

Problemas – Tema 8

Problemas resueltos - 3 - funciones a trozos

1. Rompe a trozos la función $f(x) = |x^2 + 1| + |x - 1|$

Obtenemos las raíces de los polinomios de cada argumento de los valores absolutos.

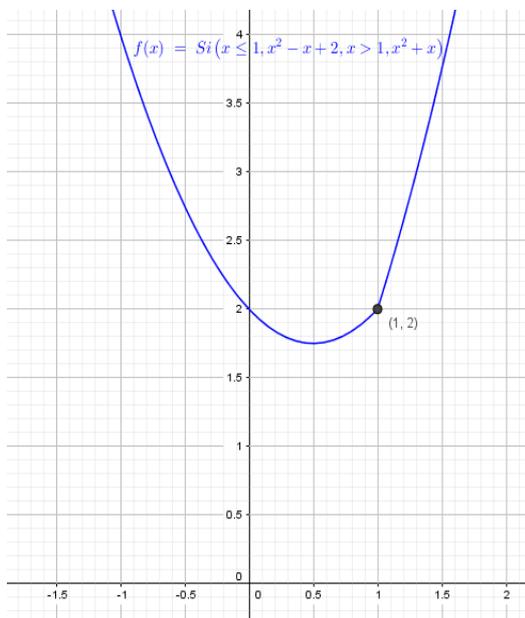
$$x^2 + 1 = 0 \rightarrow \text{No existe solución real} \rightarrow x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

Por lo tanto, podemos quitar las barras de valor absoluto de $|x^2 + 1|$ para cualquier valor real.

$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow$ Estudiamos el signo de $x - 1$ en los siguientes intervalos:

$$(-\infty, 1) \rightarrow x - 1 < 0 \rightarrow |x - 1| = -(x - 1)$$

$$(1, \infty) \rightarrow x - 1 > 0 \rightarrow |x - 1| = x - 1$$



Por lo que la función a trozos queda:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 - (x - 1) & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + 1 + x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Simplificando:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$