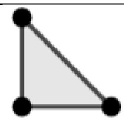
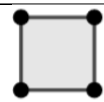
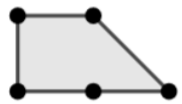
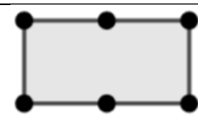
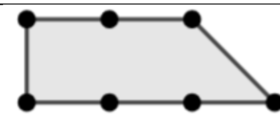
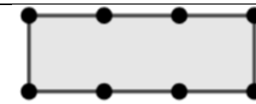
PROBELMA DOS

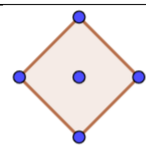
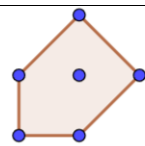
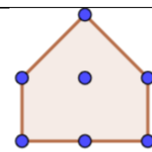
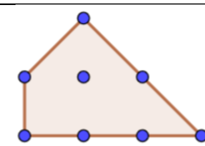
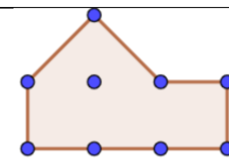
Considere una cuadrícula, se dibuja un polígono simple (los lados no se cruzan) con vértices en los nodos de la cuadrícula. A los puntos de corte de la cuadrícula que estén sobre los lados del polígono los llamaremos frontera (F) y a los puntos que queden dentro de la poligonal les llamaremos interiores (I). Encuentra una fórmula que permita calcular el área (A) de estos polígonos, en términos de las fronteras y de los puntos interiores.

Consideramos los siguientes casos:

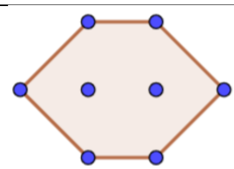
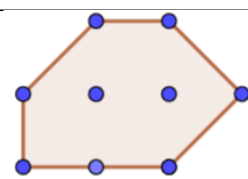
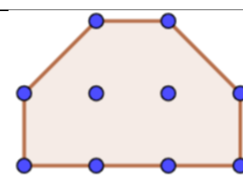
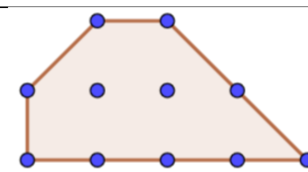
a) Cero puntos internos

Figura							...	...
Puntos frontera (f)	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**...**	**F**
Área	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	**...**	$\frac{f-2}{2}$

b) Un punto interno

Figura							...	...
Puntos frontera (f)		**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**...**	**F**
Área		$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{2}$	**...**	$\frac{f}{2}$

c) Dos puntos internos

Figura							...	...

Puntos frontera (f)			6	7	8	9	…	F
Área			$\frac{8}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{10}{2}$	$\frac{11}{2}$	…	$\frac{f+2}{2}$

En conclusión:

Puntos internos (i)	0	1	2	3	…	i
Puntos frontera mínimos	3	4	6	8		
Área en función de (f)	$\frac{f-2}{2}$	$\frac{f-2}{2}+1=\frac{f}{2}$	$\frac{f}{2}+1=\frac{f+2}{2}$	$\frac{f+2}{2}+1=\frac{f+4}{2}$	…	f
Área mínima en función de (i)		$i+1$	$i+2$	$i+3$		$2i$

Relación de puntos internos con respecto a los puntos frontera mínimos.

Puntos internos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	….	i	$f=2i+2$	
Puntos frontera mínimos	3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	….	f	$f=1.9333i+2.3777$ Coeficiente de correlación = 0.9864	$f=\frac{87i+107}{45}$