



ALGORITMO DO JOGO BICOLORIDO NO GEOGEBRA

Brendow Pena de Mattos Souto
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
brendowpena9@gmail.com

Fernando Grigorio da Silva
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
silva_grigorio@hotmail.com

Luzia da Costa Tonon Martarelli
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
luzia.tonon@uniriotec.br

Ubyrajara Carvalho Tajima
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
uctajima23@gmail.com

Resumo

Este artigo é produto de um trabalho de pesquisa desenvolvido durante o ano de 2019, como base de um curso de extensão da UNIRIO Jogos&Matemática, que faz a formação continuada de professores que ensinam matemática. A partir deste curso, vimos a necessidade de implementarmos um material digital no GeoGebra e criamos um jogo digital chamado Jogo Bicolorido, através do qual podemos trabalhar a construção de conceitos de análise combinatória. O objetivo é mostrar o passo a passo do algoritmo do jogo, que acreditamos ser muito importante para professores que ensinam matemática e querem se familiarizar com os recursos fornecidos no GeoGebra, e usá-los como recurso didático, enriquecendo desta forma as suas aulas.

Palavras-chave: Combinatória. Formação de professores. GeoGebra. Educação matemática.

Introdução

A tecnologia impulsiona muitas mudanças sociais e estruturais na sociedade. Segundo Castells (2003) ela se tornou indispensável, mesmo que não seja quem determine a sociedade. Logo, precisamos buscar formas de capacitação para que os professores se aperfeiçoem e possam seguir esse fluxo. Logo, é muito importante a utilização de aulas diferenciadas que propiciem uma melhor compreensão do conteúdo por parte dos alunos.

Assim, destaca Oliveira,

Ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Os educadores matemáticos devem procurar alternativas que motivem a aprendizagem e, desenvolvam a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando as interações do sujeito com outras pessoas. (2007, OLIVEIRA, p. 41)



Uma das formas que acreditamos ser possível desenvolver tais capacidades é pelo uso de tecnologias em sala de aula através do GeoGebra, que é um software livre de matemática dinâmica, que foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter, como resultado de sua tese de doutorado com código fonte aberto. Pode ser usado em todos os níveis de ensino e é um facilitador, tanto do ensino, quanto da aprendizagem, pois o professor passa a ser um desenvolvedor do conhecimento científico. Para o estudante, o uso de tecnologias faz com que as aulas não se tornem tão monótonas e o conhecimento possa ser absorvido de forma mais fácil. Possui uma série de ferramentas que permitem inclusive animações gráficas, todas fáceis de serem executadas. É um software que une a álgebra, a matemática simbólica, o cálculo e a geometria.

A proposta que trazemos é trabalhar com o software em Combinatória, através de jogos digitais que podem ser utilizados para tal fim, com os conteúdos específicos desta área que são: combinação simples e princípio fundamental da contagem.

O jogo é um recurso didático eficaz para o aprendizado matemático, quando é planejado de forma sistemática. De acordo com Modesto, “Quando os adultos insistem em afirmar que brincar não é um ato sério, estão erroneamente enganados. Brincadeira é tão séria que não deve ser interrompida abruptamente.” (MODESTO, 2009, p. 46).

O uso do jogo como metodologia de ensino é uma forma de favorecer uma mudança de postura do professor para sanar as dificuldades apresentadas por alguns alunos em relação ao conteúdo da disciplina, diminuindo assim as barreiras à variedade dos problemas apresentados, um meio de considerar outros tipos de raciocínios, identificar situações em que a análise combinatória é utilizada e realizar operações corretas. “(...) o que ocorre, com frequência, no ensino de Análise Combinatória no ensino médio, é o uso excessivo de práticas manipulativas, levando o aluno à mecanização de processos”, com isso “cria-se a falsa impressão de que a Análise Combinatória é somente um jogo de fórmulas complicadas” (MORGADO et al., 2006, p. 2).

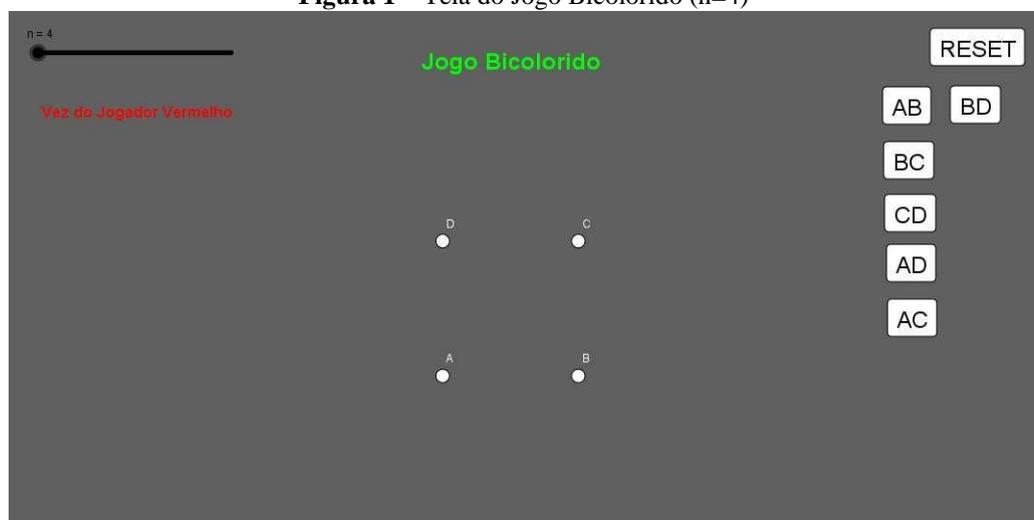
O objetivo deste trabalho é mostrar o passo a passo da construção do jogo bicolorido usando o Software GeoGebra, que acreditamos ser muito importante para professores que ensinam combinatória e querem se familiarizar com os recursos fornecidos por ele e usá-los como recurso didático, enriquecendo desta forma as aulas.



Resultados e discussões

O Jogo Bicolorido é bem semelhante ao famoso jogo da velha. Também conhecido como “O Sim” em homenagem ao seu inventor, Gustavus I. Simmons. O objetivo do jogo é não deixar formar um triângulo cujos lados possuem uma única cor. Os vértices desse triângulo devem ser os pontos dados no início do jogo. Aqui usaremos uma versão digital para o jogo no GeoGebra. A tela inicial do jogo é como mostra a figura 1 abaixo, para o caso $n=4$ pontos.

Figura 1 – Tela do Jogo Bicolorido ($n=4$)



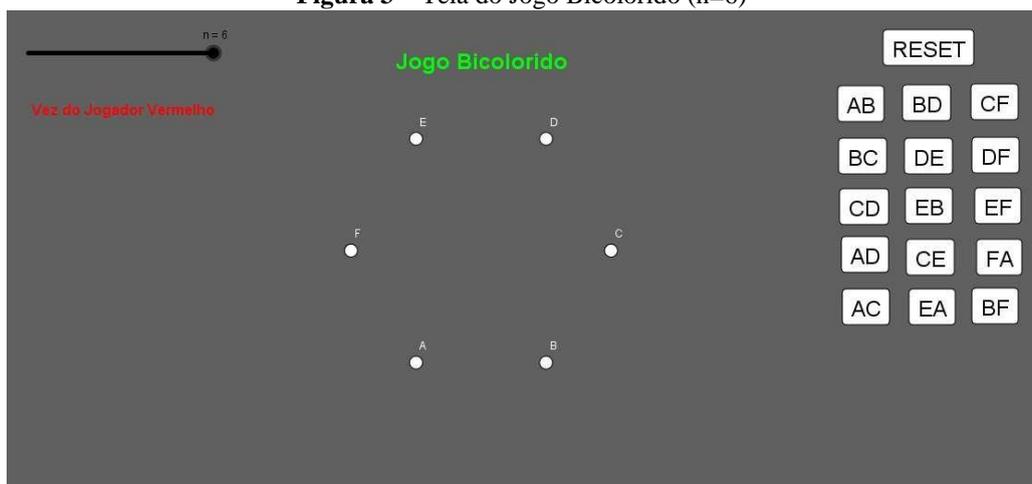
Fonte: Os autores

Se movermos o controle deslizante, situado no canto superior esquerdo, podemos avançar para os jogos com $n=5$ ou $n=6$ pontos. As telas correspondentes a cada caso são ilustradas nas figuras 2 e 3, respectivamente.

Figura 2 – Tela do Jogo Bicolorido ($n=5$)



Fonte: Os autores

**Figura 3** – Tela do Jogo Bicolorido (n=6)

Fonte: Os autores

Regras

Escolhe-se o primeiro jogador, com par ou ímpar. Iniciamos o jogo com $n=4$ pontos e aumentamos gradativamente, a cada término do jogo, os pontos iniciais. Neste trabalho os pontos iniciais são 4, 5 ou 6.

Após escolhido o jogador, seguem as regras:

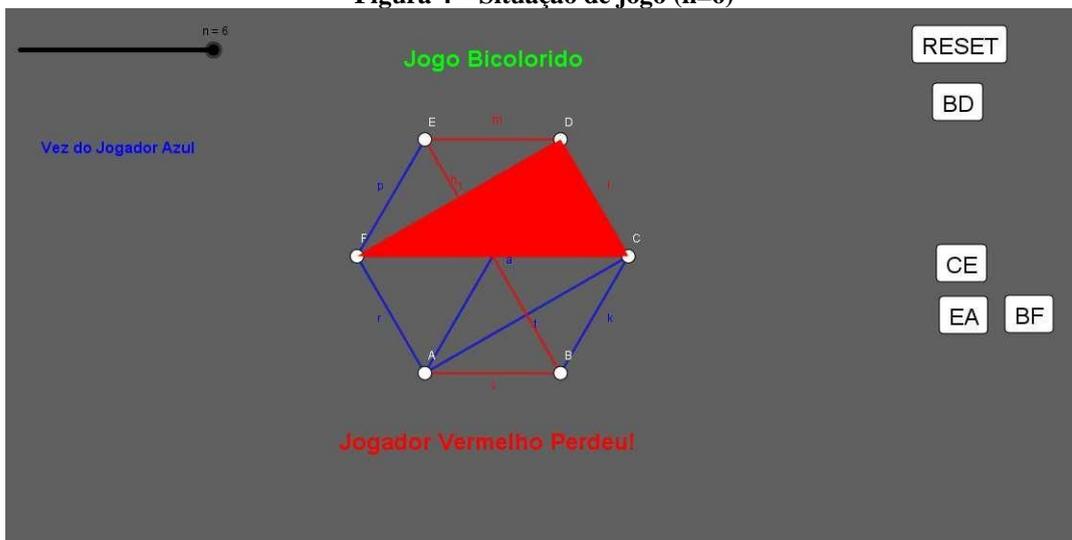
a) O primeiro jogador, que será representado pela cor vermelha, construirá segmento de reta com extremos nos pontos dados no início do jogo. Esses segmentos podem ser lados ou diagonais. Depois é a vez do outro jogador criar um segmento diferente do anterior, com a cor azul. Para construir tais segmentos, basta clicar em algum dos botões do lado direito da tela;

b) Será declarado perdedor aquele jogador que primeiro fechar um triângulo monocromático com a sua cor;

Temos uma situação de jogo na figura 4, no caso $n=5$, o jogador 1, que traçou segmentos vermelhos, perdeu quando fechou o triângulo CDF.



Figura 4 – Situação de jogo (n=6)



Fonte: Os autores

Todos os botões de segmentos que são jogados são retirados automaticamente da tela, para que o outro jogador não sobreponha o mesmo segmento. Ou seja, não é possível escolher qualquer segmento que já tenha sido escolhido anteriormente.

Outras informações importantes na tela do jogo é que aparecem duas mensagens, uma com a vez de quem vai jogar (na cor do jogador), e outra em que aparece a mensagem quando o jogo termina, indicando qual foi o perdedor, como ilustrado na figura 4 acima.

O objetivo deste trabalho é mostrar cada detalhe desta construção no GeoGebra, que foi obtida durante o ano de 2019 através do projeto de pesquisa da Matemática da UNIRIO, com muito estudo e reuniões periódicas presencialmente e a distância, que envolveu três bolsistas.

Passo a passo da construção do Jogo Bicolorido

- 1) Crie um controle deslizante “n”, com valor mínimo = 4, máximo = 6 e incremento = 1;
- 2) Crie dois pontos: $A=(0,0)$ e $B=(2,0)$;
- 3) Digite na caixa de entrada o comando Polígono e selecione a sintaxe Polígono(<Ponto>,<Ponto>,<Número de Vértices>), atribuindo os valores A, B, n para ponto, ponto, número de vértices, respectivamente;



- 4) Mantenha o controle deslizante “n” com valor igual a 6, oculte o polígono e todos os segmentos criados no passo anterior, mantendo a visualização somente de seus pontos. Esses pontos devem ser renomeados respectivamente: A, B, C, D, E, F, de tal forma que quando o controle deslizante “n” estiver com valor 4, estejam visíveis os pontos A, B, C, D. Quando o valor do controle deslizante for 5, o ponto E também estará visível. E quando o controle estiver em valor 6, todos os pontos estarão visíveis;
- 5) Alterar o valor do controle deslizante “n” para 4, criar 6 botões e renomeá-los respectivamente de: AB, BC, CD, AD, AC, BD. Com a ferramenta Segmento selecionada, criar os segmentos dos nomes dos botões criados neste passo;
- 6) Alterar o valor do controle deslizante “n” para 5, criar mais 4 botões e renomeá-los respectivamente de: DE, EB, CE, EA. Com a ferramenta Segmento selecionada, criar os segmentos dos nomes dos botões criados neste passo;
- 7) Alterar o valor do controle deslizante “n” para 6, criar mais 5 botões e renomeá-los respectivamente de: CF, DF, EF, FA, BF. Com a ferramenta Segmento selecionada, criar os segmentos dos nomes dos botões criados neste passo;
- 8) Os segmentos criados nos passos 5, 6 e 7 deverão ser renomeados de acordo com seus respectivos botões e todos os segmentos deverão ficar ocultos;
- 9) Digitar os seguintes comandos na caixa de entrada, teclando “Enter” ao final de cada um:
cor1=“red”, cor2=“blue”, vez=0, passo=0,
CorAtual=Se(Resto(passo,2)==1,“blue”,“red”), P_1=0, P_2=0, P_3=0, P_4=0,
P_5=0, P_6=0, P_7=0, P_8=0, P_9=0, P_10=0, P_11=0, P_12=0, P_13=0, P_14=0,
P_15=0;
- 10) Digitar na caixa de entrada os seguintes 4 textos (exatamente na ordem em que aparecem), teclando “Enter” ao final de cada um: “Vez do Jogador Vermelho”, “Vez do Jogador Azul”, “Jogador Vermelho Perdeu”, “Jogador Azul Perdeu”;
- 11) Acesse o menu “Editar” – “Propriedades” – “Preferências – Janela de Visualização” – altere a cor de fundo para um cinza médio;
- 12) Selecione todos os pontos, altere a cor para branco e tamanho para 7;



- 13) Criar o botão “RESET”, acessar as propriedades do botão e na guia “Programação” – “Ao Clicar” digitar 16 linhas de comando: $P_1=0$ até $P_{15}=0$ e por último $passo=0$;

- 14) Acessar as propriedades e na guia “Programação” – “Ao Clicar” de cada um dos botões criados nos passos 5, 6 e 7, digitar 3 linhas de comando como segue:

Botão AB:

1 DefinirCor[AB,CorAtual]

2 DefinirValor[passo,passo+1]

3 $P_1=CopiarObjetoLivre(passo)$

E assim por diante até o último botão...

Botão BF:

1 DefinirCor[BF,CorAtual]

2 DefinirValor[passo,passo+1]

3 $P_{15}=CopiarObjetoLivre(passo)$

- 15) Acessar as propriedades e na guia “Avançado” – no campo “Condição para Exibir Objeto” de cada um dos botões criados nos passos 5, 6 e 7, digitar os comandos como segue:

Botão AB:

$P_1==0$

E assim por diante até...

Botão BD:

$P_6==0$

Botão DE:

$Se(n==5 \vee n==6,true) \wedge P_7==0$

E assim por diante até...

Botão EA:

$Se(n==5 \vee n==6,true) \wedge P_{10}==0$

Botão CF:

$Se(n==6,true) \wedge P_{11}==0$

E assim por diante até...

Botão BF:

$Se(n==6,true) \wedge P_{15}==0$

- 16) Repare que no passo 8 os segmentos foram renomeados segundo a nomenclatura de cada botão. No passo 14 atribuímos os valores de P_1 até P_{15} aos botões, na ordem em que foram criados. Repare que P_1 é um valor atribuído ao botão AB. Desta forma devemos configurar a exibição de cada um dos segmentos ao clicar em cada



um dos botões a que se referem, da seguinte maneira: para o segmento AB, digitar na guia “Avançado” – “Condição para Exibir Objeto”: $P_1 \neq 0$ ($P_1 \neq 0$), esse procedimento é análogo para todos os botões e seus referidos segmentos;

- 17) Neste passo iremos criar os triângulos que irão aparecer quando um dos jogadores perderem. Para isto, mantenha o controle deslizante “n” com valor igual a 6 e selecione a ferramenta “Polígono”. Os triângulos a serem criados deverão ter seus vértices nos pontos indicados a seguir e deverão ser renomeados como segue para facilitar a programação:

Vértices CDE (triângulo t1), Vértices EDF (triângulo t2), Vértices CEF (triângulo t3), Vértices ECB (triângulo t4), Vértices EBF (triângulo t5), Vértices BED (triângulo t6), Vértices DBC (triângulo t7), Vértices BFA (triângulo t8), Vértices AFE (triângulo t9), Vértices EDA (triângulo t10), Vértices ACB (triângulo 11), Vértices ADC (triângulo 12), Vértices CFA (triângulo 13), Vértices ADF (triângulo 14), Vértices ABD (triângulo 15), Vértices BDF (triângulo 16), Vértices EAB (triângulo t17), Vértices EAC (triângulo t18), Vértices FCB (triângulo t19), Vértices CDF (triângulo 20);

- 18) Para configurar a exibição e cor de cada triângulo, devemos acessar suas propriedades guia “Avançado” – “Condição para Exibir Objeto” (para inserir condição de exibição) e “Cores Dinâmicas” (para inserir condição de exibição de cor). Logo:

Triângulo CDE (t1):

Condição para Exibir Objeto: $\text{Resto}(P_3,2) == \text{Resto}(P_7,2) == \text{Resto}(P_9,2) \wedge P_3 \neq 0 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_9 \neq 0$

Cores Dinâmicas:

Vermelho: $\text{Se}(\text{Resto}(P_3,2) == \text{Resto}(P_7,2) == \text{Resto}(P_9,2) == 1, 255)$

Verde: 0

Azul: $\text{Se}(\text{Resto}(P_{13},2) == \text{Resto}(P_7,2) == \text{Resto}(P_{12},2) == 0, 255)$

Transparência: 1

Triângulo EDF (t2):

Condição para Exibir Objeto: $\text{Resto}(P_{13},2) == \text{Resto}(P_7,2) == \text{Resto}(P_{12},2) \wedge P_{13} \neq 0 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0$

Cores Dinâmicas:

Vermelho: $\text{Se}(\text{Resto}(P_{13},2) == \text{Resto}(P_7,2) == \text{Resto}(P_{12},2) == 1, 255)$

Verde: 0

Azul: $\text{Se}(\text{Resto}(P_{13},2) == \text{Resto}(P_7,2) == \text{Resto}(P_{12},2) == 0, 255)$

Transparência: 1



OBS: Repare que no passo 8 temos todos os segmentos exatamente na ordem em que foram criados, e no passo 14, podemos observar a importância desta organização. É o que faremos aqui com os triângulos: o triângulo t1 é formado pelos segmentos CD, DE, CE (3º, 7º e 9º segmentos criados), em que CD tem valor de referência P_3, DE P_7 e CE P_9. O triângulo t2 é formado pelos segmentos ED, DF, EF (7º, 12º, 13º) e seus valores de referência são respectivamente P_7, P_12 e P_13. Esses são os únicos valores que se alteram na condição para exibir objeto e na exibição de cor.

- 19) Configuração de exibição dos textos, acessando propriedades, guia “Avançado” – “Condição para Exibir Objeto”:

Texto 1 (“Veza do Jogador Vermelho”): $\text{Resto}(\text{passo}, 2) = 0$

Texto 2 (“Veza do Jogador Azul”): $\text{Resto}(\text{passo}, 2) = 1$

OBS: A condição para exibir os textos 3 e 4 são muito grande, pois temos 20 triângulos, são 20 possibilidades diferentes para cada um acontecer.

Texto 3 (“Jogador Vermelho Perdeu”): $\text{Resto}(P_3, 2) \neq \text{Resto}(P_7, 2) \neq \text{Resto}(P_9, 2) \neq 1 \wedge P_3 \neq 0 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_9 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_7, 2) \neq \text{Resto}(P_{12}, 2) \neq \text{Resto}(P_{13}, 2) \neq 1 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0 \wedge P_{13} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_9, 2) \neq \text{Resto}(P_{11}, 2) \neq \text{Resto}(P_{13}, 2) \neq 1 \wedge P_9 \neq 0 \wedge P_{11} \neq 0 \wedge P_{13} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_2, 2) \neq \text{Resto}(P_8, 2) \neq \text{Resto}(P_9, 2) \neq 1 \wedge P_2 \neq 0 \wedge P_8 \neq 0 \wedge P_9 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_8, 2) \neq \text{Resto}(P_{13}, 2) \neq \text{Resto}(P_{15}, 2) \neq 1 \wedge P_8 \neq 0 \wedge P_{13} \neq 0 \wedge P_{15} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_6, 2) \neq \text{Resto}(P_7, 2) \neq \text{Resto}(P_8, 2) \neq 1 \wedge P_6 \neq 0 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_8 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_2, 2) \neq \text{Resto}(P_3, 2) \neq \text{Resto}(P_6, 2) \neq 1 \wedge P_2 \neq 0 \wedge P_3 \neq 0 \wedge P_6 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_1, 2) \neq \text{Resto}(P_{14}, 2) \neq \text{Resto}(P_{15}, 2) \neq 1 \wedge P_1 \neq 0 \wedge P_{14} \neq 0 \wedge P_{15} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_{10}, 2) \neq \text{Resto}(P_{13}, 2) \neq \text{Resto}(P_{14}, 2) \neq 1 \wedge P_{10} \neq 0 \wedge P_{13} \neq 0 \wedge P_{14} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_4, 2) \neq \text{Resto}(P_7, 2) \neq \text{Resto}(P_{10}, 2) \neq 1 \wedge P_4 \neq 0 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_{10} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_1, 2) \neq \text{Resto}(P_2, 2) \neq \text{Resto}(P_5, 2) \neq 1 \wedge P_1 \neq 0 \wedge P_2 \neq 0 \wedge P_5 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_3, 2) \neq \text{Resto}(P_4, 2) \neq \text{Resto}(P_5, 2) \neq 1 \wedge P_3 \neq 0 \wedge P_4 \neq 0 \wedge P_5 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_5, 2) \neq \text{Resto}(P_{11}, 2) \neq \text{Resto}(P_{14}, 2) \neq 1 \wedge P_5 \neq 0 \wedge P_{11} \neq 0 \wedge P_{14} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_4, 2) \neq \text{Resto}(P_{12}, 2) \neq \text{Resto}(P_{14}, 2) \neq 1 \wedge P_4 \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0 \wedge P_{14} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_1, 2) \neq \text{Resto}(P_4, 2) \neq \text{Resto}(P_6, 2) \neq 1 \wedge P_1 \neq 0 \wedge P_4 \neq 0 \wedge P_6 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_6, 2) \neq \text{Resto}(P_{12}, 2) \neq \text{Resto}(P_{15}, 2) \neq 1 \wedge P_6 \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0 \wedge P_{15} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_1, 2) \neq \text{Resto}(P_8, 2) \neq \text{Resto}(P_{10}, 2) \neq 1 \wedge P_1 \neq 0 \wedge P_8 \neq 0 \wedge P_{10} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_5, 2) \neq \text{Resto}(P_9, 2) \neq \text{Resto}(P_{10}, 2) \neq 1 \wedge P_5 \neq 0 \wedge P_9 \neq 0 \wedge P_{10} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_2, 2) \neq \text{Resto}(P_{11}, 2) \neq \text{Resto}(P_{15}, 2) \neq 1 \wedge P_2 \neq 0 \wedge P_{11} \neq 0 \wedge P_{15} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_3, 2) \neq \text{Resto}(P_{11}, 2) \neq \text{Resto}(P_{12},$



$$2) \stackrel{z}{=} 1 \wedge P_3 \neq 0 \wedge P_{11} \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0$$

$$\begin{aligned} \text{Texto 4 ("Jogador Azul Perdeu")}: & \text{Resto}(P_3, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_7, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_9, 2) \\ & \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_3 \neq 0 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_9 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_7, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{12}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{13}, \\ & 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0 \wedge P_{13} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_9, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{11}, 2) \stackrel{z}{=} \\ & \text{Resto}(P_{13}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_9 \neq 0 \wedge P_{11} \neq 0 \wedge P_{13} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_2, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_8, \\ & 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_9, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_2 \neq 0 \wedge P_8 \neq 0 \wedge P_9 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_8, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{13}, \\ & 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{15}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_8 \neq 0 \wedge P_{13} \neq 0 \wedge P_{15} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_6, 2) \stackrel{z}{=} \\ & \text{Resto}(P_7, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_8, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_6 \neq 0 \wedge P_7 \neq 0 \wedge P_8 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_2, 2) \\ & \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_3, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_6, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_2 \neq 0 \wedge P_3 \neq 0 \wedge P_6 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_1, \\ & 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{14}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{15}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_1 \neq 0 \wedge P_{14} \neq 0 \wedge P_{15} \neq 0 \vee \\ & \text{Resto}(P_{10}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{13}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{14}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_{10} \neq 0 \wedge P_{13} \neq 0 \wedge \\ & P_{14} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_4, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_7, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{10}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_4 \neq 0 \wedge P_7 \\ & \neq 0 \wedge P_{10} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_1, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_2, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_5, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_1 \neq 0 \wedge \\ & P_2 \neq 0 \wedge P_5 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_3, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_4, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_5, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_3 \neq \\ & 0 \wedge P_4 \neq 0 \wedge P_5 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_5, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{11}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{14}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge \\ & P_5 \neq 0 \wedge P_{11} \neq 0 \wedge P_{14} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_4, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{12}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{14}, \\ & 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_4 \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0 \wedge P_{14} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_1, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_4, 2) \stackrel{z}{=} \\ & \text{Resto}(P_6, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_1 \neq 0 \wedge P_4 \neq 0 \wedge P_6 \neq 0 \vee \text{Resto}(P_6, 2) \stackrel{z}{=} \\ & \text{Resto}(P_{12}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{15}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_6 \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0 \wedge P_{15} \neq 0 \vee \\ & \text{Resto}(P_1, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_8, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{10}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_1 \neq 0 \wedge P_8 \neq 0 \wedge \\ & P_{10} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_5, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_9, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{10}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_5 \neq 0 \wedge \\ & P_9 \neq 0 \wedge P_{10} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_2, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{11}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{15}, 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge \\ & P_2 \neq 0 \wedge P_{11} \neq 0 \wedge P_{15} \neq 0 \vee \text{Resto}(P_3, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{11}, 2) \stackrel{z}{=} \text{Resto}(P_{12}, \\ & 2) \stackrel{z}{=} 0 \wedge P_3 \neq 0 \wedge P_{11} \neq 0 \wedge P_{12} \neq 0 \end{aligned}$$

Segue em anexo uma proposta de atividades que o professor/aluno pode trabalhar após explorar o Jogo Bicolorido no GeoGebra. Estas atividades envolvem o princípio fundamental da contagem, combinação simples, sequências, números triangulares, raciocínio lógico.

Metodologia

Foram realizadas reuniões semanais, de março a dezembro de 2019, virtuais ou presenciais, com o grupo de pesquisa para que pudessem ser discutidas cada etapa da pesquisa: apresentação do Jogo Bicolorido, questões de combinatória que foram aplicadas com o jogo, estudo do software GeoGebra, elaboração do artigo. Todos os bolsistas são professores voluntários do curso GeoGebra oferecido online em nível nacional.



Desenvolveram o passo a passo do que combinávamos nas reuniões, e concluíram a construção do jogo com sucesso.

Considerações Finais

Esperamos a partir da confecção deste material oferecer oficinas para que outros professores possam aprender a usá-lo e também a confeccioná-lo no GeoGebra. A partir deste material foi possível escrever outros, que em breve disponibilizaremos e também ofereceremos oficinas para mostrá-los. Além disso, pretendemos escrever artigo sobre como será o retorno dos professores a partir destas oficinas, qual a melhoria no ensino de combinatória a partir deste produto.

Referências

CASTELLS, M. **A galáxia da Internet: reflexões sobre a Internet, os negócios e a sociedade.** Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.

GeoGebra. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/?lang=pt>>. Acesso em: 28 janeiro 2020.

MODESTO, Roberta Duarte de Lima. **O Lúdico como processo de influência na aprendizagem da Educação Física Infantil.** Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2009.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, J. B. P.; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade: com as soluções dos exercícios.** 9 ed. Editora SBM: Rio de Janeiro, 2006.

OLIVEIRA, Sandra Alves. O lúdico como motivação nas aulas de Matemática. **Jornal Mundo Jovem**, edição nº 377. 2007.



Jogo Bicolorido

Questionário do Aluno

Questão 1

No total, quantos segmentos de reta ligados por dois pontos quaisquer do jogo, podem ser formados em cada um dos casos abaixo?

N=4 pontos _____

N=5 pontos _____

N=6 pontos _____

Questão 2

No total, quantos triângulos, cujos os vértices pertencem aos pontos do jogo, podem ser formados em cada um dos casos abaixo?

N=4 pontos _____

N=5 pontos _____

N=6 pontos _____

Questão 3

Complete a tabela abaixo.

Pontos	1	2	3	4	5	6
Segmentos de Reta	0	1				
Triângulos	0	0	1			

A partir da tabela acima, você conseguiria descobrir a quantidade de segmentos e a quantidade de triângulos possíveis para o número de 20 pontos?

Questão 5(Extra)

Se os jogadores jogarem com bastante atenção:

- É possível no caso dos 4 ou 5 pontos existir um vencedor?
- É possível no caso dos 6 pontos ter empates?