



Institución Universitaria  
Acreditada en Alta Calidad



Congreso  
Latinoamericano de  
**GeoGebra:**

Las TIC al servicio de la  
innovación educativa - 2016

Medellín-Colombia



# DISEÑO DE INSTRUMENTO PARA LA ENSEÑANZA DE LA LEY PROBABILÍSTICA DE LOS GRANDES NÚMEROS A TRAVÉS DE GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DE MODELIZACIÓN

JESÚS EVENSON PÉREZ ARENAS

Docente: institución Educativa Antonio Donado Camacho. Rionegro (Ant.)

Magister: Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Especialización en Estadística. Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín.

Ingeniería de Sistemas: Universidad Católica de Oriente.

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

## RESUMEN

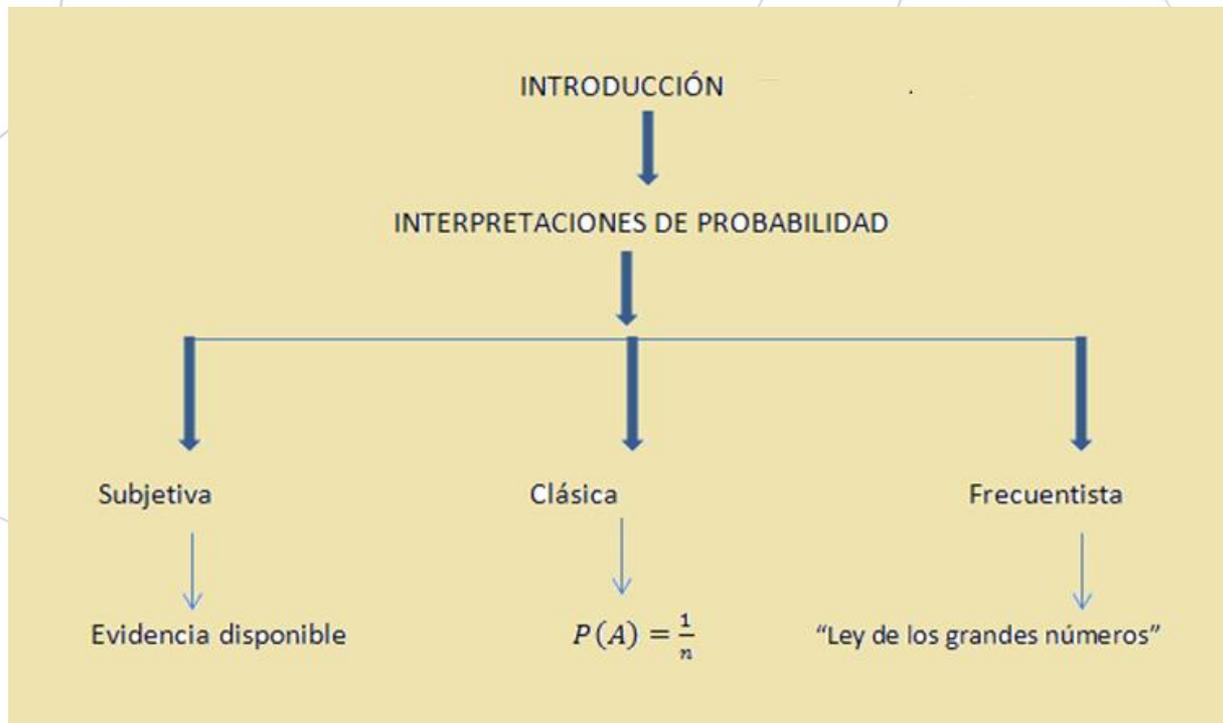
El diseño está orientado a interpretar la teoría de la probabilidad con un enfoque lúdico, como recurso educativo utilizando los juegos de azar, la simulación de las frecuencias de aparición asociadas a un suceso aleatorio, calculando las frecuencias relativas de cada suceso elemental de un experimento aleatorio, observando cómo estos valores tienden a estabilizarse en cierto número, conforme el número de ensayos va creciendo llamado probabilidad del suceso, tal como lo explica la ley de los grandes números.

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

## RESUMEN

Cada experimento aleatorio es representado con las imágenes relacionadas al problema, las tablas de frecuencias, las gráficas de frecuencias absolutas y relativas, el algoritmo de construcción y la probabilidad del suceso o evento, utilizando como herramienta de modelización applets de Geogebra; interactuando en el programa con los deslizadores y las cajas de entrada, para la realización de diferentes experimentos aleatorios, pretendiendo demostrar los resultados de las probabilidades de sucesos equiprobables y no equiprobables, como el lanzamiento de monedas, dados y la situación problema de los sombreros de Euler donde se incluyen permutaciones, comparando la probabilidad frecuentista con la definición de probabilidad clásica.

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS



## APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

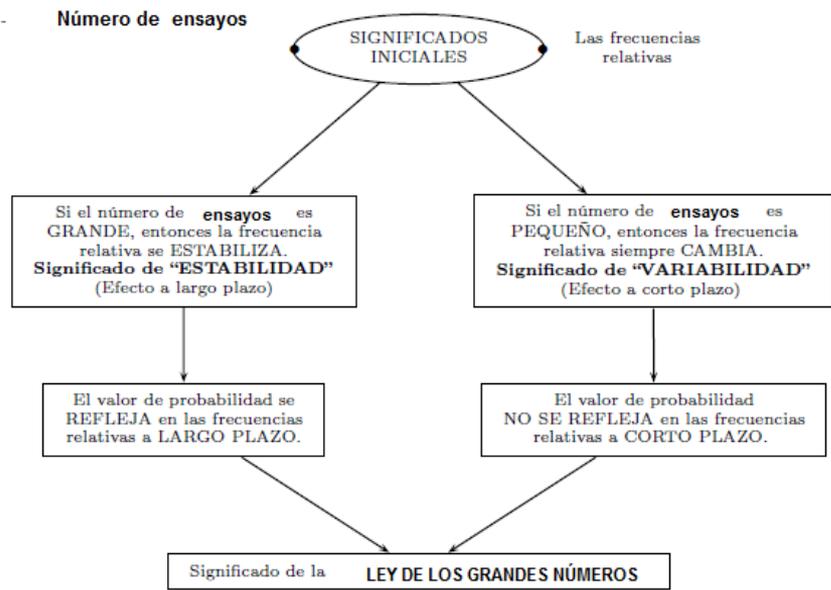
### Probabilidad frecuentista

Un experimento aleatorio se caracteriza porque repetido muchas veces y en idénticas condiciones el cociente entre el número de veces que aparece un resultado (suceso) y el número total de veces que se realiza el experimento tiende a un número fijo. Esta propiedad es conocida como **ley de los grandes números**, establecida por Jacob Bernoulli.

La frecuencia relativa del suceso A:

$$f_r(A) = \frac{\text{número de veces que aparece } A}{\text{número de veces que se realiza el experimento}}$$

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS



Fuente: Efectos de la simulación en la comprensión de la ley de los grandes números

G. YAÑEZ CANAL & E. JAIMES

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

## OBJETIVOS

### General

- Diseñar un instrumento que contenga instrucciones, las cuales precisen y profundicen en la enseñanza de la probabilidad orientada en la ley de los grandes números para la básica media utilizando las simulaciones como recurso didáctico e interactivo mediante el software educativo Geogebra.

### Específicos

- Diseñar actividades con sucesos o experimentos aleatorios, que le permitan al estudiante la solución de situaciones problema relacionadas con la ley de los grandes números, con el fin de facilitar el aprendizaje de los conceptos básicos de probabilidad, probabilidad frecuentista y análisis de permutaciones.
- Elaborar una secuencia de actividades relacionadas con el seguimiento de instrucciones utilizando como recurso tecnológico el software Geogebra facilitando la interpretación del concepto de estabilidad y variabilidad en la ley de los grandes números.

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

[https://es.wikibooks.org/wiki/Applets\\_ley\\_de\\_los\\_grandes\\_n%C3%BAmeros/Galeria\\_de\\_imagenes\\_Applets\\_ley\\_de\\_los\\_grandes\\_n%C3%BAmeros](https://es.wikibooks.org/wiki/Applets_ley_de_los_grandes_n%C3%BAmeros/Galeria_de_imagenes_Applets_ley_de_los_grandes_n%C3%BAmeros)

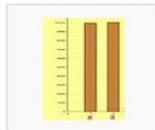


## Applets ley de los grandes números Galeria de imagenes Applets ley de los grandes números

Jeepezar



<http://tube.geogebra.org/material/simple/id/124048>  
Lanzar una moneda n veces



<http://tube.geogebra.org/material/simple/id/125060>  
Gráfico de Frecuencia absoluta de lanzar una moneda n veces



<http://tube.geogebra.org/material/simple/id/161382>  
Gráfico de frecuencia relativa. Lanzamiento de una moneda n veces



<http://tube.geogebra.org/student/m156660>  
Lanzamiento de un dado n veces



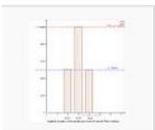
<http://tube.geogebra.org/student/m125360>  
Gráfico de frecuencia absoluta lanzar un dado n veces



<http://tube.geogebra.org/student/m162839>  
Gráfico de frecuencia relativa lanzamiento de un dado n veces



<http://tube.geogebra.org/student/m125366>  
Lanzar dos monedas n veces



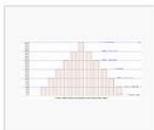
<http://tube.geogebra.org/student/m125372>  
Gráfico de frecuencia absoluta de lanzar dos monedas n veces



<http://tube.geogebra.org/student/m167170>  
Gráfica frecuencia relativa Lanzar dos monedas n veces



<http://tube.geogebra.org/student/m125374>  
Lanzar dos dados n veces



<http://tube.geogebra.org/student/m125377>  
Gráfico de frecuencia absoluta de lanzar dos dados n veces



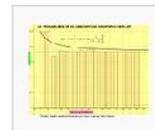
<http://tube.geogebra.org/student/m163661>  
Gráfica de frecuencia relativa lanzar dos dados n veces



<http://tube.geogebra.org/student/m299049> Las coincidencias de los sombreros de Euler con  $n=3$



<http://tube.geogebra.org/student/m299055> Las coincidencias de los sombreros de Euler con  $n=4$



<http://tube.geogebra.org/student/m299059>  
Probabilidad de las n coincidencias de los sombreros de Euler

Fuente: Applets creados en Geogebra por Jesús Evenson Pérez Arenas.

[https://es.wikibooks.org/wiki/Applets\\_ley\\_de\\_los\\_grandes\\_n%C3%BAmeros/Galeria\\_de\\_imagenes\\_Applets\\_ley\\_de\\_los\\_grandes\\_n%C3%BAmeros](https://es.wikibooks.org/wiki/Applets_ley_de_los_grandes_n%C3%BAmeros/Galeria_de_imagenes_Applets_ley_de_los_grandes_n%C3%BAmeros)

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

<http://tube.geogebra.org/evenper?p=materials>

CONTRIBUIDOR



Jesús Evenson Pérez Arenas

<https://tube.geogebra.org/?lang=es>



GRÁFICA FRECUENCIA RELATIV...

14 de marzo de 2016 - 21:39

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)

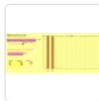


Grafico de fr. Absoluta Lan...

29 de septiembre de 2015 - 21:52

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Lanzamiento de un Dado n veces

29 de septiembre de 2015 - 21:37

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Grafica de frecuencia relat...

29 de septiembre de 2015 - 21:21

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Función Seno Amplitud y Fase

29 de noviembre de 2014 - 1:52

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Grafico de Barras lanzar un...

5 de julio de 2014 - 13:57

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Las No coincidencias de los...

29 de septiembre de 2015 - 22:33

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



LANZAR UNA MONEDA N VECES ...

29 de septiembre de 2015 - 21:48

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Lanzamiento de dos Dados n ...

29 de septiembre de 2015 - 21:33

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Lanzamiento de dos monedas ...

29 de septiembre de 2015 - 21:14

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Grafico de frecuencia Absol...

30 de septiembre de 2014 - 21:19

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Probabilidad no coincidenci...

29 de septiembre de 2015 - 21:57

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Las coincidencias de los so...

29 de septiembre de 2015 - 21:41

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Gráfico frecuencia relativa...

29 de septiembre de 2015 - 21:29

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Lanzamiento de una moneda n...

11 de diciembre de 2014 - 13:03

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)



Grafico de Barras lanzar do...

5 de julio de 2014 - 14:08

[Jesús Evenson Pérez Arenas](#)

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

- **Instructivos de los experimentos aleatorios Applets ley de los grandes números**

Cada experimento aleatorio va asociado al diseño algorítmico de construcción en GeoGebra, útil para profesores y estudiantes contribuyendo a seguir instrucciones en forma ordenada, importante para adquirir destrezas como primeros pasos en la lógica de la programación y despertar el interés de los estudiantes. Al final de cada experimento aleatorio hay una guía de preguntas relacionadas con el tema, la cual tiene como propósito que los estudiantes comprendan los resultados mediante la simulación de  $n$  veces un experimento aleatorio utilizando las probabilidades frecuentistas y puedan comparar los resultados con la definición clásica de probabilidad.

los instructivos applets en Geogebra ley de los grandes números son un compendio de 12 archivos de cada experimento aleatorio con extensión pdf, que contienen un conjunto de instrucciones paso a paso para la elaboración de cada applets. Para el desarrollo de estos instructivos se utiliza , “el manual oficial de la versión 3.2 Geogebra” MarKus (2009). Dicho recurso didáctico está disponible para quienes estén interesados en profundizar en la construcción de cada applet de los experimentos aleatorios en los siguientes enlaces:

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

## Instructivos de los experimentos aleatorios Applets ley de los grandes números

[Instructivo Applet en Geogebra lanzamiento de una moneda n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra grafico de frecuencia Absoluta Lanzamiento de una moneda n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra grafico de frecuencia Relativa Lanzamiento de una moneda n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra lanzamiento de un dado n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra gráfico de frecuencia Relativa Lanzamiento de un dado n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra Lanzamiento dos monedas n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra Grafica frecuencia relativa Lanzamiento de dos monedas n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra lanzamiento de dos dados n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra grafica frecuencia relativa Lanzamiento de dos dados n veces](#)

[Instructivo Applet en Geogebra las coincidencias de los sombreros de Euler con  \$n=3\$](#)

[Instructivo Applet en Geogebra las coincidencias de los Sombreros de Euler con  \$n=4\$](#)

[Instructivo Applet en Geogebra Probabilidad de las no coincidencias de los Sombreros de Euler](#)

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

## Referencias

Álvarez, A., Gastélum, D. & Insunza, S. (2009). *Desarrollo de software para El aprendizaje y razonamiento probabilístico: El caso de SIMULAPROB*. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, pp 135-149. Recuperado de [http://www.pucrs.br/famat/viali/doutorado/sat/literatura/artigos/pacotes/Union\\_018\\_015.pdf](http://www.pucrs.br/famat/viali/doutorado/sat/literatura/artigos/pacotes/Union_018_015.pdf)

Batanero, C. (2006). *Razonamiento probabilístico n la vida cotidiana: un desafío educativo*. Universidad de Granada, España.

Godino & Batanero. *Estocástica y su Didáctica para maestros*. Proyecto Edumat - Maestros. Universidad de Granada, octubre de 2004. <http://www.ugr.es/local/godino/Edumat - Maestros/>.

GODINO, J., Roa, R., Recio, Á., Ruiz, F., & Pareja, J. (2007). *Análisis didáctico de un proceso de estudio de la ley empírica de los grandes números*. Educação Matemática Pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. ISSN 1983-3156, 8(2). Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/ley\\_grandes\\_números.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/ley_grandes_números.pdf)

Hernández, Fernández & Baptista. *Metodología de la investigación*. Cuarta Edición. Editorial McGrawHill. México. 2007.

Jiménez, L & Jiménez, J. (2004). *Enseñar probabilidad en primaria y secundaria ¿Para que? Y ¿Por que?*. Programa de matemática en matemática educativa. Universidad de Costa Rica, Costa Rica.

Klein, J. (1997). *Statistical Visions in Time: A History of Time Series Analysis*. (pp 158). Estados unidos: Cambridge University Press Recuperado de [http://books.google.com.co/books?id=rIBUTabMo4wC&pg=PA158&dq=Chebyshev+\(1867\)&hl=es&sa=X&ei=afxSVLuRLYgrgws-1YK4BA&ved=0CDIQ6AEwAw#v=onepage&q=Chebyshev%20\(1867\)&f=false](http://books.google.com.co/books?id=rIBUTabMo4wC&pg=PA158&dq=Chebyshev+(1867)&hl=es&sa=X&ei=afxSVLuRLYgrgws-1YK4BA&ved=0CDIQ6AEwAw#v=onepage&q=Chebyshev%20(1867)&f=false)

# APPLETS LEY DE LOS GRANDES NUMEROS

## Referencias

Markus Hohenwarter, (2009). *Manual Oficial de la Versión 3.2 Geogebra*. Universidad de Salzburgo, Austria. Recuperado de <http://www.geogebra.org>

Martin, F. (2011). *Diccionario de Estadística Económica y Empresarial*. (pp 92). España: ECOBOOK editorial del economista. Recuperado de <http://books.google.com.co/books?id=E29TovZnjgoC&pg=PA92&dq=Cantelli++ley+fuerte+de+los+grandes+números&hl=es&sa=X&ei=BBFTVkfUIMqggwTo4YKIBg&ved=0CCIQ6AEwAQ#v=onepage&q=Cantelli%20%20ley%20fuerte%20de%20los%20grandes%20números&f=false>

Ministerio de educación nacional. (1998). *Serie Lineamientos curriculares*. pág. 18.

Perez, J. (2014). *Applets ley de los grandes números*. de [https://es.wikibooks.org/wiki/Applets\\_ley\\_de\\_los\\_grandes\\_números](https://es.wikibooks.org/wiki/Applets_ley_de_los_grandes_números)

Pérez, M. (2009). *Una Historia de Las Matemáticas: Retos Y Conquistas a Través de Sus Personajes*. (pp 316.) España: Editorial visión libros. Recuperado de <http://books.google.com.co/books?id=4YOfMzU5bCUC&pg=PA316&dq=Ley+de+los+grandes+números:+Ars+Conjectandi&hl=es&sa=X&ei=7YVSVoz7GYWUNoLug9gP#v=onepage&q=Ley%20de%20los%20grandes%20números%3A%20Ars%20Conjectandi&f=false>

Salinero, P. *Historia de la Teoría de la Probabilidad*. Recuperado de [http://www.uam.es/personal\\_pdi/ciencias/ezuazua/informweb/trabajosdehistoria/salinero\\_probabilidad.pdf](http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/ezuazua/informweb/trabajosdehistoria/salinero_probabilidad.pdf).

Triola, M. (2009). *Estadística*. (10<sup>ma</sup> Edición). México: Pearson Educación.

Yáñez, G & Jaimes, E. (2013). *Efectos de la simulación en la comprensión de la ley de los grandes números*. Revista Integración, pp. 69-86  
Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=327028023007>