

2ª REGRA DE SIMPSON

CURVA

1) SIMPLES

A 2ª regra de Simpson consiste em aproximar a integral $\int_a^b f(x)dx$ pela integral de um polinômio interpolador de segundo grau, que por sua vez, fornece uma melhor aproximação se comparada as regras anteriores.

Dados 4 pontos distintos igualmente espaçados (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , tem-se que a integração do polinômio interpolador de Newton do terceiro grau gera a 2ª regra de Simpson que é dada por:

Dados três pontos distintos (x_0, y_0) , (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , igualmente espaçados, com $x_0 = a$, $x_3 = b$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{3h}{8} [y_0 + 3y_1 + 3y_2 + y_3]$$

onde $h = x_{i+1} - x_i$ com $i = 0, 1, 2, 3$.

2) COMPOSTA

Subdividindo o intervalo $[a, b]$ em n (múltiplo de 3) subintervalos de mesma amplitude h e aplicando a 2ª regra de Simpson tem-se:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{3h}{8} [y_0 + 3y_1 + 3y_2 + 2y_3 + 3y_4 + 3y_5 + 2y_6 + \dots + 3y_{n-2} + 3y_{n-1} + y_n]$$

3) ERRO

O erro cometido é dado pela integração do resíduo do polinômio interpolador do terceiro grau. Ele é a diferença entre a integral exata e a integral aproximada. O erro é dado por:

$$E = \frac{-(b-a)^5}{80n^4} f^{(4)}(\eta), \eta \in [a, b]$$