array}{l} \text{Vector normal ao plano } YZ\text{: } \vec{n} = (1,0,0) \\ \\ \text{Vector director de } s\text{: } \vec{v}_s = (0,2,1) \end{array}\right] \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v}_s = 0 \;\Rightarrow\; \vec{n}\perp\vec{v}_s \;\Rightarrow\; \boxed{s \text{ é } paralela\ ao\ plano\ YZ}$$

Para ver que a recta non está contida no plano chega encontrar un punto da recta que non esté no plano YZ $(\alpha: x = 0)$:

$$\left.\begin{array}{r} P_s = (1,0,0) \in s \\ P_s = (1,0,0) \notin \alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{s\ non\ está\ contida\ no\ plano\ YZ}$$

c)

$$\left.\begin{array}{r} \vec{v}_r = (1,0,-2) \\ \vec{n}_\pi = (2,0,1) \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{n}_\pi\cdot\vec{v}_r = 0 \;\Rightarrow\; \vec{n}_\pi\perp\vec{v}_r$$

Como o vector normal ao plano é perpendicular ao vector director da recta, a recta r é paralela ao plano π. Podemos polo tanto calcular a distancia da recta ao plano como a distancia dun punto calquera da recta ao plano:

$$d(r,\pi) = d(P_r,\pi) = \frac{|3|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \boxed{\frac{3\sqrt{5}}{5}}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Exercicio 4:

a)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \Rightarrow \quad P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

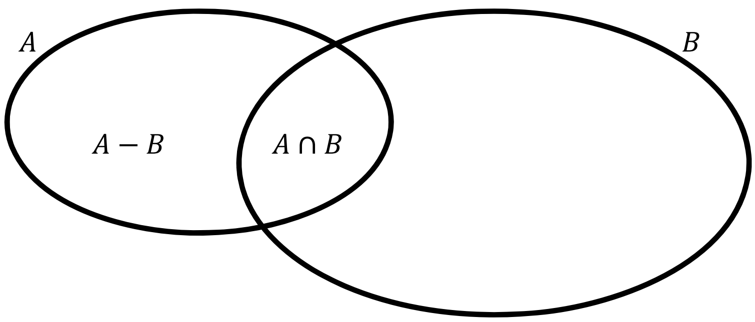
$$P(A \cap B) = 0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}9 = 0{,}4$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}4}{0{,}6} = \frac{2}{3} \neq P(A) \quad \Rightarrow \boxed{A \text{ e } B \text{ non son independentes}}$$

Tamén

$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \quad \Rightarrow \boxed{A \text{ e } B \text{ non son independentes}}$$

b)



Disxuntos

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) \quad \Rightarrow \quad P(A) = P(A-B) + P(A \cap B) \quad \Rightarrow \quad P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = 0{,}7 - 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(A-B) = 0{,}3}$$

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B}\,)} = \frac{P(A-B)}{1 - P(B)} = \frac{0{,}3}{1 - 0{,}6} = 3/4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(A/\bar{B}) = 0{,}75}$$

Tamén podemos utilizar a probabilidade calculada no apartado anterior: $P(A \cap B) = 0{,}4$ e construir a táboa

	B	$\bar{B}$	
A	0,4	0,3	0,7
$\bar{A}$	0,2	0,1	0,3
	0,6	0,4	1

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}7 - 0{,}4 = \boxed{0{,}3}$$

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B}\,)} = \frac{0{,}3}{0{,}4} = \boxed{0{,}75}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

***Exercicio 1*:**

a) Matriz de coeficientes: $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -2 \end{pmatrix}$; matriz ampliada: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & m \\ 1 & m & -2 & m \end{pmatrix}$

Cálculo do rango de C:

$$\left.\begin{array}{l} \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \quad \Rightarrow rang(C) \geq 2 \\ \\ \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -2 \end{vmatrix} = 6 - 2 - 3m - 4 = -3m \end{array}\right\} \Rightarrow rang(C) = \begin{cases} 2 & se \ m = 0 \\ 3 & se \ m \neq 0 \end{cases}$$

Cálculo do rango de A:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sempre} \quad rang(A) \geq rang(C) \\ A^* \text{ é unha matriz 3x4} \Rightarrow rang(A) \leq 3 \\ m \neq 0 \ \Rightarrow \ rang(C) = 3 \\ m = 0 \Rightarrow a \text{ última } columna \ de \ A \text{ é } de \ ceros \end{array}\right\} \Rightarrow rang(C) = rang(A), \ \forall m$$

<u>Discusión:</u>

$m = 0, \ rang(C) = rang(A) = 2 < 3 = nº \ de \ incógnitas. \ Sistema \ compatible \ indeterminado.$
$m \neq 0, \quad rang(C) = rang(A) = 3 = nº \ de \ incógnitas. \ Sistema \ compatible \ determinado.$

b) Para $\boxed{m = 0}$, é un sistema compatible indeterminado con infinitas solucións. O sistema dado é equivalente ao sistema

$$\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 0 \\ x - y = -z \end{array}\right\}$$

Entón:

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -z & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = -(-2z) = 2z \\ \\ y = \dfrac{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = -(-3z) = 3z \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$As \ infinitas \ solucións \ son$:

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 2\lambda \\ y = 3\lambda \ ; \quad \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \ \lambda \end{array}}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Tamén podemos resolvelo por Gauss

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & m \\ 3 & -2 & 0 & \vdots & 0 \\ 1 & m & -2 & \vdots & m \end{pmatrix} \xrightarrow[3^{\underline{a}} - 1^{\underline{a}}]{2^{\underline{a}} - 3\cdot 1^{\underline{a}}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & m \\ 0 & 1 & -3 & \vdots & -3m \\ 0 & m+1 & -3 & \vdots & m \end{pmatrix} \xrightarrow[3^{\underline{a}} - 2^{\underline{a}}]{} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & m \\ 0 & 1 & -3 & \vdots & 0 \\ 0 & m & 0 & \vdots & m \end{pmatrix}$$

- Se $m \neq 0$

$$\left.\begin{array}{l} 3^{\text{a}}\text{ fila: } my = 3m \Rightarrow y = 3 \\ 2^{\text{a}}\text{ fila: } 3 - 3z = -3m \Rightarrow z = m + 1 \\ 1^{\text{a}}\text{ fila: } x - 3 + m + 1 = m \Rightarrow x = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{Sistema\ compatible\ determinado. Solución\ única}$$

- Se $m = 0$

Podemos prescindir da 3ª ecuación. Pasando a 3ª columna ao termo independente (Sistema compatible indeterminado. Infinitas solución):

$$\left.\begin{array}{l} x - y = -z \Rightarrow x = 2z \\ y = 3z \end{array}\right] \Rightarrow As\ infinitas\ solucións\ son\ \boxed{\begin{array}{l} x = 2\lambda \\ y = 3\lambda\ ;\quad \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{array}}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

***Exercicio 2*:**

a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{x}{1-x} = 0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x}{1+x} = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{f(x) \text{ é } continua\ en\ x = 0}$

$f(0) = 0$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f'(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{1}{(1-x)^2} = 1$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f'(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{(1+x)^2} = 1$

$\Rightarrow$ As derivadas laterais son finitas e coinciden. Polo tanto $\boxed{f(x) \text{ é } derivable\ en\ x = 0}$

b)

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{(1-x)^2} & se\ \ x \le 0 \\ \frac{1}{(1+x)^2} & se\ \ x \ge 0 \end{cases}$$

$\frac{1}{4} = pendente\ da\ recta\ \ x - 4y = 0$

$\frac{1}{(1-x)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \begin{cases} -1 \\ \cancel{3}\ (non \text{ é } \le 0) \end{cases}$

$\frac{1}{(1+x)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 4 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \begin{cases} -\cancel{3}\ \ (non \text{ é } \ge 0) \\ 1 \end{cases}$

Recta tanxente en $x = -1$:

$y - f(1) = f'(1)(x+1) \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}}$

Recta tanxente en $x = 1$:

$y - f(1) = f'(1)(x-1) \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}}$

c)

$$\int_{-1}^{0} f(x)dx = \int_{-1}^{0} \frac{x}{1-x}dx = \int_{-1}^{0} \left(-1 + \frac{1}{1-x}\right)dx = [-x - ln|1-x|]_{-1}^{0} = -(1 - ln2)$$

$$\boxed{\int_{-1}^{0} f(x)dx = ln2 - 1}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

***Exercicio 3*:**

a) Vectores normais aos planos α e β:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{n}_\alpha = (2,-2,4) \\ \\ \vec{n}_\beta = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (-2,2,-4)\end{array}\right] \Rightarrow \vec{n}_\alpha \parallel \vec{n}_\beta \Rightarrow \boxed{\alpha \ e \ \beta \ \ son\, paralelos}$$

Como os planos son paralelos, collemos un punto arbitrario nun dos planos e calculamos a distancia dese punto ao outro plano.
$P(1,5,4) \in \beta$

$$d(\alpha,\beta) = d(P,\alpha) = \frac{|2-10+16-7|}{\sqrt{(2)^2+(-2)^2+(4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{24}} = \boxed{\frac{\sqrt{6}}{12} \ unidades}$$

b) Sexa π o plano buscado. O plano π está determinado por:

- Un punto arbitrario de r, por exemplo $P_r(3,5,0)$ (π contén á recta r)
- $\vec{n}_\alpha$ é un vector contido no plano ($\pi \perp \alpha$)
- Un vector director $\vec{v}_r$ da recta r é un vector contido no plano (π contén á recta r)

$$\vec{v}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-2,0,1)$$

$$\pi: 0 = \begin{vmatrix} x-3 & y-5 & z \\ 2 & -2 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2(x-3) - 8(y-5) - 4z - 2(y-5)$$

$$\boxed{\pi: x+5y+2z-28=0}$$

c)

$$\left.\begin{array}{l} P: \begin{Bmatrix} z=0 \\ x+2z-3=0 \\ y-5=0 \end{Bmatrix} \Rightarrow P(3,5,0) \\ \\ Q: \begin{Bmatrix} x=0 \\ x+2z-3=0 \\ y-5=0 \end{Bmatrix} \Rightarrow Q\left(0,5,\frac{3}{2}\right) \end{array}\right] \Rightarrow d(P,Q) = \sqrt{3^2 + \left(3/2\right)^2} = \boxed{\frac{3\sqrt{5}}{2}}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Exercicio 4:

Sexa X = total (en €) de ventas diarias

$$X \rightarrow N(1220; 120)$$

a) Tipificación $\frac{X-1220}{120} = Z \rightarrow N(0,1)$

$$P(X > 1400) = P\left(\frac{X-1220}{120} > \frac{1400-1220}{120}\right) = P(Z > 1,5) = 1 - P(Z \leq 1,5) = 1 - 0,9332$$

$$\boxed{P(X > 1400) = 0,0668}$$

b) Tipificación $\frac{X-1220}{120} = Z \rightarrow N(0,1)$

$$P(X < 980) = P\left(\frac{X-1220}{120} < \frac{980-1220}{120}\right) = P(Z < -2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0,9772$$

$$\boxed{P(X < 980) = 0,0228}$$