LK-3 Determinan Matriks

Petunjuk : Lakukan aktivitas sesuai dengan butir-butir pertanyaan atau aktivitas di LKPD ini. Jika lembar LKPD tidak mencukupi, gunakan kertas tambahan.

1. Ingat kembali cara menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV).

$$\begin{aligned} ax + by &= p \\ cx + dy &= r \end{aligned}$$

Lengkapi proses berikut untuk mendapatkan nilai x dan y

$$\begin{array}{l} ax + by = p \\ cx + dy = r \end{array} \left| \begin{array}{l} \times d \\ \times b \end{array} \right| \quad \left.\begin{array}{l} ___x + ___y = ___ \\ ___x + ___y = ___ \\ \hline (___ - ___)x = ___ - ___ \end{array}\right\} \; x = \frac{___}{___} \qquad (1)$$

$$\begin{array}{l} ax + by = p \\ cx + dy = r \end{array} \left| \begin{array}{l} \times c \\ \times a \end{array} \right| \quad \left.\begin{array}{l} ___x + ___y = ___ \\ ___x + ___y = ___ \\ \hline (___ - ___)y = ___ - ___ \end{array}\right\} \; y = \frac{___}{___} \qquad (2)$$

Adakah keunikan dari penyelesaian x dan y sistem persamaan di atas? (perhatikan penyebutnya).

Ubahlah bentuk sistim persamaan linear di atas ke dalam bentuk perkalian matriks.

$$\begin{pmatrix} __ & __ \\ __ & __ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} __ \\ __ \end{pmatrix}$$

> Dalam kaitannya dengan matriks $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, nilai $ad - bc$ dinamakan sebagai **determinan**. Nilai ini mempengaruhi terhadap ada tidaknya penyelesaian dari sistem persamaan linear. Notasi determinan matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, dinotasikan dengan
>
> $$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

2. Apa yang terjadi jika pada SPLDV di atas jika $ad - bc = 0$?

Jawab: _____

_____

_____

3. Untuk sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV),

$$\begin{aligned} ax + by + cz &= p \\ dx + ey + fz &= q \\ gx + hy + iz &= r \end{aligned} \quad \text{atau dalam bentuk matriks} \quad \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

Seperti pada SPLDV, tentunya kalian dapat mencari solusi untuk x, y, dan z dengan proses yang lebih panjang. Untuk menghemat waktu, kalian dapat menggunakan bantuan halaman situs www.wolframalpha.com atau menggunakan aplikasi matematika seperti GeoGebra

(melalui jendela CAS yang bisa dibuka melalui menu view → CAS). Perintah yang dimasukkan adalah

```
solve({a*x+b*y+c*z=p, d*x+e*y+f*z=q, g*x+h*y+i*z=r},{x,y,z})
```

Salin solusi yang diberikan

$x =$ _____

$y =$ _____

$z =$ _____

Bagian mana yang sama, pada solusi x, y, z di atas?

Jawab: _____.

> Pada matriks $M = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, penyebut solusi x, y, dan z di atas dinamakan **determinan** matriks M.

Bagaimana solusi dari SPLTV di atas jika $|M| = 0$?

Jawab: _____

_____

_____

4. Terdapat beberapa cara untuk menentukan determinan matriks 3×3, carilah dari berbagai sumber, kemudian presentasikan di depan kelas.

5. Untuk masing-masing siswa, buatlah sebarang matriks A dan B berordo 2×2 yang determinannya tidak nol. Ikuti perintah berikut, dan bandingkan hasilnya dengan pekerjaan teman.

   a. Buat matriks P dari matriks A dengan cara **mengalikan elemen-elemen salah satu baris** dengan k. Selidiki hubungan antara $|A|$ dengan $|P|$.

b. Buat matriks Q dari matriks A dengan cara **menjumlah atau mengurangi salah satu baris dengan baris yang lain**. Selidiki hubungan antara $|A|$ dan $|Q|$

c. Buat matriks S dari matriks A dengan cara **menjumlah atau mengurangi salah satu baris dengan *k* kali baris yang lain**. Selidiki hubungan antara $|A|$ dan $|S|$

d. Berdasarkan hubungan determinan pada poin 5a, 5b, dan 5c di atas, apa yang bisa kamu manfaatkan dalam menentukan determinan suatu matriks?

e. Selidiki hubungan $|A||B|$ dam $|AB|$.

f. Selidiki hubungan antara $|A|$ dan $|A^t|$

6. Tantangan: buktikan bahwa sifat 5a, 5b, 5c berlaku umum. Sebagai contoh untuk 5a, buktikan bahwa $\begin{vmatrix} a & b \\ kc & kd \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$.