

## A3 : Signe d'une fonction.

### I/ Définition :

Pour toute fonction  $f(x)$  définie sur un intervalle, on entend par signe de la fonction, le signe (donc + ou -) des valeurs de  $f$  dont on souhaite connaître l'évolution en fonction de  $x$ .

### Exemple par le calcul :

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[-5 ; 2]$  par :  $f(x) = 2x + 6$  :

Voici son tableau de valeurs :

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-4	-2	0	2	4	6	8	10

Les valeurs négatives de  $f(x)$  sont -4 et -2, elles sont pour  $x = -5$  et  $x = -4$ . La fonction est égale à 0 pour  $x = -3$  (donc -3 est une racine de la fonction). Ensuite les valeurs positives de la fonctions sont 2, 4, 6, 8 et 10 ce qui arrive pour les valeurs de  $x$  à partir de -2 jusqu'à 2.

Nous dirons donc que la fonction :

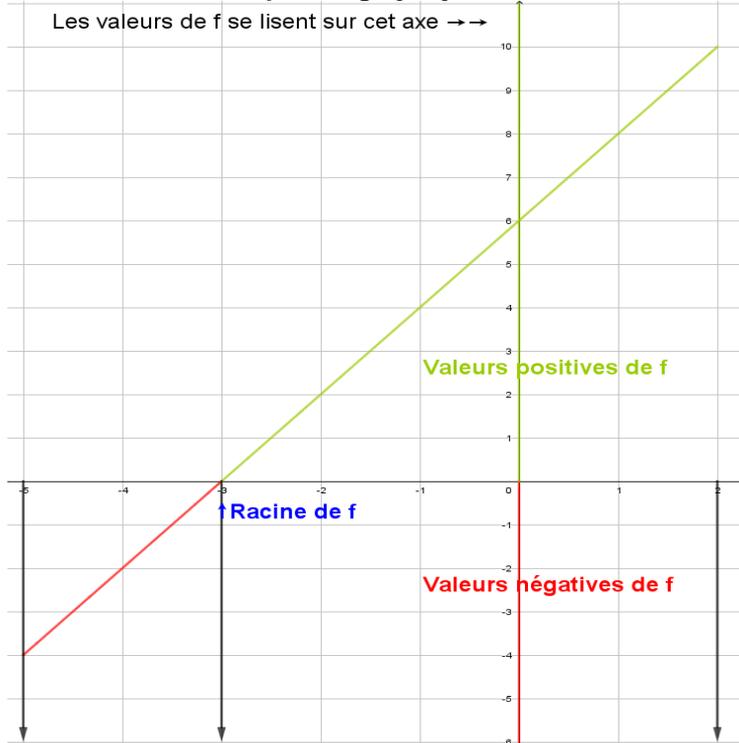
- est strictement négative sur l'intervalle  $[-5 ; -3[$
- s'annule pour  $x = -3$
- est strictement positive sur l'intervalle  $] -3 ; 2]$

Ce qui se traduit par le tableau suivant :

$x$	-5	-3	2
$f(x)$	-	0	+

### Exemple graphique :

On a tracé la fonction  $f$  sur le graphique.



$f$  est donc négative sur l'intervalle  $[-5 ; -3]$

$f$  est donc positive sur l'intervalle  $[-3 ; 2]$

## II/ Méthodes de calculs :

### Rappel sur les fonctions affines :

Nous savons que pour les fonctions affines (les droites) il suffit de déterminer la valeur du coefficient directeur  $m$  ainsi que l'ordonnée à l'origine  $p$ . Ensuite on sait que :

- La racine est :  $\frac{-p}{m}$
- Si  $m > 0$ , la fonction est croissante, donc les signes sont - puis +.
- Si  $m < 0$ , la fonction est décroissante, donc les signes sont + puis - .

### Rappel de collège, la règle des signes :

Un produit de deux nombres de signe identiques est positif.

Donc  $- \times -$  ou  $+ \times +$  donnent +.

Un produit de deux nombres de signe différents est négatif.

Donc  $- \times +$  ou  $+ \times -$  donnent -.

A l'aide de ces deux rappels on peut déterminer facilement le signe de fonctions comme celle-ci :

$$f(x) = (2x + 6)(-7x + 3)$$

Pour  $2x + 6$  :  $m = 2$   $p = 6$  donc :  $racine = \frac{-6}{2} = -3$  et  $2 > 0$  donc le signe sera - puis + .

Pour  $7x - 3$  :  $m = -7$   $p = -3$  donc :  $racine = \frac{-3}{-7} = \frac{3}{7}$  et  $-7 < 0$  donc le signe sera + puis - .

On peut résumer nos résultats dans le tableau suivant :

$x$	$-\infty$	$-3$	$\frac{3}{7}$	$+\infty$
$2x + 6$		- 0	+ +	+
$-7x + 3$		+ +	+ 0	-
$(2x + 6)(-7x + 3)$		- 0	+ 0	-

Signe d'une fonction affine (obtenu au-dessus)

Application de la règle des signes