CAPÍTULO 2 DEL LIBRO ELEMENTOS DEL ELECTROMAGNETISMO DE MATTHEW N. O. SADIKU

SISTEMA DE COORDENADAS Y SU TRANSFORMACIÓN

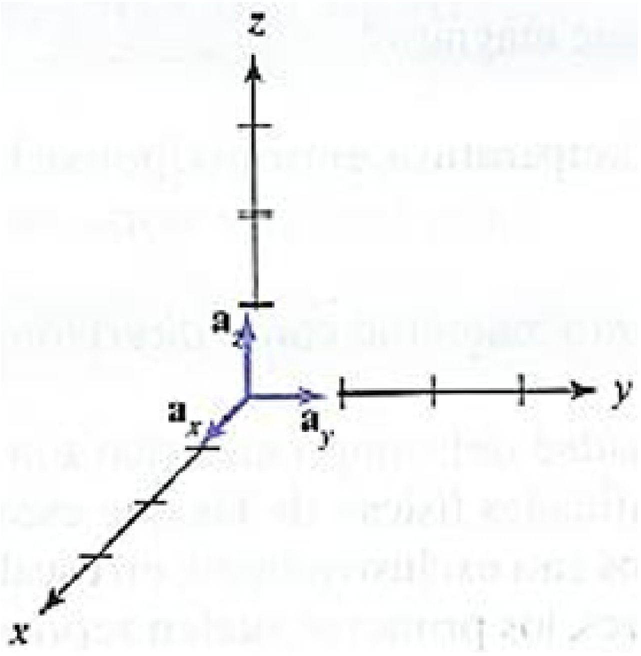
POR JOSÉ LUIS VARGAS

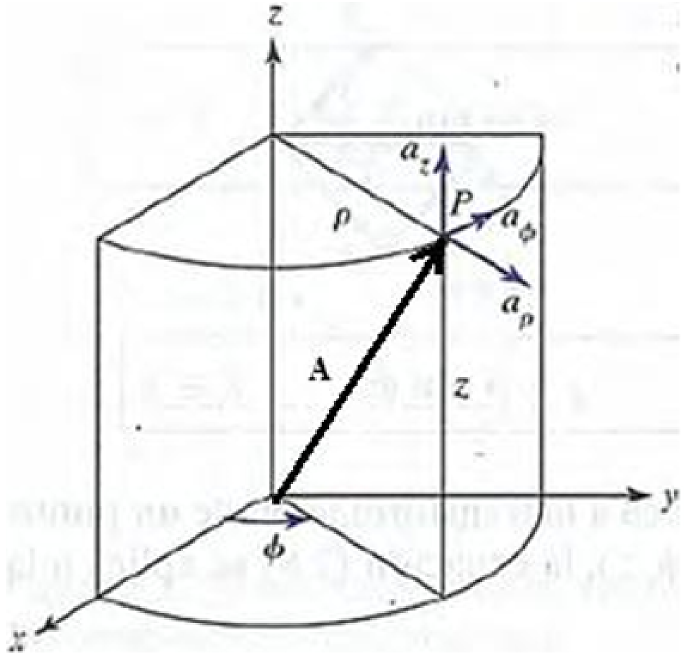
SISTEMAS DE COORDENADAS ORTOGONALES

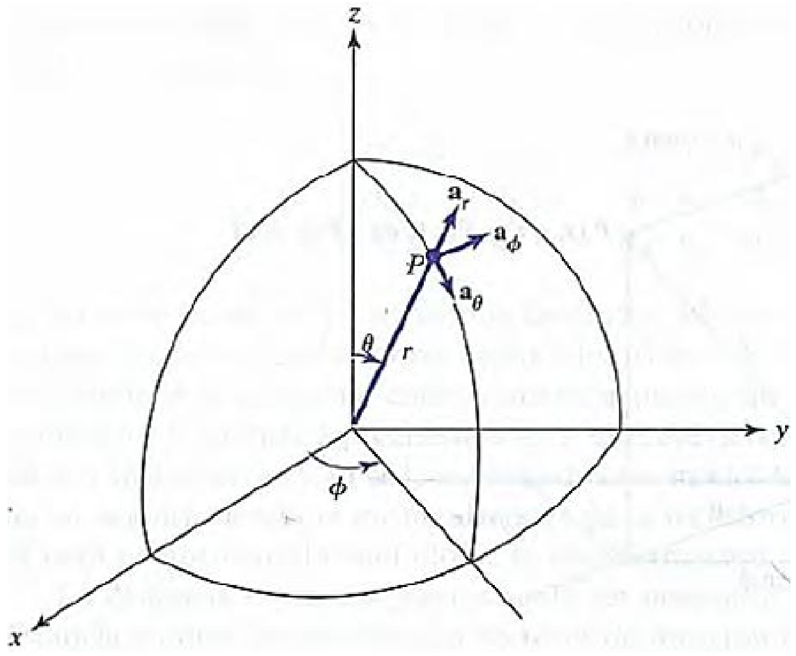
Ortogonales: Perpendiculares entre sí

Por su utilidad en el curso de electromagnetismo, emplearemos tres sistemas:

CARTESIANO	CILÍNDRICO	ESFÉRCIO







Las operaciones vectoriales vistas para el sistema cartesiano se aplican de igual forma a los demás sistemas.

COORDENADAS CARTESIANAS(x,y,z)

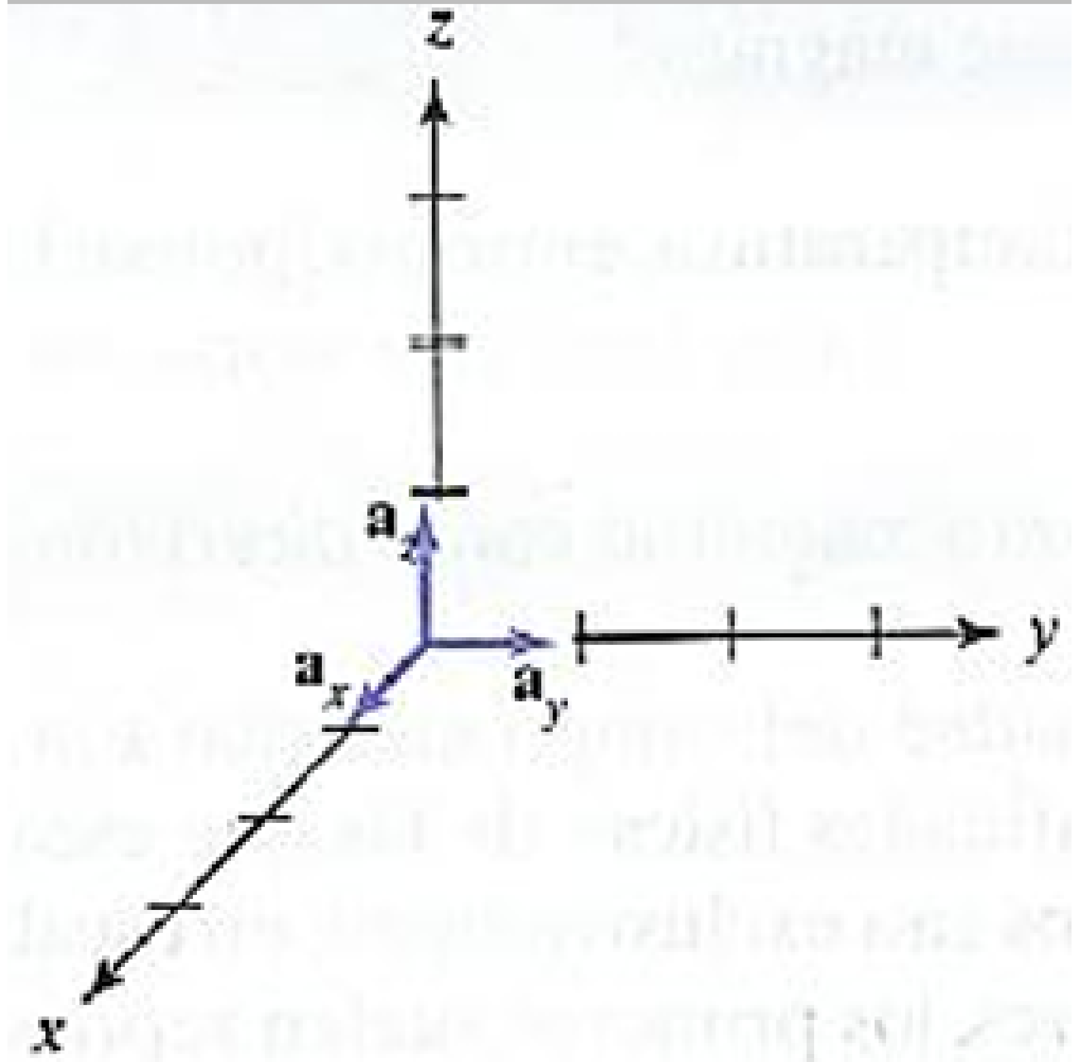
Un vector **A** puede expresarse como:

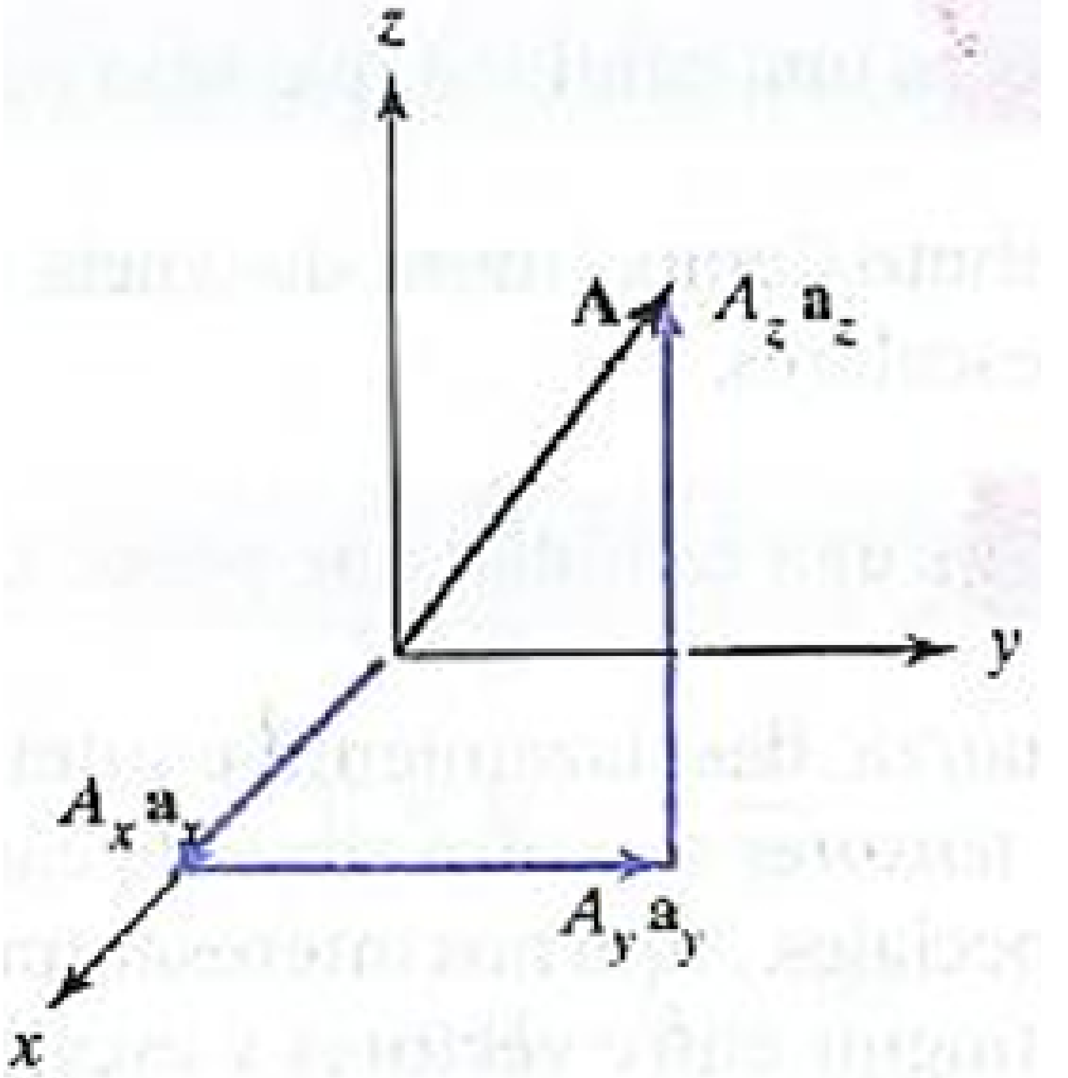
(A_x, A_y, A_z)	$A_x\mathbf{a}_x + A_y\mathbf{a}_y + A_z\mathbf{a}_z$

donde $\mathbf{a}_x$, $\mathbf{a}_y$ y $\mathbf{a}_z$ son los vectores unitarios en las direcciones x,y,z.

Los intervalos de las variables de las coordenadas x, y, z son:

$$-\infty < x < \infty$$
$$-\infty < y < \infty$$
$$-\infty < z < \infty$$





COORDENADAS CILÍNDRICAS CIRCULARES (ρ, Φ, z)

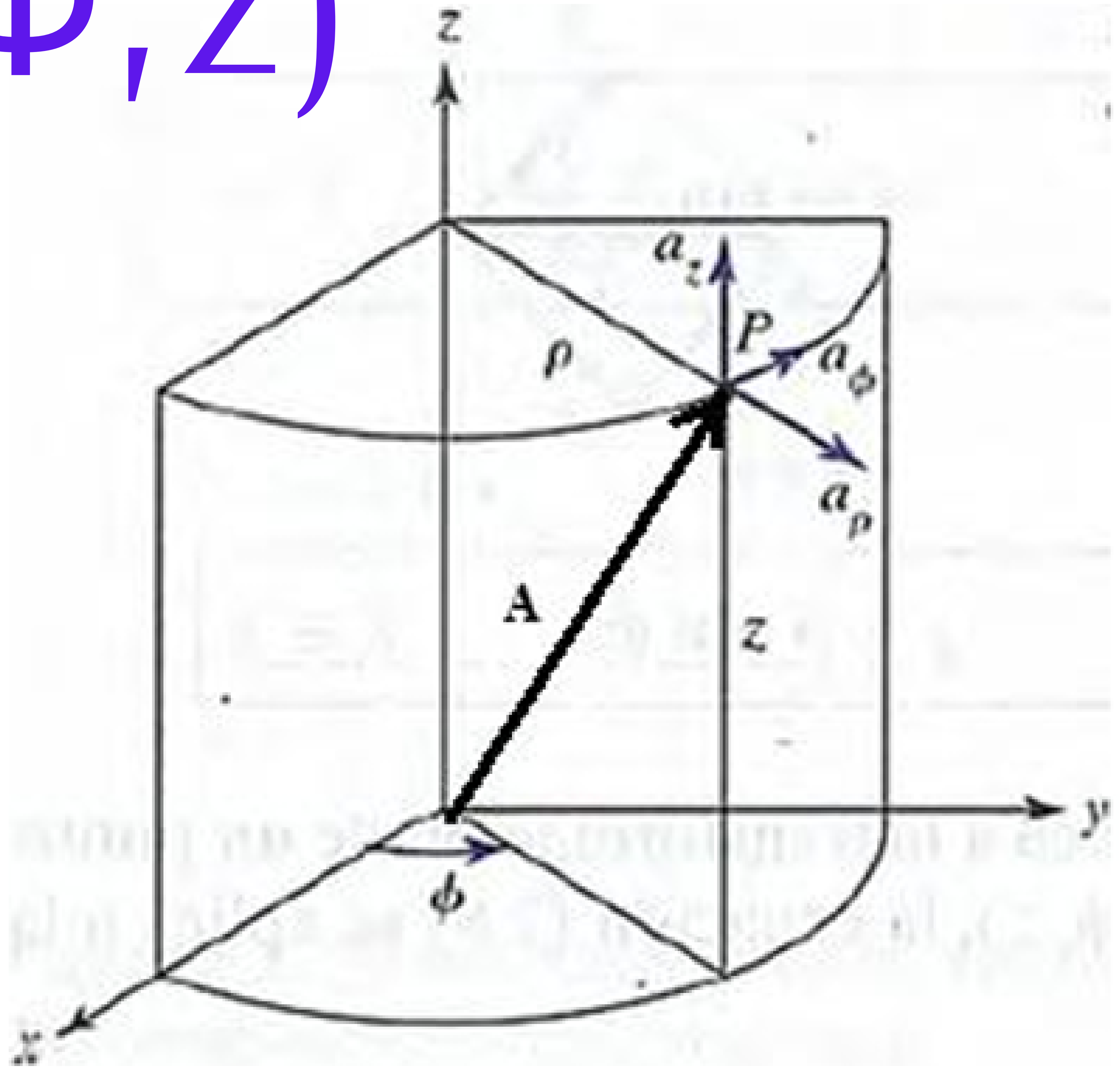
Un vector **A** puede expresarse como:

$$\boxed{(A_\rho, A_\phi, A_z)} \quad \boxed{A_\rho \mathbf{a}_\rho + A_\phi \mathbf{a}_\phi + A_z \mathbf{a}_z}$$

donde $\mathbf{a}_\rho$, $\mathbf{a}_\phi$ y $\mathbf{a}_z$ son los vectores unitarios en las direcciones ρ,Φ,z

Los intervalos de las variables de las coordenadas ρ,Φ,z son:

$$0 \leq \rho < \infty$$
$$0 \leq \phi < 2\pi$$
$$-\infty < z < \infty$$

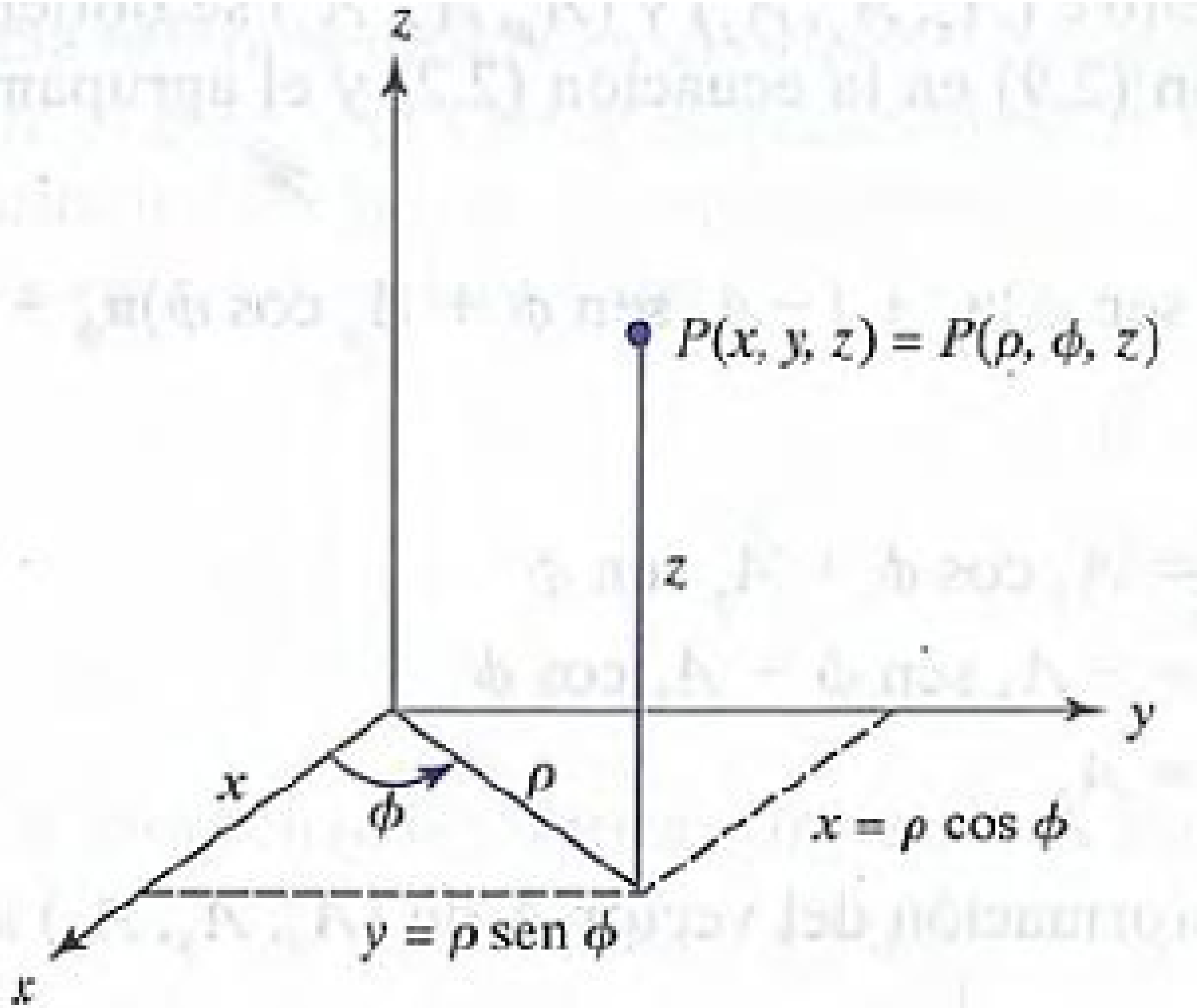


TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

Por ser el sistema de coordenadas cilíndricas circulares muy práctico cuando se trata con problemas que implican **simetría cilíndrica**, es imprescindiblemente útil saber cómo transformar coordenadas cartesianas a cilíndricas (y viceversa).

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}, \qquad z = z$$

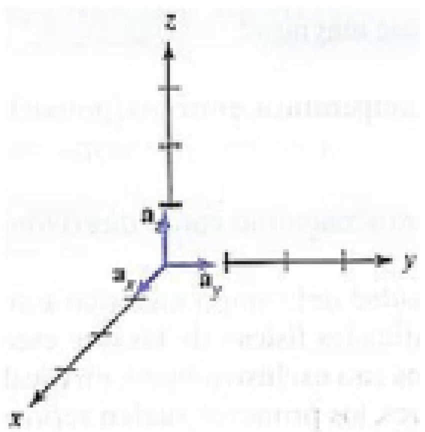
$$x = \rho\cos\phi, \qquad y = \rho\,\mathrm{sen}\,\phi, \qquad z = z$$



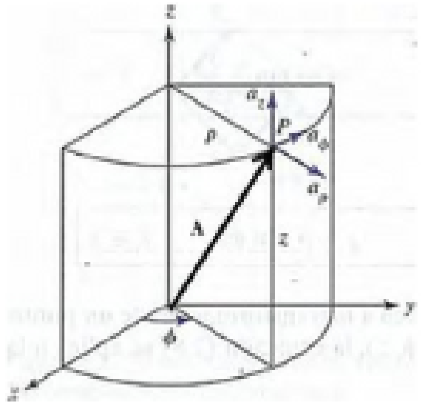
...o simplemente resuelve las siguientes matrices:

$$\begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \operatorname{sen}\phi & 0 \\ -\operatorname{sen}\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

CARTESIANO

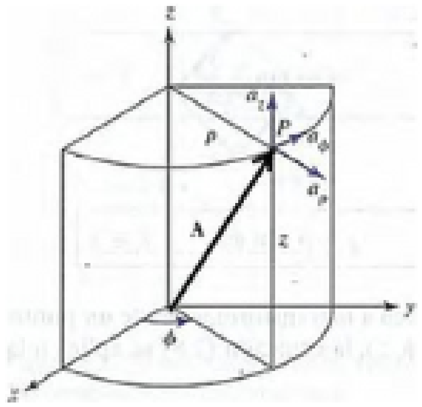


CILÍNDRICO

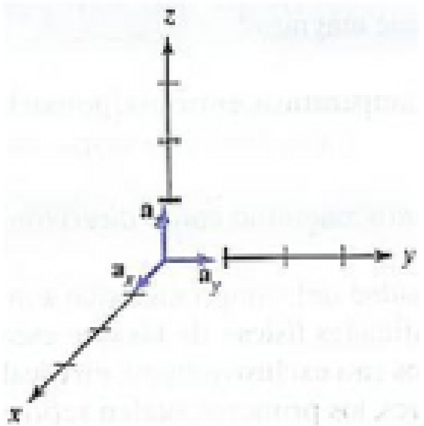


$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\operatorname{sen}\phi & 0 \\ \operatorname{sen}\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix}$$

CILÍNDRICO

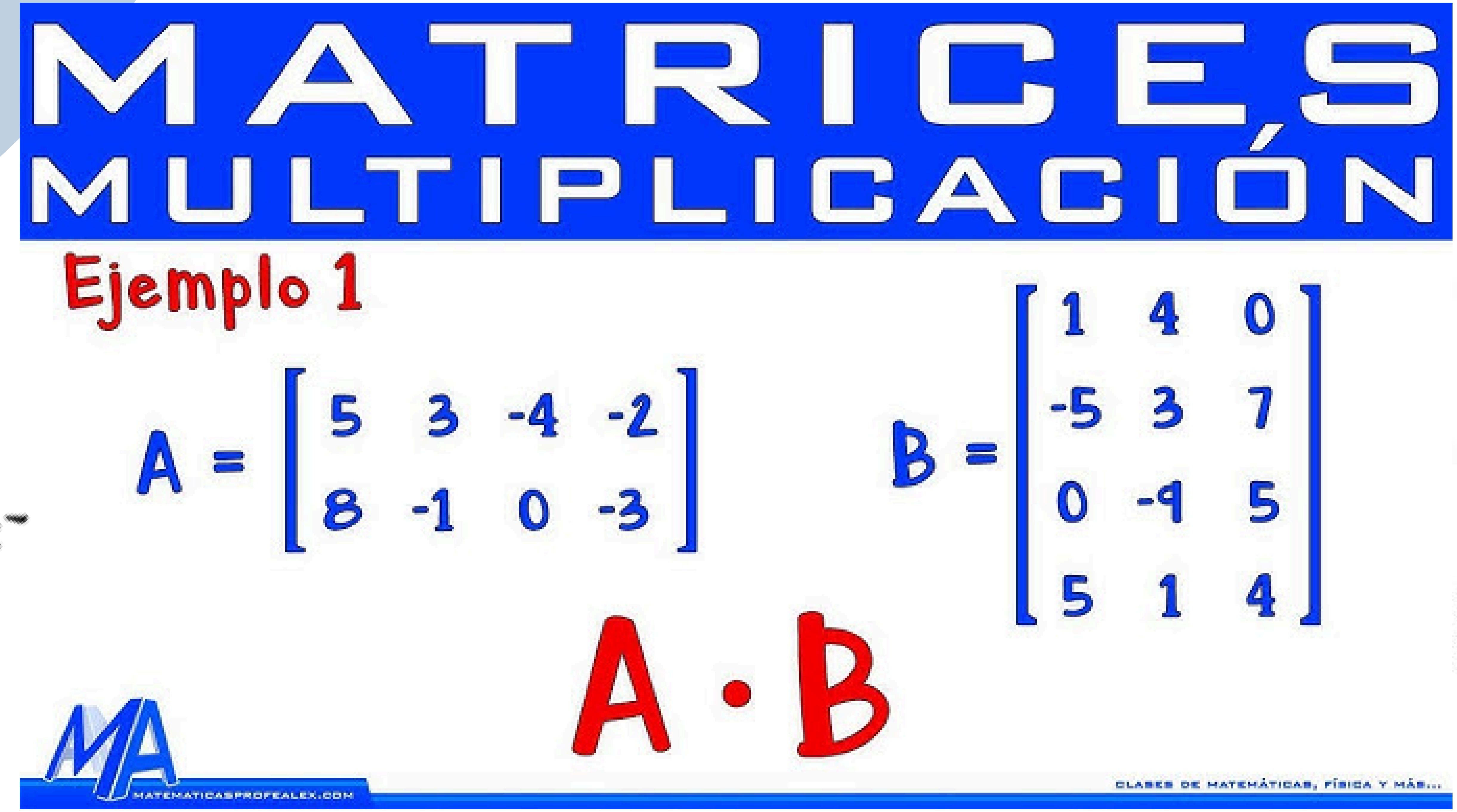


CARTESIANO



¿Y cómo se multiplicaba matrices?

Click aquí



COORDENADAS ESFÉRICAS (r,θ,Φ)

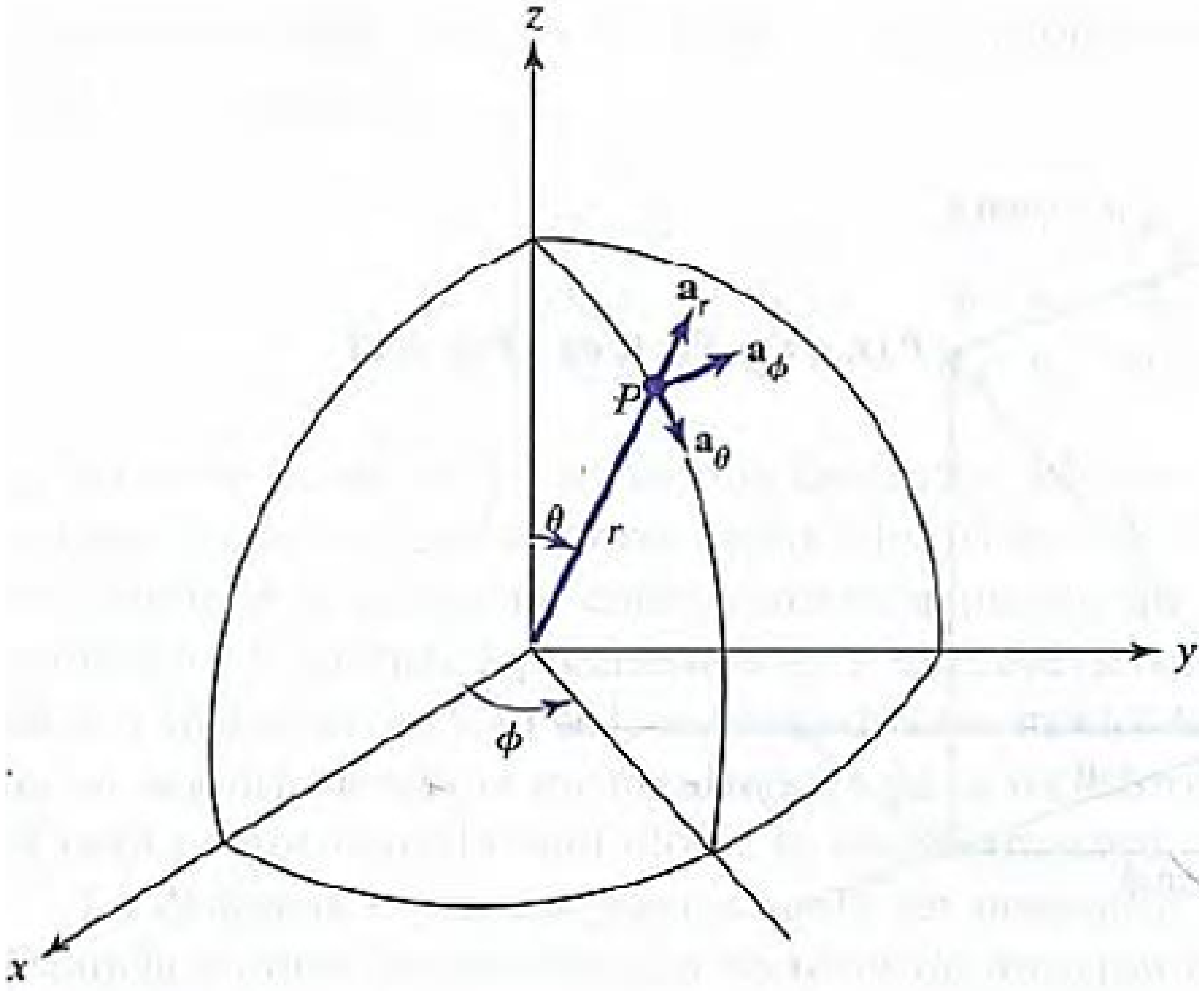
Un vector **A** puede expresarse como:

(A_r, A_θ, A_ϕ) $A_r\mathbf{a}_r + A_\theta\mathbf{a}_\theta + A_\phi\mathbf{a}_\phi$

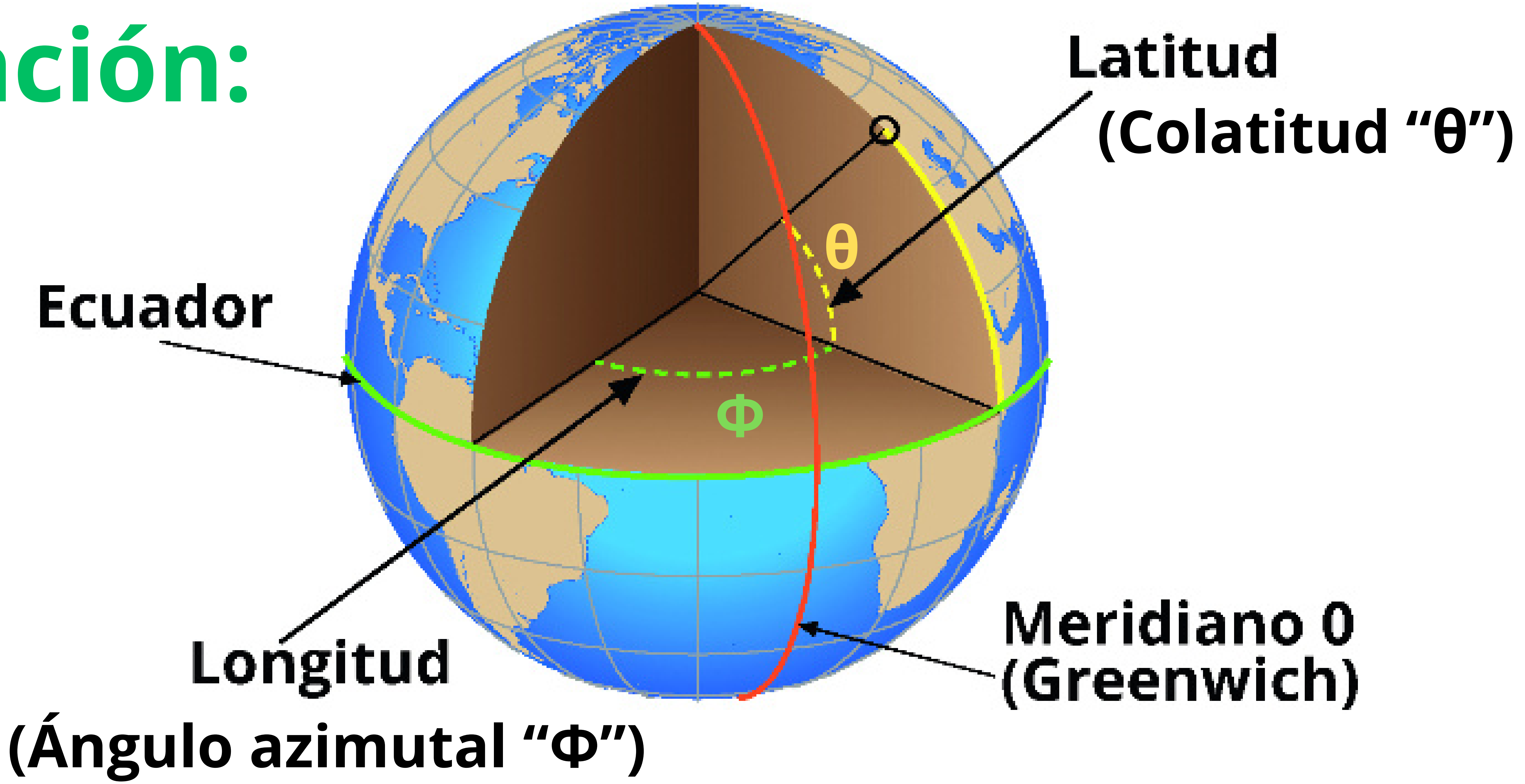
donde $\mathbf{a}_r$, $\mathbf{a}_\theta$ y $\mathbf{a}_\phi$ son los vectores unitarios en las direcciones r,θ,Φ

Los intervalos de las variables de las coordenadas r,θ,Φ son:

$$0 \leq r < \infty$$
$$0 \leq \theta \leq \pi$$
$$0 \leq \phi < 2\pi$$



Aplicación:



La distancia entre dos puntos se obtiene como: $d = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \quad \text{(en coordenadas cartesianas)}$$

$$d^2 = \rho_2^2 + \rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) + (z_2 - z_1)^2 \quad \text{(en coordenadas cilíndricas)}$$

$$d^2 = r_2^2 + r_1^2 - 2r_1r_2 \cos\theta_2 \cos\theta_1 - 2r_1r_2 \operatorname{sen}\theta_2 \operatorname{sen}\theta_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) \quad \text{(en coordenadas esféricas)}$$

TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

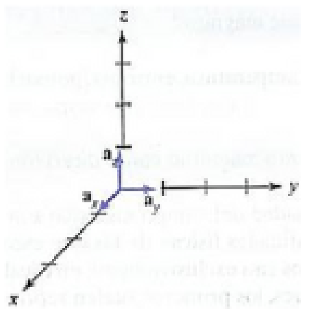
Por ser el sistema de coordenadas esféricas muy práctico cuando se trata con problemas que implican **simetría esférica**, es imprescindiblemente útil saber cómo transformar coordenadas cartesianas a esféricas (y viceversa).

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}, \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

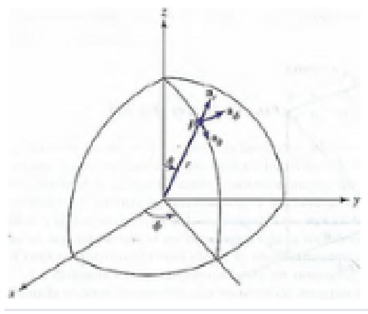
$$x = r \operatorname{sen}\theta \cos\phi, \qquad y = r \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi, \qquad z = r\cos\theta$$

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{sen}\theta\cos\phi & \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi & \cos\theta \\ -\cos\theta\cos\phi & \cos\theta\operatorname{sen}\phi & -\operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

CARTESIANO

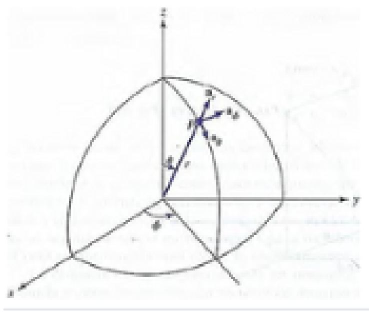


ESFÉRCIO

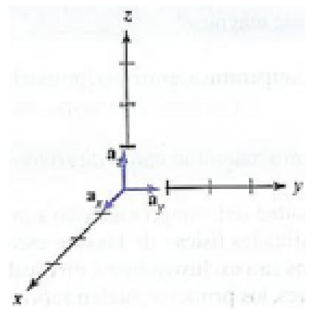


$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{sen}\theta\cos\phi & \cos\theta\cos\phi & -\operatorname{sen}\phi \\ \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi & \cos\theta\operatorname{sen}\phi & \cos\phi \\ \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix}$$

ESFÉRCIO



CARTESIANO



¡MUCHAS GRACIAS!

- Referencia:Sadiku,M. (2003). *Elementos de electromagnetismo*.(3ra ed.).Oxford