Střepy z optiky

Lu-pa a mikro-skop (fakír & siddha)

Žán Pól Kastról

1. dubna 2024

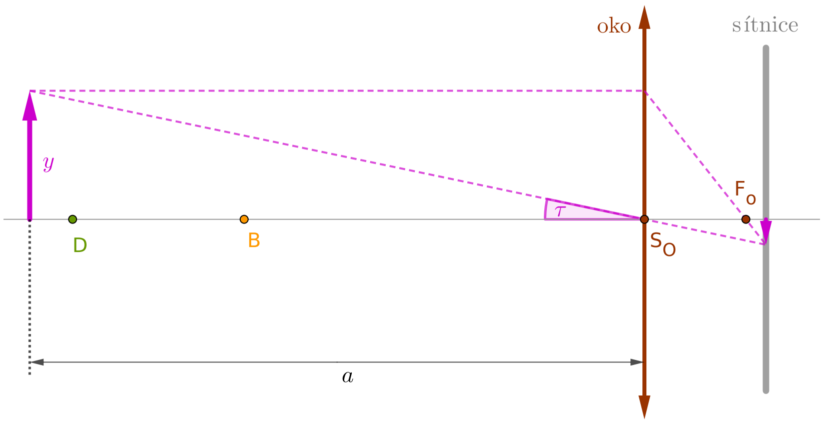
Obsah

1 Zorný úhel a úhlové zvětšení

Pozorujeme-li drobný předmět, potom množství podrobností, které jsme schopni u předmětu rozlišit, závisí na tom, jak velký je jeho obraz na sítnici. Čím je obraz větší, tím více očních buněk se podílí na vnímání obrazu a tím více vidíme podrobností.

O velikosti obrazu na sítnici rozhoduje **velikost** předmětu y a jeho **vzdálenost** od oka a. Čím větší je předmět a čím blíže je k oku, tím je obraz na sítnici větší.

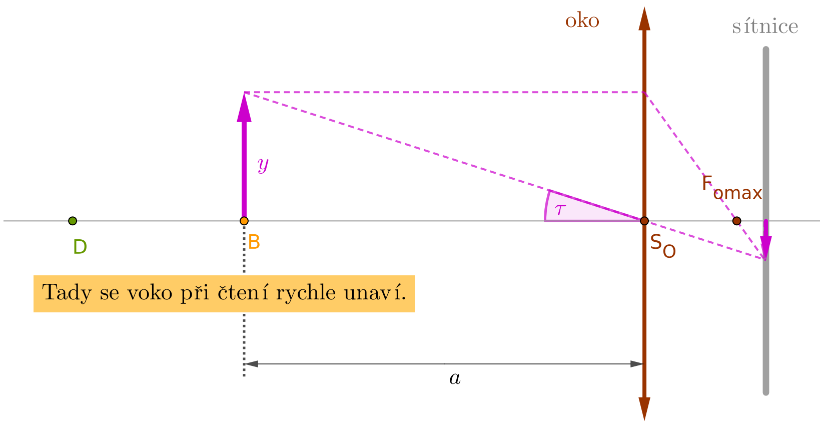
Vliv obou těchto veličin můžeme souhrnně popsat veličinou jedinou, a tou je **zorný úhel** τ, pod kterým pozorujeme předmět (viz obr. 1). Čím větší je zorný úhel, tím větší je také obraz na sítnici.



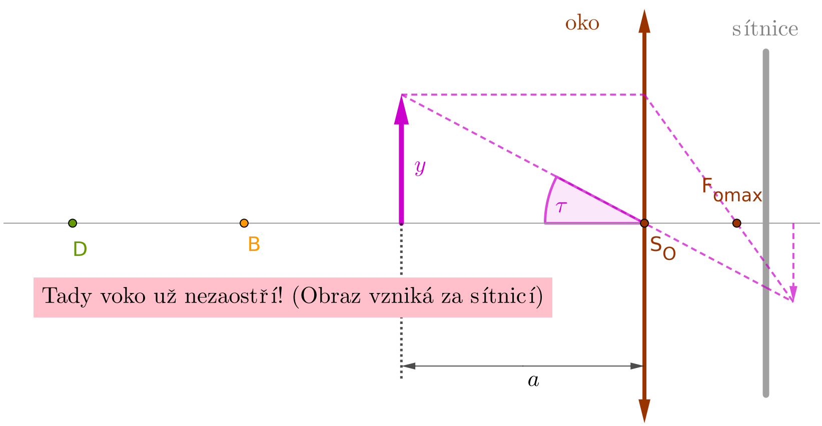
Obr. 1: Zorný úhel.

https://www.geogebra.org/m/xhntyzea

Chceme-li vidět u drobného předmětu více podrobností, musíme zvětšit zorný úhel. To lze udělat jen tak, že předmět přiblížíme k oku, protože zvětšit předmět neumíme – nejsme fakíři ani siddhové.



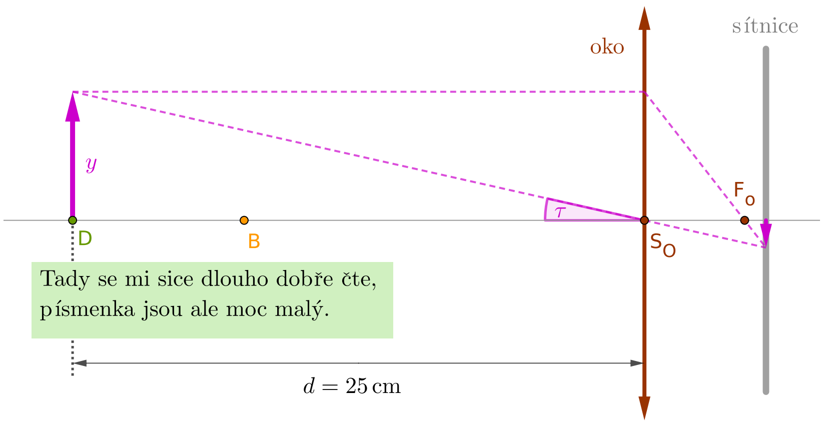
Obr. 2: Blízký bod.



Obr. 3: Za blízkým bodem už máme smůlu!

Víme však, že předmět můžeme přiblížit maximálně do blízkého bodu B (viz obr. 2), za blízkým bodem už oko na předmět zaostřit nedokáže (viz obr. 3).

Ale co když je nám to málo a nevidíme ani při přiblížení předmětu do B dost podrobností? Anebo sice vidíme podrobností dost, ale potřebujeme na předmět vejrat delší dobu (čteme třeba kolibří *Bhagavatgítu*) a oční svaly se rychle unaví, pač v bodě B se enormně namáhají? Pak raději oddálíme text do cca *konvenční zrakové vzdálenosti* $d = 25\,\mathrm{cm}$, ve které se oční svaly tolik nenamáhají (viz obr. 4). Avšak potom zas nic nepřečteme, protože písmenka jsou příliš drobná.



Obr. 4: V konvenční vzdálenosti zas vidíme málo podrobností!

Jak z toho ven? Nezbývá nám, než povolat **lupu** či **mikroskop** alias **drobnohled**[1], což jsou optické přístroje, které, podobně jako siddhové a fakíři, **dokáží předměty (zdánlivě) zvětšit** a tím pro nás **zvětšit (reálně) také zorný úhel**!

Říkáme, že **lupa a mikroskop jsou optické přístroje, které**

[1]mikrós = malý a skopéō = dívat se (na co), zkoumat, kontrolovat.

slouží ke zvětšení zorného úhlu při pozorování blízkých a drobných předmětů.

U zrcadel a čoček jsme zavedli **příčné zvětšení** $Z = \frac{y'}{y}$, které říká, kolikrát je při zobrazení čočkou obraz y' větší než předmět y.

Analogicky se u přístrojů na zvětšování zorného úhlu zavádí **úhlové zvětšení**

$$\boxed{\gamma = \frac{\tau'}{\tau}} \tag{1}$$

které říká, kolikrát je zorný úhel při použití přístroje τ' větší, než zorný úhel τ, pod kterým bychom předmět pozorovali bez použití přístroje.

V případě lupy a mikroskopu dosazujeme za úhel τ zorný úhel pro situaci, kdy bez přístroje pozorujeme předmět umístěný v konvenční zrakové vzdálenosti, tedy v konvenčním bodě D (viz obr. 4).

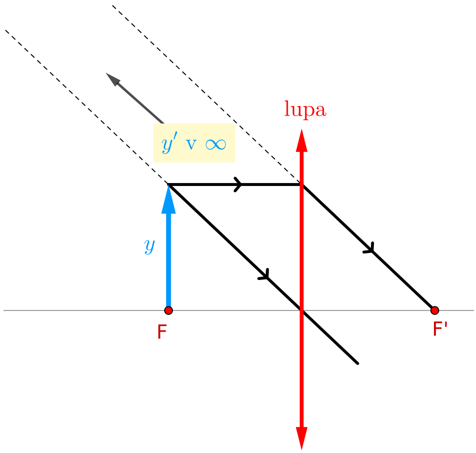
Připomeňme, že Z mohlo být kladné i záporné, protože znaménková konvence velela, že y, y' jsou kladné nad optickou osou a záporné pod optickou osou. Obdobnou konvenci máme i pro τ a τ' – pozorujeme-li y, y' pod zorným úhlem τ, τ', mají zorné úhly stejné znaménko jako y, y'.

Kladné γ tedy znamená, že přístroj **nepřevrací** obraz (lupa) a **záporné** γ znamená, že přístroj **převrací** obraz (mikroskop).

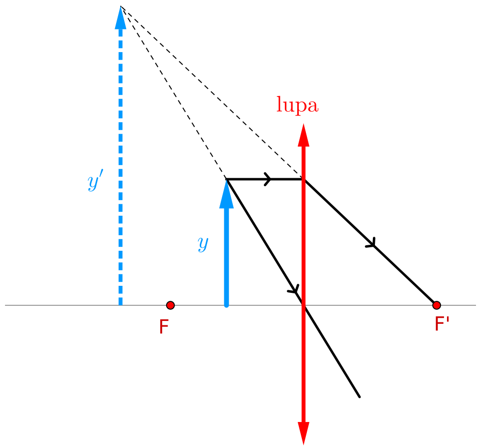
2 Lupa (jednoduchý mikroskop)

Lupa je **spojka s krátkou ohniskovou vzdáleností** $f < d = 25\,\mathrm{cm}$ (proč – viz dále). Předmět, jehož zorný úhel chceme zvětšit, se vkládá buď do jejího ohniska F_1, nebo mezi ohnisko a střed S_L (viz obr. 5).

Lupě se někdy říká **jednoduchý mikroskop** – je to přístroj, který zvětšuje zorný úhel při pozorování **drobných** předmětů a skládá se **jednoduše** jen z jediné čočky (na rozdíl od složeného mikroskopu, který má čočky dvě).



(a) Předmět v ohnisku F_1



(b) Předmět mezi F_1 a S_L

Obr. 5: Lupa a umístění předmětu

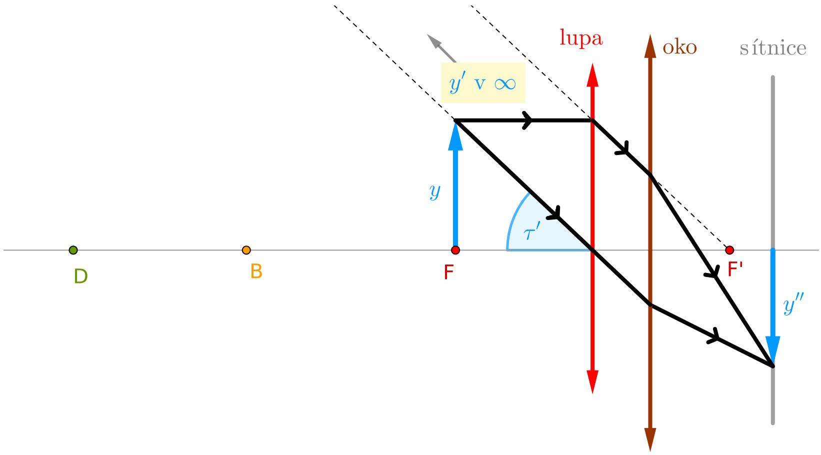
https://www.geogebra.org/m/f8kbvwpf

2.1 Předmět y v ohnisku lupy, obraz y' v ∞

Umístíme-li předmět do ohniska lupy (viz obr. 6), rozbíhavé paprsky z bodu W změní lupa na rovnoběžné, které dopadají do oka a oční čočka (resp. celá optická soustava oka) spojí tyto paprsky na sítnici. Oko pozoruje obraz v nekonečnu pod zorným úhlem τ_L a je **neakomodované, takže se neunavuje**.

Vidíme krástně, že díky lupě jsme přiblížili předmět k oku až za blízký bod, což by bez lupy nebylo možné (typicky $f_L \sim 5\,\text{cm}$ a vzdálenost blízkého bodu od oka je v mládí cca 10 cm a s rostoucím věkem se ještě výrazně zvětšuje[2]).

[2] viz aplet v GeoGebře, sloupeček označený a_p: https://www.geogebra.org/m/z7kkd2gm#material/m9D6srNf



Obr. 6: Předmět y v ohnisku – oko pozoruje obraz y' v ∞ a je neakomodované, takže se neunavuje, na sítnici vzniká obraz y'' obrazu y'.

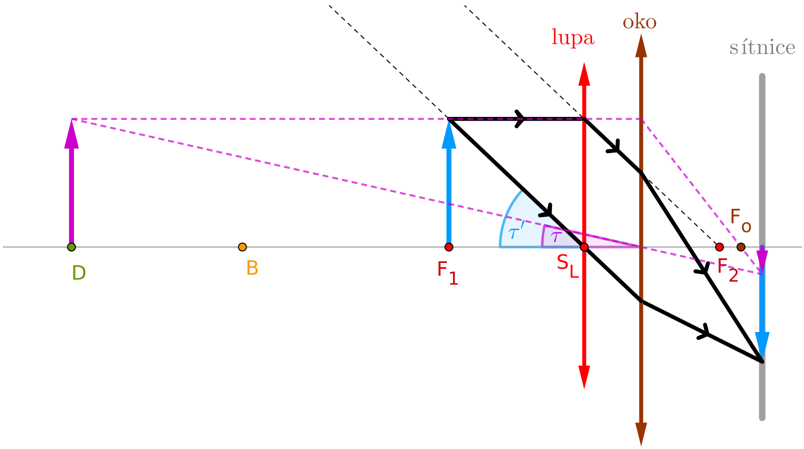
https://www.geogebra.org/m/vgq896fk

Díky tomu se tedy **zvětšil zorný úhel i obraz na sítnici** v porovnání se situací, kdy bychom umístili předmět bez lupy do konvenčního bodu D (viz obr. 7a) nebo dokonce do blízkého bodu B (viz obr. 7b).

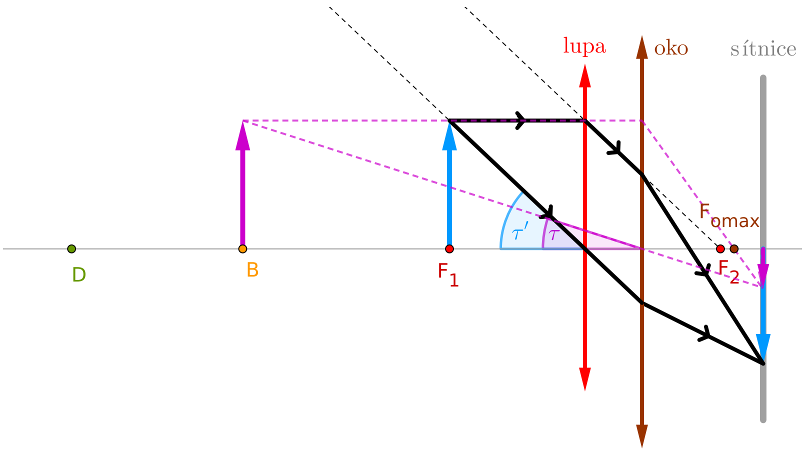
Čummež na obr. 8. Z trojúhelníků ΔWF_1S_L a ΔWDS_O dostáváme:

$$\operatorname{tg}\tau' = \frac{y}{f}; \qquad \operatorname{tg}\tau = \frac{y}{d+\delta}$$

Předpokládejme, že lupa je velmi blízko u oka, takže vzdálenost δ je zanedbatelná vůči konvenční vzdálenosti d, tedy $d + \delta \doteq d$. Dále si uvědomme, že obrázek není nakreslen v reálném měřítku a velikost drobného předmětu y je v poměru k d či f výrazně menší. Úhly τ a τ' jsou proto ve skutečnosti velmi malé. Díky tomu můžeme použít



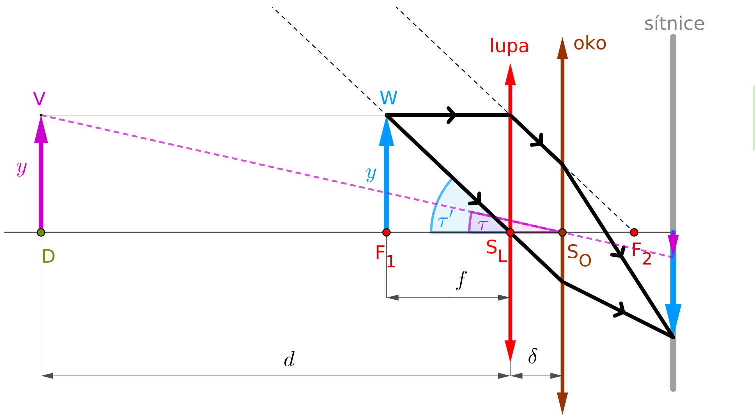
(a) Zorný úhel i obraz na sítnici jsou **větší**, než kdybychom pozorovali předmět bez lupy (fialová šipka) v **konvenčním** bodě D.



(b) Zorný úhel i obraz na sítnici jsou **větší**, než kdybychom pozorovali předmět bez lupy (fialová šipka) v **blízkém** bodě B.

Obr. 7: Předmět v ohnisku – zorný úhel je větší než bez lupy!

https://www.geogebra.org/m/vgq896fk



Obr. 8: Předmět v ohnisku – k odvození úhlového zvětšení.

https://www.geogebra.org/m/vgq896fk

přibližný vzorec pro tangens malého úhlu $\operatorname{tg}(x) \doteq x$ a dostáváme

$$\tau' \doteq \frac{y}{f}; \qquad \tau \doteq \frac{y}{d}$$

Dosazením do (1) dostáváme pro zvětšení lupy v případě, že předmět umístíme do ohniska, vztah

$$\boxed{\gamma_\infty = \frac{d}{f}} \tag{2}$$

Připomeňme si, že v této poloze předmětu pozorujeme obraz, který je v **nekonečnu** (proto označení γ_∞), oko je **neakomodované** (díváme se do blba) a neunavuje se. Tomuto zvětšení se říká **obchodní zvětšení lupy**.

Vidíme, že $d = 25\,\mathrm{cm}$ je konstanta a zvětšení závisí jen (nepřímo úměrně) na ohniskové vzdálenosti lupy – proto jsme v definici lupy požadovali, aby měla malou ohniskovou vzdálenost $f < d$.

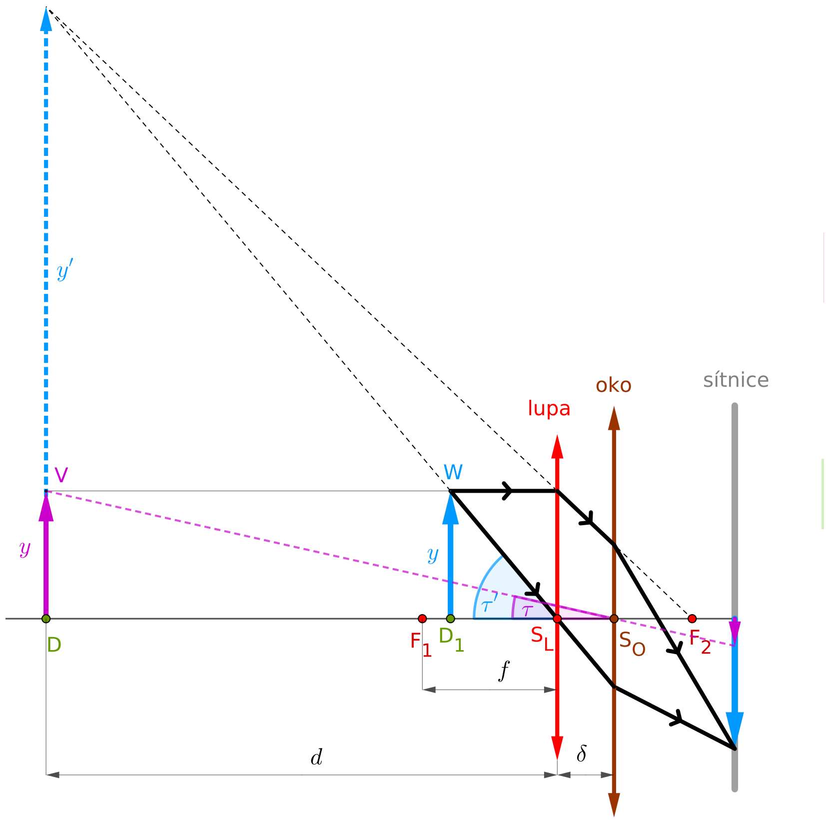
2.2 Předmět y za ohniskem lupy, obraz y' ve vzd. d

Nyní posuneme předmět ještě kousek dál za ohnisko do takového bodu D_1, aby lupa vytvořila **zdánlivý** obraz před čočkou, v **konvenčním bodě** D (viz obr. 8). Získáme tak ještě větší zorný úhel τ' a tím i větší úhlové zvětšení než v předchozím případě. Přitom pozorujeme obraz v konvenční zrakové vzdálenosti, kdy už sice oko akomoduje, ale při delším pozorování se příliš neunavuje. Pro zorné úhly dostáváme nyní:

$$\tau' \doteq \frac{y'}{d}; \qquad \tau \doteq \frac{y}{d}$$

Úhlové zvětšení tedy bude

$$\gamma = \frac{y'}{y} \tag{3}$$



Obr. 9: Předmět v bodě D_1 – obraz v D – k odvození úhlového zvětšení

https://www.geogebra.org/m/vgq896fk

Vidíme, že je rovno vlastně příčnému zvětšení $Z = \dfrac{y'}{y}$ lupy. Přitom pro Z současně platí vztah

$$Z = -\frac{a' - f}{f} \tag{4}$$

Zde máme zřejmě $a' = -d$, takže

$$Z = -\frac{-d - f}{f} = \frac{d + f}{f} \tag{5}$$

Pro úhlové zvětšení tedy dostáváme vztah

$$\boxed{\gamma_d = \frac{d}{f} + 1} \tag{6}$$

Připomeňme si, že v této poloze předmětu pozorujeme obraz, který je v **konvenční zrakové vzdálenosti** d (proto označení γ_d), oko je už **akomodované**, ale příliš se neunavuje.

2.3 Předmět y za ohniskem lupy, obraz y' ve vzd. b

Nyní můžeme posunout předmět ještě trochu dál za bod D_1, do takového bodu B_1, aby zdálivý obraz vznikal v blízkém bodě B (viz obr. 10). Nyní je zorný úhel τ' největší možný, oko již se velmi namáhá a platí:

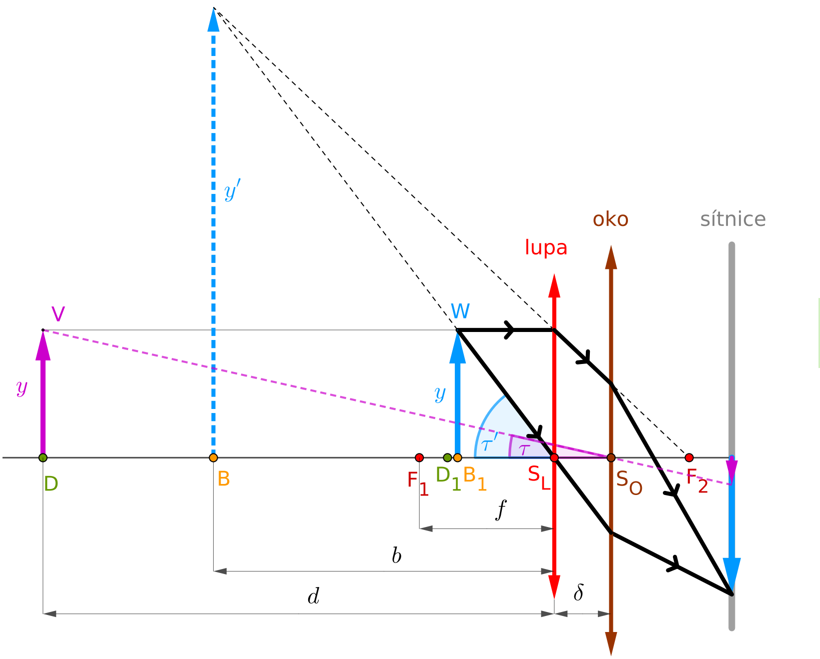
$$\tau' \doteq \frac{y'}{b}; \qquad \tau \doteq \frac{y}{d}$$

Odtud analogicky jako v předchozím případě (zde $a' = -b$):

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{y'}{y} \cdot \frac{d}{b} = Z \cdot \frac{d}{b} = -\frac{a' - f}{f} \cdot \frac{d}{b} = \frac{b + f}{f} \cdot \frac{d}{b} \tag{7}$$

A odtud po úpravě:

$$\boxed{\gamma_b = \frac{d}{f} + \frac{d}{b}} \tag{8}$$



Obr. 10: Předmět v bodě B_1 – obraz v B – k odvození úhlového zvětšení

https://www.geogebra.org/m/vgq896fk

Připomeňme si, že v této poloze předmětu pozorujeme obraz, který je v blízkém bodě B, tedy ve vzdálenosti b (proto označení γ_b), oko je **maximálně akomodované**, a silně se unavuje.

2.4 Srovnání zvětšení γ_∞, γ_d a γ_b

$$\gamma_\infty = \frac{d}{f} \qquad \gamma_d = \frac{d}{f} + 1 \qquad \gamma_b = \frac{d}{f} + \frac{d}{b}$$

Vidíme že první dvě hodnoty zvětšení jsou dány pouze objektivními veličinami d, f, kdežto třetí hodnota obsahuje vzdálenost blízkého bodu od oka b, která je individuální a s věkem se mění[3]).

Pokud není člověku přes 40 let, je $b < d$ a $\dfrac{d}{b} > 1$, takže platí:

$$\gamma_\infty < \gamma_d < \gamma_b \tag{9}$$

Například pro hodnoty $f = 5\,\mathrm{cm}, d = 25\,\mathrm{cm}, b = 10\,\mathrm{cm}$, dostáváme

$$\gamma_\infty = 5 \qquad \gamma_d = 6 \qquad \gamma_b = 7,5$$

Taková lupa tedy zvětšuje zorný úhel $5\times, 6\times, 7,5\times$. Obraz na sítnici je při použití lupy $5\times, 6\times, 7,5\times$ větší, než kdybychom předmět pozorovali bez lupy v konvenční zrakové vzdálenosti d.

3 Mikroskop složený

Mikroskop složený je v principu **lupa**, které říkáme **okulár**, ozbrojená **další spojkou** s krátkým ohniskem, které říkáme **objektiv**[4].

[3] viz opět aplet v GeoGebře, sloupeček označený a_p: https://www.geogebra.org/m/z7kkd2gm#material/m9D6srNf

[4] Pamatovák: *okulár* je u *oka*, *objektiv* je u pozorovaného *objektu*.

Drobný objekt y vložíme kousek před ohnisko objektivu, takže vznikne jeho *převrácený*, *skutečný* a *zvětšený* obraz y'. Ten potom **pozorujeme lupou – okulárem**. Víme, že lupu můžeme použít tak, že y' umístíme do ohniska nebo za ohnisko lupy. Probrali jsme tři možnosti:

1. do ohniska lupy a pozorujeme obraz y'' v ∞
2. za ohnisko lupy tak, aby vznikl zdánlivý obraz y'' v konvenčním bodě D
3. za ohnisko lupy tak, aby vznikl zdánlivý obraz y'' v blízkém bodě B

Tak se na tyto tři možnosti jukneme a odvodíme si úhlová zvětšení.

3.1 Obraz y' v ohnisku okuláru, obraz y'' v ∞

Čummež na obr. 11. Vzdálenost mezi ohnisky objektivu a okuláru Δ se nazývá **optický interval**. Snadno odvodíme úhlové zvětšení mikroskopu, které budeme značit velkým řeckým gama $\Gamma_\infty = \dfrac{\tau'}{\tau}$, aby se nám nepletlo s úhlovým zvětšením lupy (malé gama). Přitom platí

$$\tau' = \frac{y'}{f_2} \qquad\qquad \tau = \frac{y}{d}$$

Pročež

$$\Gamma_\infty = \frac{y'}{y} \cdot \frac{d}{f_2} \tag{10}$$

Vidíme, že první člen součinu $\dfrac{y'}{y}$ je **příčné zvětšení objektivu** Z_{obj} a druhý člen $\dfrac{d}{f}$ je nám známé úhlové zvětšení lupy γ_∞ (viz vztah (2)) – tedy **úhlové zvětšení okuláru** γ_{okul}.

$$\boxed{\Gamma_\infty = Z_{\text{obj}} \cdot \gamma_{\text{okul}}} \tag{11}$$

Přitom díky podobnosti zelených trojúhelníčků v obrázku 11 platí

$$\frac{y'}{y} = -\frac{\Delta}{f_1} \tag{12}$$

Znaménko minus jsme tam šoupli proto, že y a y' mají opačná znaménka (v našem obrázku je $y < 0$), kdežto Δ a f_1 jsou čísla kladná. Prdněmež (28) do (12) a dostaneme

$$\Gamma_\infty = -\frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{d}{f_2}$$

Zvětšení vychází záporné, což je v souladu s tím, že mikroskop převrací obraz (v obrázku je y pod osou, y'' nad osou).

Toto je **základní vztah pro zvětšení mikroskopu**, který se uvádí v učebnicích většinou v absolutní hodnotě (bez znaménka minus):

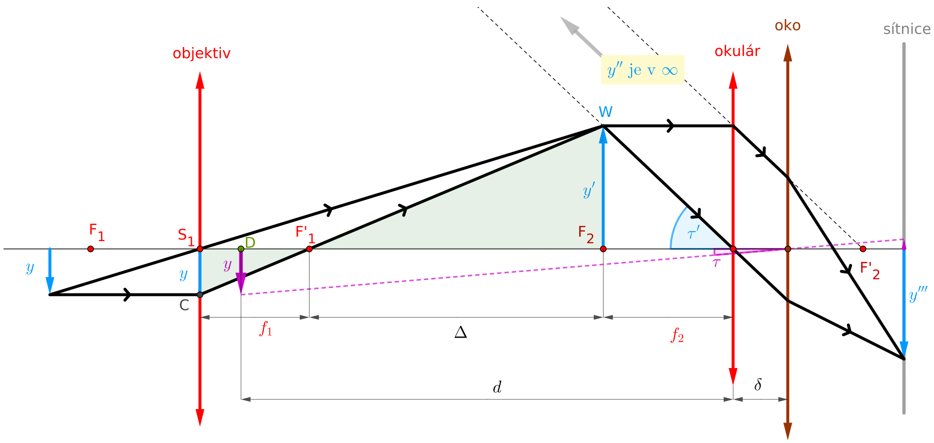
$$\boxed{\Gamma_\infty = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{d}{f_2}} \tag{13}$$

Připomeňme si, že v této poloze předmětu pozorujeme obraz y'', který je v **nekonečnu** (proto označení γ_∞), oko je **neakomodované** (díváme se do blba) a neunavuje se.

3.2 Obraz y' za ohniskem okuláru, obraz y'' ve vzd. d

Čummež na obr. 12. Odvodíme úhlové zvětšení mikroskopu $\Gamma_d = \dfrac{\tau'}{\tau}$ v této poloze. Přitom platí

$$\tau' = \frac{y''}{d} \qquad\qquad \tau = \frac{y}{d}$$



Obr. 11: Mikroskop – obraz y'' je v ∞

https://www.geogebra.org/m/avjzq9pf

Pročež

$$\Gamma_d = \frac{y''}{y} \tag{14}$$

Pro příčná zvětšení objektivu a okuláru přitom platí

$$Z_1 = \frac{y'}{y} \qquad\qquad Z_2 = \frac{y''}{y'}$$

Odtud vynásobením máme

$$Z_1 Z_2 = \frac{y'}{y} \cdot \frac{y''}{y'} = \frac{y''}{y} = \Gamma_d \tag{15}$$

Současně pro příčná zvětšení platí

$$Z_1 = -\frac{a_1'}{a_1} \qquad\qquad Z_2 = -\frac{a_2'}{a_2} \tag{16}$$

Z (15) a (16) dostáváme

$$\Gamma_d = \frac{a_1'}{a_1} \cdot \frac{a_2'}{a_2} \tag{17}$$

Dle obrázku 12 je $d = -a_2'$, takže

$$\Gamma_d = -\frac{a_1'}{a_1} \cdot \frac{d}{a_2} \tag{18}$$

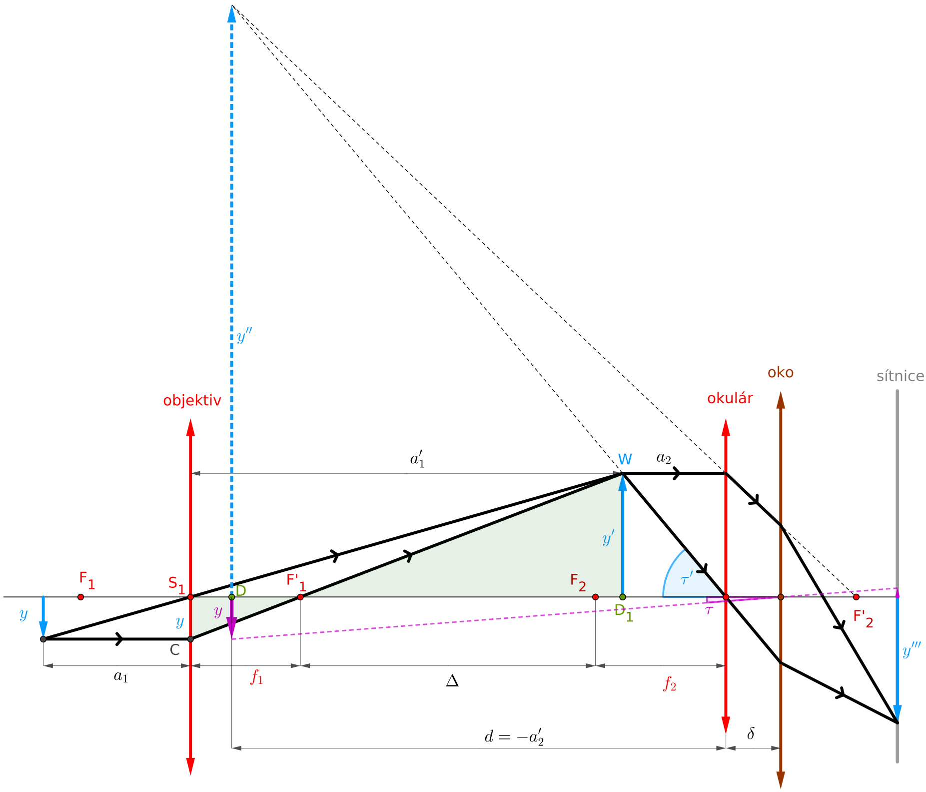
Nyní si napíšeme ZORO pro objektiv a okulár:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1'} \tag{19}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2'} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{d} \tag{20}$$

Z první a druhé rovnice dostaneme po úpravě podíly

$$\frac{a_1'}{a_1} = \frac{a_1' - f_1}{f_1} \qquad\qquad \frac{d}{a_2} = \frac{f_2 + d}{f_2} \tag{21}$$



Obr. 12: Mikroskop – obraz y'' je v d

https://www.geogebra.org/m/phpj4mde

které prdneme do (18):

$$\Gamma_d = -\frac{a_1' - f_1}{f_1} \cdot \frac{f_2 + d}{f_2} \tag{22}$$

Dle obrázku je

$$a_1' + a_2 = f_1 + \Delta + f_2$$

Pročež

$$a_1' - f_1 = f_1 + \Delta + f_2 - a_2 \tag{23}$$

Současně z druhého poměru (32) máme

$$a_2 = \frac{f_2 d}{f_2 + d} \tag{24}$$

Nyní prdneme (24) do (34) a to zas do (35):

$$\Gamma_d = -\left(f_1 + \Delta + f_2 - \frac{f_2 d}{f_2 + d}\right) \cdot \frac{f_2 + d}{f_1 f_2} \tag{25}$$

Po pár úpravičkách konečne máme (opět vynecháme znaménko minus):

$$\boxed{\Gamma_d = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{d}{f_2} + \frac{\Delta + f_2}{f_1}} \tag{26}$$

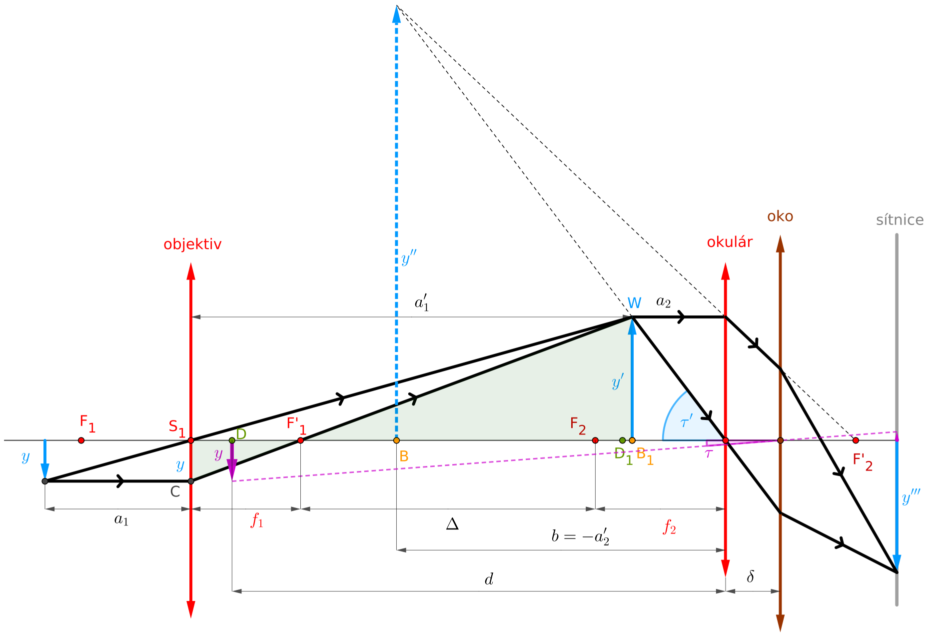
Vidíme, že první člen roven Γ_∞ a druhý člen je kladný, takže zvětšení v této poloze vychází samozřejmě větší než v poloze předchozí.

Vztah (26) můžeme zjednodušit, pokud zanedbáme f_2 vůči Δ. Potom $\Delta + f_2 \sim \Delta$ a pro zvětšení po úpravě dostáváme:

$$\boxed{\Gamma_d \sim \frac{\Delta}{f_1} \cdot \left(\frac{d}{f_2} + 1\right)} \tag{27}$$

Vidíme, že první člen je **přibližně**[5] příčné zvětšení objektivu a druhý člen úhlové zvětšení lupy γ_d, které jsme odvodili v sekci o lupě (vztah (6))

3.3 Obraz y' za ohniskem okuláru, obraz y'' ve vzd. b



Obr. 13: Mikroskop – obraz y'' je v b

https://www.geogebra.org/m/jdcrzx7e

[5]Dle obr. 12 díky podobnosti trojúhelníků $\Delta W D_1 F_1'$ a $\Delta C S_1 F_1'$ platí: $\dfrac{y'}{y} = \dfrac{\Delta + |F_2 D_1|}{f_1} \sim \dfrac{\Delta}{f_1}$.

Čummež na obr. 13. Odvodíme úhlové zvětšení mikroskopu $\Gamma_d = \frac{\tau'}{\tau}$ v této poloze. Přitom platí

$$\tau' = \frac{y''}{b} \qquad \tau = \frac{y}{d}$$

Pročež

$$\Gamma_b = \frac{y''}{y} \cdot \frac{d}{b} \tag{28}$$

První člen součinu je opět roven $\frac{a_1'}{a_1} \cdot \frac{a_2'}{a_2}$. Přitom dle obrázku je $a_2' = -b$, takže

$$\Gamma_b = -\frac{a_1'}{a_1} \cdot \frac{b}{a_2} \cdot \frac{d}{b} = -\frac{a_1'}{a_1} \cdot \frac{d}{a_2} \tag{29}$$

Nyní si napíšeme ZORO pro objektiv a okulár:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1'} \tag{30}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2'} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b} \tag{31}$$

Z první rovnice dostaneme po úpravě

$$\frac{a_1'}{a_1} = \frac{a_1' - f_1}{f_1} \qquad a_2 = \frac{bf_2}{b + f_2} \tag{32}$$

které prdneme do (29):

$$\Gamma_d = -\frac{a_1' - f_1}{f_1} \cdot d \cdot \frac{f_2 + b}{f_2 b} \tag{33}$$

Dle obrázku je

$$a_1' + a_2 = f_1 + \Delta + f_2$$

Pročež

$$a_1' - f_1 = \Delta + f_2 - a_2 = \Delta + f_2 - \frac{bf_2}{b + f_2} \tag{34}$$

Tedy

$$\Gamma_d = -\frac{\Delta + f_2 - \dfrac{bf_2}{b+f_2}}{f_1} \cdot d \cdot \frac{f_2 + b}{f_2 b} \tag{35}$$

Odtud po úpravě (opět bez minusu)

$$\boxed{\Gamma_b = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{d}{f_2} + \frac{\Delta + f_2}{f_1} \cdot \frac{d}{b}} \tag{36}$$

Vztah (36) můžeme zjednodušit, pokud zanedbáme f_2 vůči Δ. Potom $\Delta + f_2 \sim \Delta$ a pro zvětšení po úpravě dostáváme:

$$\boxed{\Gamma_b \sim \frac{\Delta}{f_1} \cdot \left(\frac{d}{f_2} + \frac{d}{b}\right)} \tag{37}$$

Vidíme, že první člen je **přibližně**[6] příčné zvětšení objektivu a druhý člen úhlové zvětšení lupy γ_b, které jsme odvodili v sekci o lupě (vztah (8))

3.4 Srovnání zvětšení Γ_∞, Γ_d a Γ_b

Dostali jsme

$$\begin{aligned}
\Gamma_\infty &= \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{d}{f_2} \\
\Gamma_d &= \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{d}{f_2} + \frac{\Delta + f_2}{f_1} \sim \frac{\Delta}{f_1} \cdot \left(\frac{d}{f_2} + 1\right) \\
\Gamma_b &= \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{d}{f_2} + \frac{\Delta + f_2}{f_1} \cdot \frac{d}{b} \sim \frac{\Delta}{f_1} \cdot \left(\frac{d}{f_2} + \frac{d}{b}\right)
\end{aligned}$$

[6] Dle obr. 13 díky podobnosti trojúhelníků $\Delta W B_1 F_1'$ a $\Delta C S_1 F_1'$ platí: $\frac{y'}{y} = \frac{\Delta + |F_2 B_1|}{f_1} \sim \frac{\Delta}{f_1}$.

Vidíme že první dvě hodnoty zvětšení jsou dány pouze objektivními veličinami d, f_1, f_2, Δ, kdežto třetí hodnota obsahuje vzdálenost blízkého bodu od oka b, která je individuální a s věkem se mění[7]).

Pokud není člověku přes 40 let, je $b < d$ a $\frac{d}{b} > 1$, takže platí:

$$\Gamma_\infty < \Gamma_d < \Gamma_b \tag{38}$$

Například pro hodnoty $f_1 = f_2 = 1\,\text{cm}, b = 10\,\text{cm}, \Delta = 20\,\text{cm}, d = 25\,\text{cm}$ dostáváme:

$$\Gamma_\infty = 500 \qquad \Gamma_d = 521 \sim 520 \qquad \Gamma_b = 552,5 \sim 550$$

4 Historky z historie mikroskopu

- Pěkné video o rané historii mikroskopu: https://youtu.be/U73iwy3YqCA?feature=shared
- Lens Making in the 1600s: https://youtu.be/2SJY0foypAo?feature=shared

[7]viz opět aplet v GeoGebře, sloupeček označený a_p: https://www.geogebra.org/m/z7kkd2gm#material/m9D6srNf