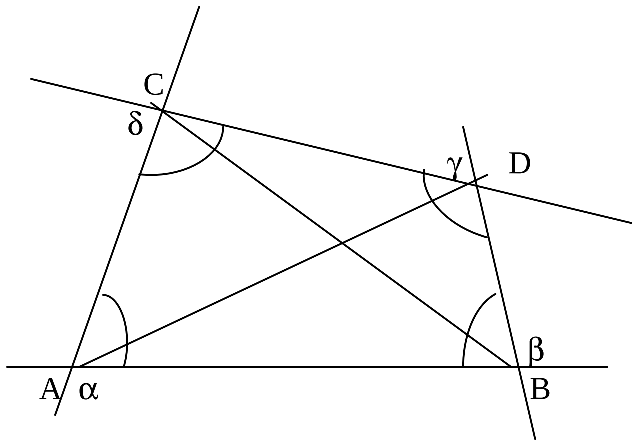
1.4 Cuadriláteros

Definición

Un **cuadrilátero** es un polígono de cuatro lados.

Por lo tanto tiene cuatro ángulos interiores.



Notación

Vértices: A, B, C y D

Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BD}$, $\overline{DC}$ y $\overline{CA}$

Diagonales: $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$

Ángulos interiores: $\angle$CAB, $\angle$ABD, $\angle$BDC y $\angle$DCA

Ángulos exteriores: α, β, γ y δ.

Propiedades de los cuadriláteros

Teorema

En todo cuadrilátero la suma de los ángulos interiores es 360°.

Represente gráficamente el teorema y justifíquelo.

Teorema

En todo cuadrilátero la suma de los ángulos exteriores es 360°.

Tarea

Clasificación de los cuadriláteros

Según el paralelismo existente entre sus lados opuestos, se clasifican en:

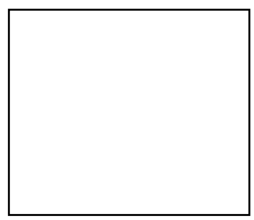
a) Paralelogramos, b) trapecios y c) trapezoides.

a) Paralelogramos

Son cuadriláteros que tienen dos pares de lados opuestos paralelos. Cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.

Cuadrado

Paralelogramo de ángulos interiores de 90° y cuatro lados congruentes.

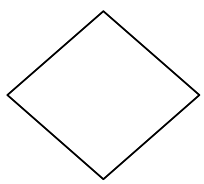


Rectángulo

Paralelogramo de ángulos interiores de 90° y sus lados adyacentes distintos.

Rombo

Paralelogramo de cuatro lados congruentes.



Romboide

Paralelogramo de lados adyacentes distintos.

b) Trapecios

Cuadriláteros de solo dos lados paralelos, llamados **bases**.

Trapecio escaleno

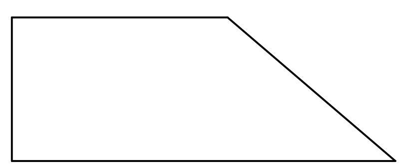
Sus lados no paralelos son distintos.

Trapecio isósceles

Sus lados no paralelos son con congruentes.

Trapecio rectángulo

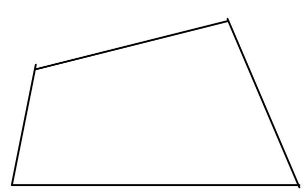
Un lado no paralelo es perpendicular a las bases.



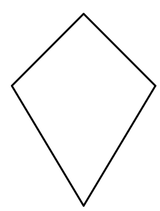
c) Trapezoide

Cuadriláteros que no tienen lados paralelos.

Trapezoide asimétrico



Trapezoide simétrico o **deltoide**.



Propiedades generales de los paralelogramos

En todos los paralelogramos

1. Los ángulos opuestos tienen igual medida.
2. Los ángulos consecutivos son suplementarios.
3. Los lados opuestos son de igual medida.
4. Las diagonales, se dimidian mutuamente.

En todos los cuadrados y rombos

1. Las diagonales son bisectrices de los ángulos interiores.
2. Las diagonales son perpendiculares.

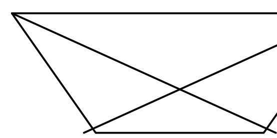
En todos los cuadrados y rectángulos

1. Las diagonales son de igual medida.

Propiedades de trapecios especiales

Trapecio isósceles

1. Un trapecio es isósceles si y solo si sus ángulos basales son iguales.



2. Las diagonales son de igual medida.

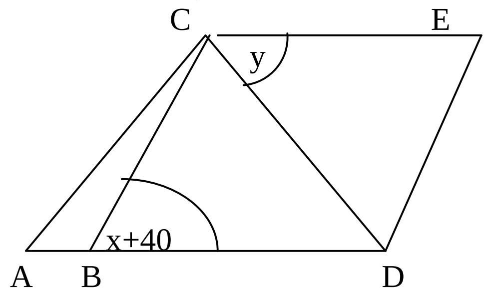
Definición

La mediana de un trapecio es el segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos.

La longitud de la mediana es igual a la semi suma de las longitudes de las bases.

Ejercicios resueltos # 2

1. En la figura, ΔABC equilátero y BDEC un paralelogramo de lados iguales, determine el valor de: $x + y$



Solución

ΔABC equilátero, entonces $\measuredangle ABC=60°$

Luego $60° + x + 40° = 180°$, entonces $x =80°$

$\measuredangle BDC =\measuredangle BCD$, porque ΔBDC isósceles y $\overline{BD} = \overline{BC}$

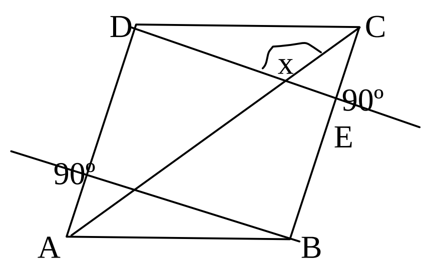
$\measuredangle DBC = 80° + 40° = 120°$, luego $\measuredangle BDC = \measuredangle BCD = 30°$

$\measuredangle BCD = y = 30°$, porque $\overline{CD}$ es bisectriz de $\measuredangle BCE$

Por lo tanto $x + y = 30° + 80° = 110°$

El valor de $x + y$ es $110°$

2. En la figura siguiente, ABCD es un rombo, $\measuredangle BAD = 40º$, encuentre la medida de x



Solución

Si $\measuredangle BAD = 40º$, entonces $\measuredangle DAC = 20°$, porque $\overline{AC}$ es bisectriz de $\measuredangle BAD$

Y $\measuredangle ACD = \measuredangle DAC = 20°$

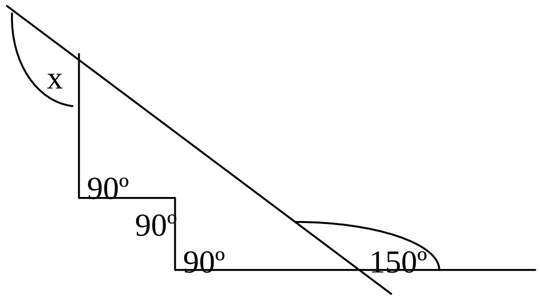
Sea $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ en ΔDEC, $\measuredangle ECD$ mide $40°$, por ser ángulo opuesto a $\measuredangle BAD$ en un paralelogramo.

$\measuredangle EDC = 180°-\measuredangle ECD -\measuredangle DEC = 180°- 40°- 90° = 50°$

Ahora $x = 180°-\measuredangle ACD-\measuredangle EDC = 180°-20°-50° = 110°$

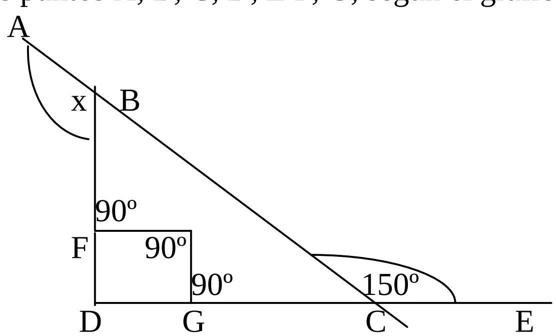
El ángulo $x =110°$

3. ¿Cuánto mide el ángulo x?



Solución

Se definen los puntos A, B, C, D, E F, G, según el gráfico



B, F, D puntos colineales y D, G, C puntos colineales

∡DCB = 30º , por ser el suplemento de ∡ECB = 150º

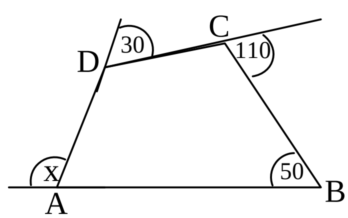
∡BDC = 90°

Dado que x es ángulo exterior de ΔBDC, entonces

X = 90° + 30° = 120°

El ángulo x mide 120°

4. En la figura ABCD es un trapezoide, determine la medida del ángulo x.



Solución

La suma de los ángulos exteriores de un paralelogramo es 360°

El ángulo exterior a ∡ABC =50°, mide 130°, por lo tanto

30° + 110° + 130° + x = 360°

270° + x = 360°

x = 90° , el ángulo x mide 90°