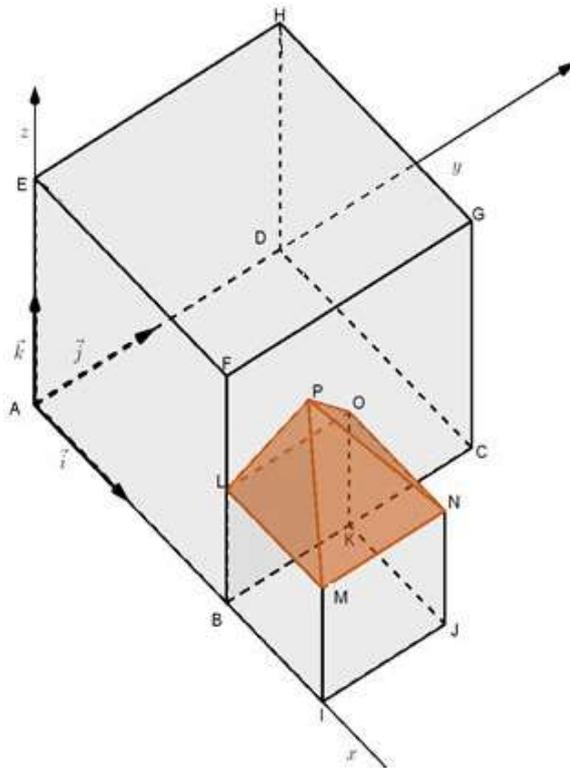


### Exercice 3 (6 points)

La figure ci-dessous correspond à la maquette d'un projet architectural.

Il s'agit d'une maison de forme cubique (ABCDEFGH) accolée à un garage de forme cubique (BIJKLMNO) où L est le milieu du segment [BF] et K est le milieu du segment [BC]. Le garage est surmonté d'un toit de forme pyramidale (LMNOP) de base carrée LMNO et de sommet P positionné sur la façade de la maison.



On munit l'espace du repère orthonormé  $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  avec  $\vec{i} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{j} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$  et  $\vec{k} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$ .

1. a. Par lecture graphique, donner les coordonnées des points H, M et N.  
b. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (HM).
2. L'architecte place le point P à l'intersection de la droite (HM) et du plan (BCF).  
Montrer que les coordonnées de P sont  $\left(2; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ .

3. a. Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$   
b. Calculer la distance PM .

On admet que la distance PN est égale à  $\frac{\sqrt{11}}{3}$ .

- c. Pour satisfaire à des contraintes techniques, le toit ne peut être construit que si l'angle  $\widehat{MPN}$  ne dépasse pas  $55^\circ$ . Le toit pourra-t-il être construit ?
4. Justifier que les droites (HM) et (EN) sont sécantes. Quel est leur point d'intersection ?