

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sean los puntos $P(a, 1)$ y $Q(-2, 0)$ y el vector $\vec{u} = (-1, 2)$

a) [0,5 puntos] ¿Para qué valor de a el vector $\vec{PQ}$ tiene módulo unidad?

b) [1 punto] ¿Para qué valor de a el vector $\vec{PQ}$ es perpendicular al vector $\vec{u}$?

c) [1 punto] Para $a = 4$ obtener la mediatriz del segmento $\overline{PQ}$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Obtener k para que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{si } -3 < x < 0 \\ x^2 + k & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{e^{(x-1)} - 1}{x^2 - 1} & \text{si } 1 < x \leq 5 \end{cases}$ sea

continua en $x = 1$

Ejercicio 3.- Sea la función $f(x) = \ln(x^3 - 4x)$.

a) [1 punto] Determina el dominio de la función.

b) [1,5 puntos] Halla la ecuación explícita de la recta tangente en el punto $x = -1$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] ¿Qué número positivo sumado a su inverso da lugar una suma mínima? Calcula el valor de la suma mínima. Plantear un ejercicio de optimización y resolverlo explicando todos los pasos.

Opción B

Ejercicio 1.- Una recta r es paralela al vector $\vec{u}=(1,3)$ y pasa por el punto $P(0,-2)$.

- a) [0,5 puntos] ¿Qué ángulo forma la recta r con el semieje positivo horizontal?
- b) [1 punto] Obtener la ecuación general de la recta r .
- c) [1 punto] Obtener una recta s perpendicular a r y que pase por el origen de coordenadas.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función definida por $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$ para $x \neq 1$.

- a) [1,5 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de la función.
- b) [1 punto] Halla la ecuación explícita de la recta tangente en el punto $x=2$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - 2 \operatorname{sen}(x) + x \cos(3x)}{x^2}$

Ejercicio 4.- Sea la función $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$.

- a) [1,5 puntos] Obtener los extremos relativos (obtener los valores de la abscisa y su correspondiente ordenada).
- b) [1 punto] ¿Qué valores del dominio de la función cumplen la condición $f(x) < \frac{1}{2}$?