서지현 선생님의

수학이 제일 좋아

$C=2\pi r$ $(8^2)^3=8^{2\times3}=8^6$ $\sqrt[n]{x}=x^{\frac{1}{n}}$

2. 방정식과 부등식	교과서 85쪽	학습확인④	

7. 사차식 x^4+ax^2+b가 이차식 $(x+1)(x+\sqrt{3})$으로 나누어떨어질 때, 사차방정식 $x^4+bx^2+a=0$의 근을 모두 구하시오.(단, a, b는 실수)

$x^2=t$라 두면 $x=\pm\sqrt{t}$ 이다.

따라서 $x=-1$ 이 방정식의 해이면 $x=1$도 방정식의 해이다.

$x=-\sqrt{3}$ 이 방정식의 해이면 $x=\sqrt{3}$도 방정식의 해이다.

$x^4+ax^2+b=(x+1)(x-1)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

$=(x^2-1)(x^2-3)$

$=x^4-4x^2+3$, $a=-4$, $b=3$이다.

$x^4+bx^2+a=x^4+3x^2-4=(x^2-1)(x^2+4)=0$

$(x^2-1)(x^2+4)=0$

$x^2=1$ $x^2=-4$

$x=\pm1$ 또는 $x=\pm2i$

8. 방정식 $x^3-1=0$의 한 허근을 ω라고 할때, $\omega+\frac{1}{\omega}-\omega^2-\frac{1}{\omega^2}$의 값을 구하시오.

$\omega^3=1$

$\omega^3=\omega\cdot\omega^2=1$ 이므로 $\omega=\frac{1}{\omega^2}$ 이고,

$\omega^3=\omega^2\cdot\omega=1$ 이므로 $\omega^2=\frac{1}{\omega}$ 이다.

$\omega+\frac{1}{\omega}-\omega^2-\frac{1}{\omega^2}=\omega+\omega^2-\omega^2-\omega=0$

9. 두 연립방정식이 공통인 해를 가질 때, 자연수 a, b의 값을 각각 구하시오.

$\begin{cases} x+y=4 & \text{①} \\ x^2+ay^2=10 & \text{②} \end{cases}$, $\begin{cases} x+by=7 & \text{③} \\ 3x^2-y^2=-6 & \text{④} \end{cases}$

두 연립방정식의 공통해는 $\begin{cases} x+y=4 & \text{①} \\ 3x^2-y^2=-6 & \text{④} \end{cases}$, $\begin{cases} x^2+ay^2=10 & \text{②} \\ x+by=7 & \text{③} \end{cases}$ 의 공통해와 같다.

$y=4-x$

$3x^2-(4-x)^2=-6$

$2x^2+8x-10=0$

$2 \quad -2$

$1 \quad +5$

$(2x-2)(x+5)=0$

$\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=9 \end{cases}$

해 $x=1$, $y=3$을 대입하면 $1+a\cdot9=10$, $a=1$

$1+3b=7$, $b=2$

해 $x=-5$, $y=9$를 대입하면 $25+81\cdot a=10$

$a=-\frac{5}{27}$

$-5+9b=7$

$b=\frac{4}{3}$

10. 연립방정식 $\begin{cases} x+y+xy=-1 \\ x+y-xy=3 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오.

$$\begin{array}{rl} & x+y+xy=-1 \\ + & x+y-xy=3 \\ \hline & 2x+2y \quad =2 \end{array}$$

$x+y=1$, $xy=-2$

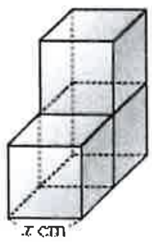
$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=-2$

곱셈공식 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$\alpha^2+\beta^2=1^2-2\times(-2)$

$\alpha^2+\beta^2=1+4=5$

11. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체 세 개를 쌓아 만든 도형의 부피가 A cm^3, 겉넓이가 B cm^2이다. $3A-B=16$일 때, x의 값을 구하시오.



(도형의 부피) $=3x^3=A$

(겉넓이) $=14x^2=B$

$3A-B=9x^3-14x^2=16$

$9x^3-14x^2-16=0$

$(x-2)(9x^2+4x+8)=0$

2	9	-14	0	-16
		18	8	16
	9	4	8	0

$x=2$. 판별식 $D=4^2-4\times9\times8<0$ 이므로 실근 없음.

x는 길이이므로 양의 실수이다.

$\therefore x=2$

12. 두 이차방정식

$2x^2+kx+1=0$ ①, $2x^2+x+k=0$ ② 이 오직 한 개의 공통인 해를 가질 때, 실수 k의 값을 구하시오.

공통해를 α라 두면

$2\alpha^2+k\alpha+1=0$, $2\alpha^2+\alpha+k=0$.

$$\begin{array}{rl} & 2\alpha^2+k\alpha+1=0 \\ - & 2\alpha^2+\alpha+k=0 \\ \hline \end{array}$$

$(k-1)\alpha+(1-k)=0$

$(k-1)\alpha-(k-1)=0$

$(k-1)\cdot(\alpha-1)=0$

$k=1$ 또는 $\alpha=1$.

i) $k=1$ 이면 $2x^2+x+1=0$ ← ①에 $k=1$ 대입함

$2x^2+x+1=0$ ← ②에 $k=1$ 대입함.

두 식이 같아서 두 개의 공통해 존재

따라서 문제 조건에 맞지 않는다.

ii) $\alpha=1$ 이면 $2+k+1=0$ ← ①에 $x=1$ 대입함

$k=-3$