

ΔΙΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Αν M, N είναι τα μέσα των πλευρών $\Delta\Gamma, B\Gamma$ παραλληλογράμιου $AB\Gamma\Delta$, ναδειχθεί ότι τα τμήματα AM και AN τριχοτομούν τη διαγώνιο $B\Delta$.

Λύση

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ οι BO και AN διάμεσοι, άρα Z βαρύκεντρο, οπότε:

$$BZ = \frac{2}{3}BO \text{ και } OZ = \frac{1}{3}BO.$$

Στο τρίγωνο $A\Delta\Gamma$ οι ΔO και AM διάμεσοι, άρα E βαρύκεντρο, οπότε:

$$\Delta E = \frac{2}{3}\Delta O \text{ και } OE = \frac{1}{3}\Delta O.$$

Αφού $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο έχουμε $BO=O\Delta$, επομένως:
 $\Delta E=BZ$ και $EO=OZ$.

$$\text{Επίσης: } EZ=EO+OZ=2EO=2 \cdot \frac{1}{3}\Delta O = \frac{2}{3}\Delta O = \Delta E.$$

Συνεπώς: $\Delta E=EZ=ZB$ άρα η διαγώνιος $B\Delta$ τριχοτομείται από τα τμήματα AM, AN .

