
Tema 6: Trigonometría.

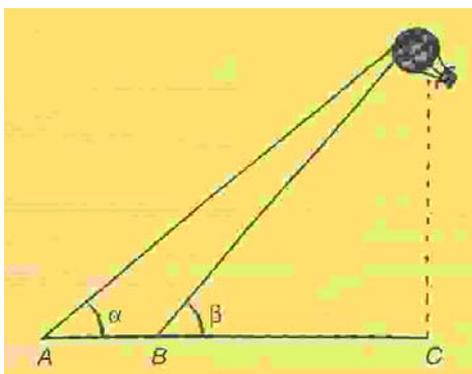
1.- Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de 60° . Si la altura de la escalera, estando abierta es de 2 m, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?

2.- Víctor y Ramón quieren saber la altura a la que se encuentra el campanario de la Iglesia de su pueblo. Para ello, Víctor sube al campanario y lanza el extremo de una cuerda hacia fuera. El pie de la torre no es accesible. Ramón se aleja con la cuerda hasta que se tensa y la clava en el suelo. Forma un ángulo de 42° . La cuerda mide 51 m.

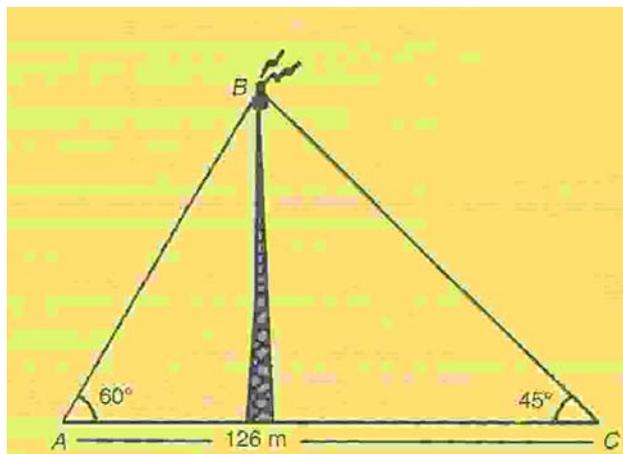
a) ¿A qué altura está el campanario?

b) ¿A qué distancia se encuentra Ramón de la base del campanario?

3.- Para hallar la altura a la que se encuentra un globo, procedemos del siguiente modo: Rosa se coloca en el punto B y yo en el punto A, a 5 m de ella, de tal forma que los puntos A, B y C (observa la figura) quedan alineados. Si los ángulos α y β miden 40° y 50° respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo?



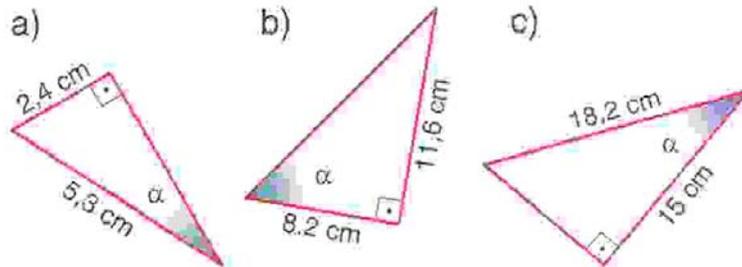
4.- Una antena de radio está sujeta al suelo con dos tirantes de cable de acero, como indica la figura:



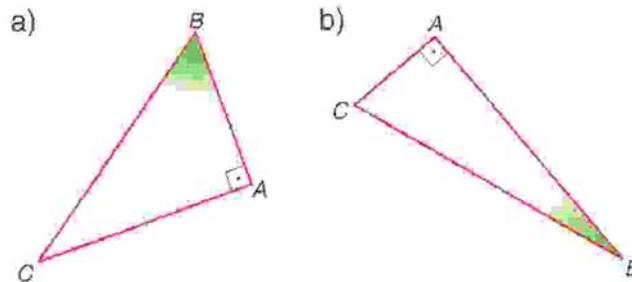
Calcula:

- La altura de la antena.
- La longitud de los cables.
- El valor del ángulo sobre el vértice B

5.- Halla las razones trigonométricas del ángulo α en cada uno de estos triángulos:



6.- Halla las razones trigonométricas del ángulo B en cada caso:



7.- Dado un triángulo rectángulo con dimensiones 41 mm, 32,5 mm y 25 mm Calcula las razones trigonométricas del ángulo β , ángulo formado por el cateto de mayor longitud y la hipotenusa.

8.- En triángulo rectángulo con ángulo recto en C, conocemos $\hat{B} = 50^\circ$ y $\overline{BC} = 7$ cm. Calcula \overline{AB} , \overline{AC} y \hat{A}

9.- Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales midan 12 y 8 cm, respectivamente.

10.- Calcula la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 13 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50° con el suelo.

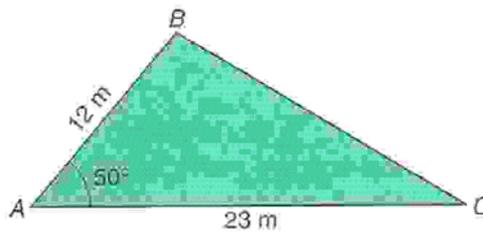
11.- Una escalera de 4 m está apoyada contra la pared. ¿Cuál será su inclinación si su base dista 2 m de la pared?

12.- De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus catetos mide 5 cm y un ángulo mide 45° . ¿Cuánto mide la hipotenusa, el otro cateto y el otro ángulo agudo?

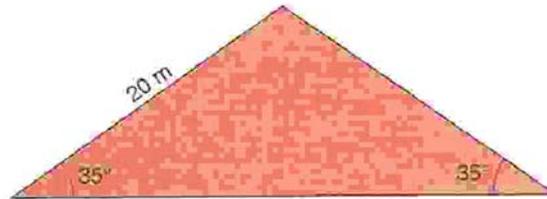
13.- Rellena la siguiente tabla:

ÁNGULO	CUADRANTE	SIGNO SENO	SIGNO COSENO	SIGNO TANGENTE
128°				
198°				
87°				
98°				
285°				
305°				

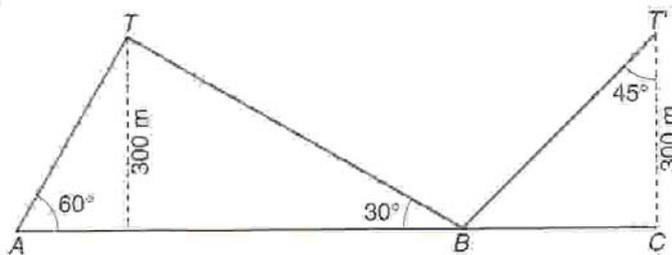
14.- Calcula el área del siguiente triángulo:



15.- Calcula el área del siguiente triángulo:

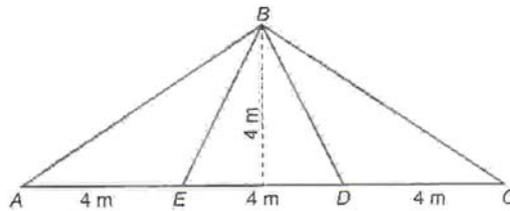


16.- Una línea de alta tensión pasa por dos transformadores T y T'. Éste es un plano de línea:



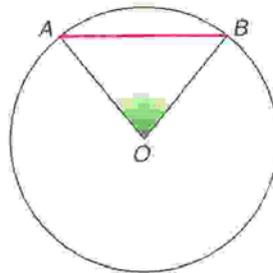
- Calcula la longitud del cable que va desde A a T' pasando por B
- Si no tuviera que pasar por B, ¿qué cantidad de cable se ahorraría uniendo A con T y T'?

17.- Una estructura metálica tiene la forma y estructura siguiente:



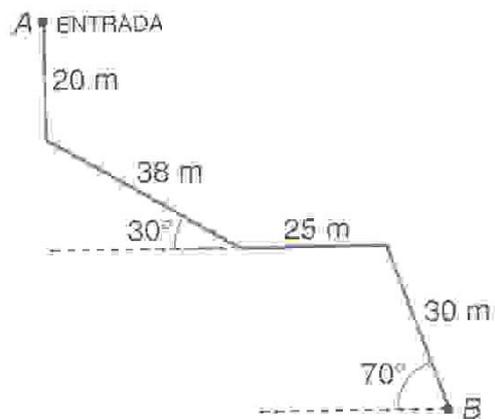
Halla la longitud de los postes AB y BE y la medida de los ángulos \hat{A} , \hat{C} , \hat{EBD} y \hat{ABC}

18.- En una circunferencia de 8 cm de radio se traza un cuerda de 10 cm.



Halla el ángulo \hat{AOB}

19.- Los espeolólogos utilizan un carrete para medir la profundidad. Sueltan hilo del carrete y miden la longitud y el ángulo que forma con la horizontal. Halla la profundidad del punto B.

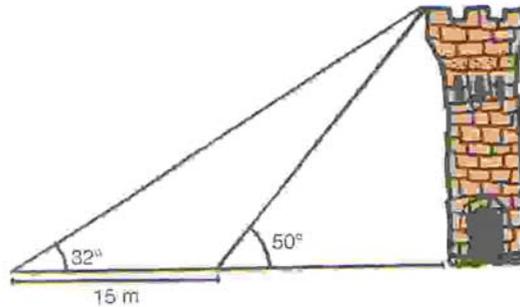


20.- Los brazos de un compás miden 12 cm y forman un ángulo de 60° . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa apertura?

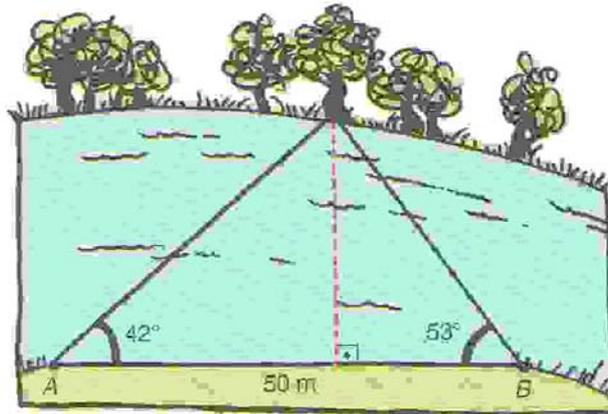
21.- Una señal de peligro en una carretera nos advierte que la pendiente es del 12%. ¿qué ángulo forma este tramo de carretera con la horizontal? ¿Cuántos metros hemos descendido después de recorrer 7 km?

22.- En una ruta de montaña una señal indica una altitud de 785 m. Tres kilómetros más adelante, la altitud es de 1065 m. Halla la pendiente de esa ruta y el ángulo que forma con la horizontal.

23.- Desde el lugar donde me encuentro la visual de la torre forma un ángulo de 32° con la horizontal. Si me acerco 15 m, el ángulo es de 50° . ¿Cuál es la altura de la torre?



24.- Observa las medidas que he tomado para calcular la anchura de un río.



Calcula la anchura del río.

25.- Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento el avión se encuentra a una altura de 1200 m y el ángulo de observación desde la torre es de 30° . ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si ésta mide 40 m de altura?

26.- Calcula la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toman las siguientes medidas:

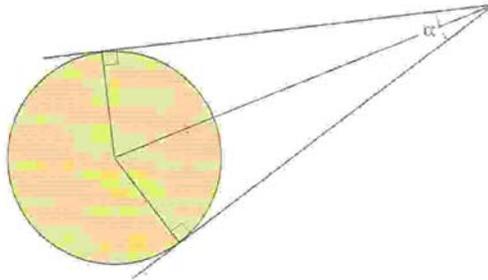
- El ángulo que forma la visual hacia la luz con el horizonte es de 25°
- Nos alejamos 200 m y el ángulo que forma ahora dicha visual es de 10° .

27.- Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte?

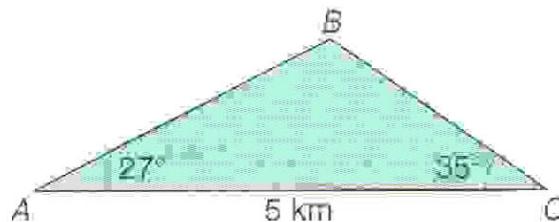
28.- Dos edificios distan entre sí 150 m. Desde un punto que está entre los edificios, vemos que las visuales a los puntos mas altos de estos forman con la horizontal ángulos de 35° y 20° . ¿Cuál es la altura de los edificios si sabemos que miden lo mismo?

29.- Una escultura está colocada sobre un pedestal de 1,5 m de altura. Desde un punto del suelo se ve la escultura bajo un ángulo de 42° y el pedestal bajo un ángulo de 18° . Calcula la altura de la escultura.

30.- El diámetro de una moneda de dos euros es de 2,5 cm (aprox). Averigua el ángulo que forman sus tangentes trazadas desde una distancia de 4,8 cm del centro, como indica la siguiente figura:

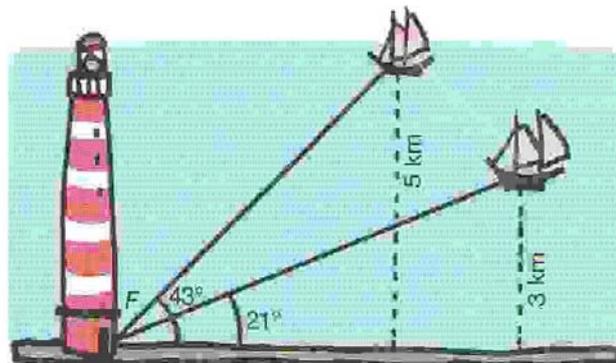


31.- En dos comisarías de policía, A y C, se escucha la alarma de un banco B. Con los datos de la figura, calcula la distancia del banco a cada una de las comisarías.



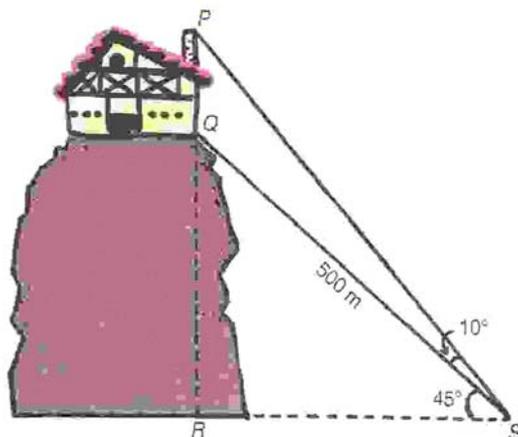
32.- Dos barcos salen de un puerto con rumbos distintos formando un ángulo de 58° , y con velocidades de 18 y 22 nudos (1 nudo = 1 milla/hora). ¿A qué distancia se encontrarán al cabo de una hora?

33.- Desde el faro F se observa el barco A bajo un ángulo de 43° con respecto a la línea de la costa; y el barco B, bajo un ángulo de 21° . El barco A está a 5 km de la costa y el B a 3 km.



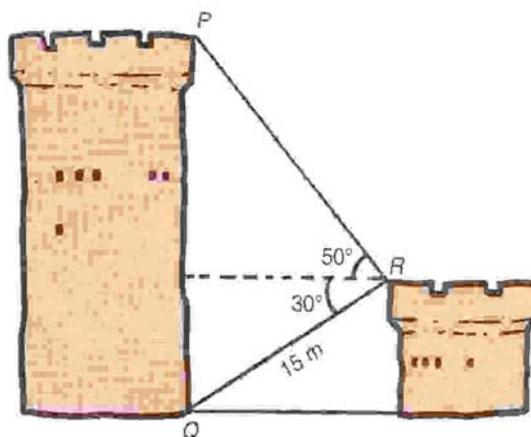
Calcula la distancia entre los barcos.

34.- Para calcular la altura del edificio, \overline{PQ} , hemos medido los ángulos que indican la figura:



Sabemos que hay un funicular para ir de S a Q, cuya longitud es de 500 m.
Halla \overline{PQ}

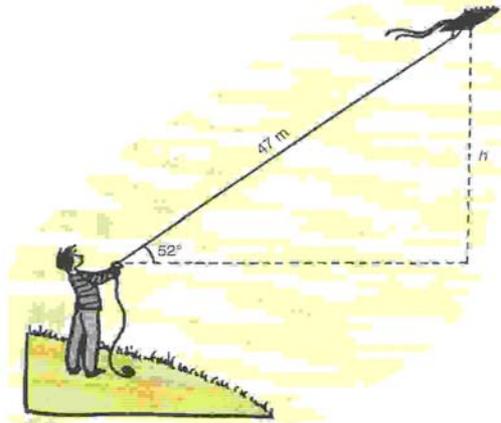
35.- Si $\overline{QR} = 15$ cm, ¿cuál es la altura de la torre \overline{PQ} ?



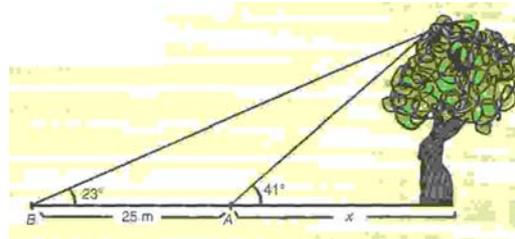
36.- Calcula la altura de una torre sabiendo que la sombra que proyecta es de 108 m cuando el sol está elevado un ángulo de 50° sobre el horizonte.

37.- Una avión que vuela a 3000 m de altura, ve un pueblo A bajo un ángulo de 40° con respecto a la horizontal de vuelo (ángulo de depresión) y otro pueblo B bajo un ángulo de 15° . ¿Qué distancia hay entre A y B?

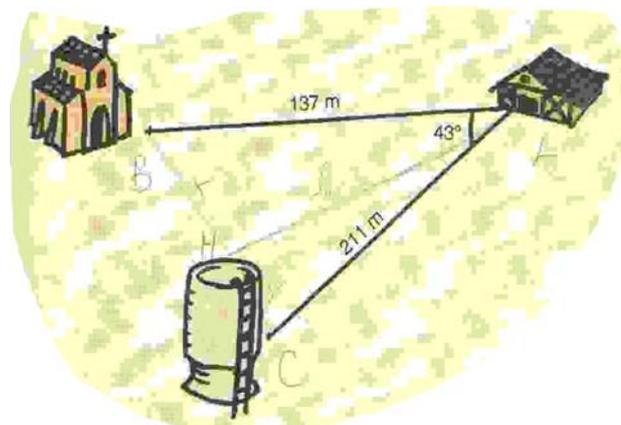
38.- Alfonso está haciendo volar su cometa. Ha soltado ya 47 m de hilo y el ángulo que forma la cuerda de la cometa con la horizontal es de 52° . ¿A qué altura, h , se encuentra la cometa?



39.-Quieres calcular la anchura de un río y la altura de un árbol que está en la altura opuesta. Para ello te sitúas frente al árbol, mides el ángulo que forma con la horizontal la visual a la parte alta del árbol (41°). Te alejas del árbol, en dirección a la orilla, andando 25 m. Vuelves a medir el ángulo que forma con la horizontal la visual a la parte alta del árbol. Ahora son 23°

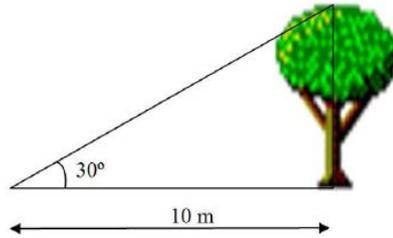


40.- Conocemos la distancia de nuestra casa a la iglesia, 137 m; la distancia de nuestra casa al depósito de agua, 211 m y el ángulo, 43° , bajo el cual se ve desde nuestra casa el segmento cuyos extremos son la iglesia y el depósito. ¿Cuál es la distancia que hay entre la iglesia y el depósito de agua?

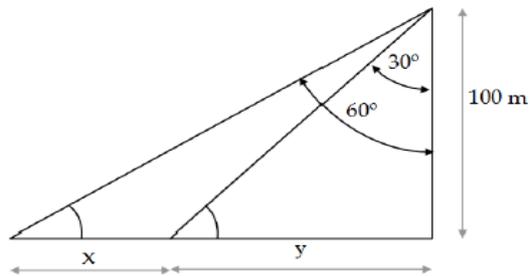


41.- Observamos el punto más alto de una torre bajo un ángulo de 72° sobre la horizontal. Si nos alejamos 350 m, lo vemos bajo un ángulo de 31° . ¿Cuál es la altura de la torre?

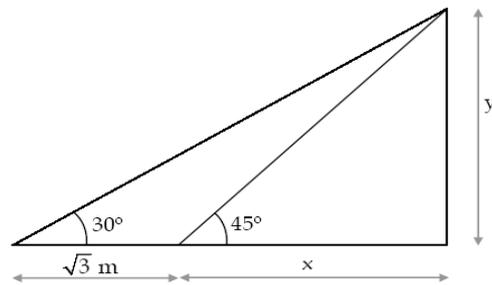
42.- Halla la altura de un árbol que a una distancia de 10 m se ve bajo un ángulo de 30° .



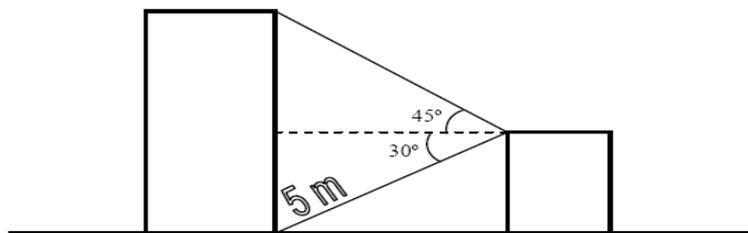
43.- Calcula "x" e "y":



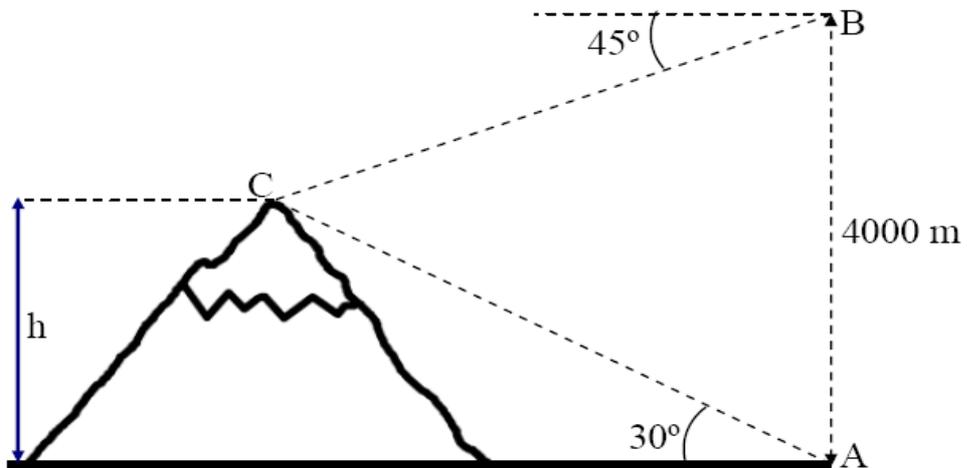
44.- Calcula "x" e "y":



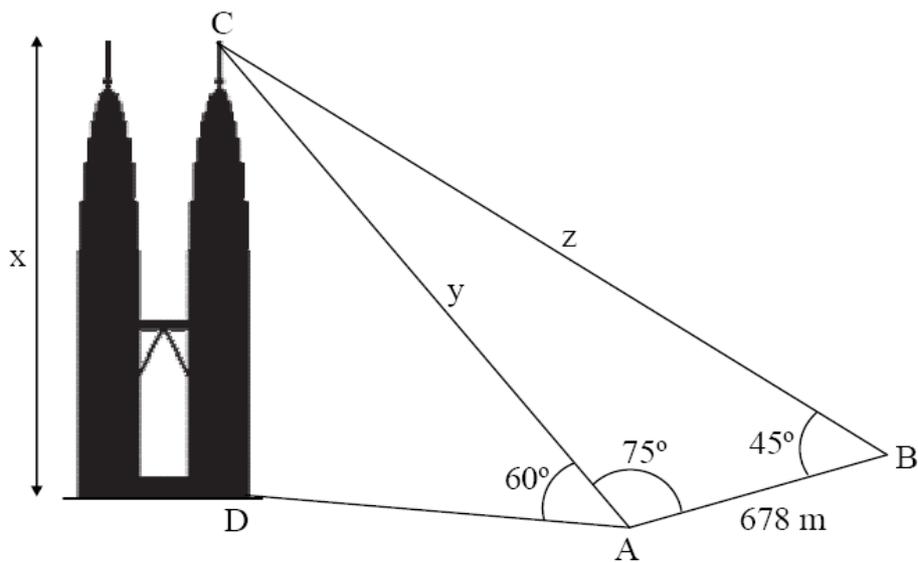
45.- Halla la altura del cuerpo más alto:



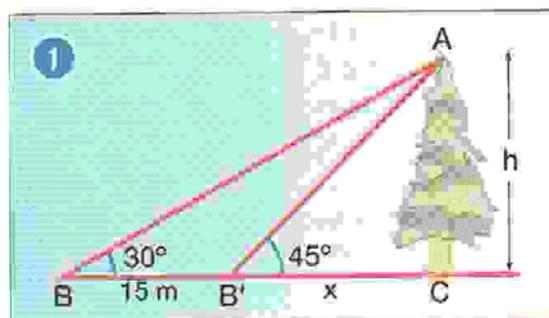
46.- Halla la altura de la montaña:



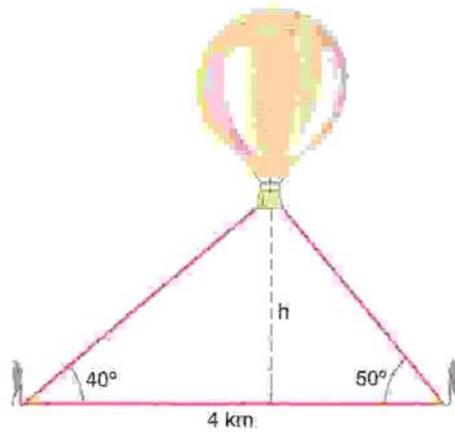
47.- Halla las alturas de las "Torres Petronas" y también las distancias "y" y "z":



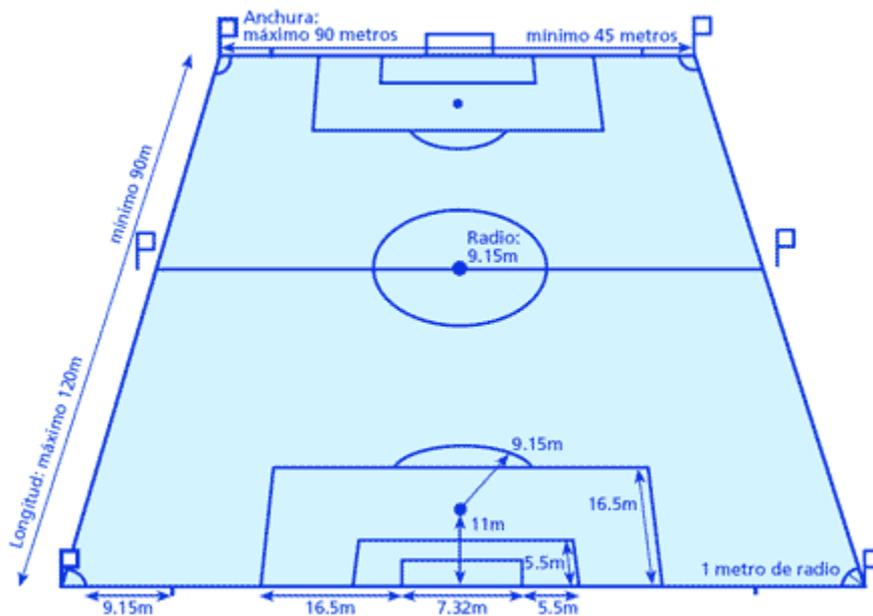
48.- ¿Sabrías calcular la altura de un árbol si desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° , y si al acercarnos 15 m lo observamos bajo un ángulo de 45° ?



49.- Dos observadores se encuentran a una distancia de 4 km. En el plano vertical que pasa por ellos hay un globo, y cada uno de ellos lo ve bajo el ángulo que se indica en la figura adjunta. Halla la distancia del globo a cada observador y la altura a la que está sobre el suelo.



50.- Final femenina de fútbol once de los Juegos Deportivos Municipales de la ciudad de Madrid, y el equipo representante del colegio la disputa. Se produce un penalty en el último segundo del partido favorable al equipo de nuestro colegio y la capitana del equipo se dispone a tirarlo: **¡ SI LO METE EL COLEGIO SERÁ POR PRIMERA VEZ EN SU HISTORIA CAMPEÓN DE TAL EVENTO !!**. La jugadora lanza el balón a ras del suelo, hacia su derecha y con un ángulo de 18° con respecto a la perpendicular que une el punto de penalty con la línea de gol y con la suficiente fuerza para que el balón no se pare antes de cruzar la línea de gol. La portera del equipo rival se lanza hacia el otro lado. ¿Ha sido gol? ¿Somos campeones?



51.- Calcula las siguientes razones trigonométricas mediante las razones trigonométricas de los ángulos fundamentales y la circunferencia goniométrica:

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\sin(120)$ | 13) $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ |
| 2) $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ | 14) $\cos(120)$ |
| 3) $\tan(150)$ | 15) $\tan(240)$ |
| 4) $\sin(180)$ | 16) $\sin(360)$ |
| 5) $\cos(210)$ | 17) $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ |
| 6) $\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ | 18) $\tan(315)$ |
| 7) $\sin(240)$ | 19) $\sin(135)$ |
| 8) $\cos(270)$ | 20) $\cos(225)$ |
| 9) $\tan(300)$ | 21) $\tan\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ |
| 10) $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)$ | 22) $\sin(210)$ |
| 11) $\cos(330)$ | 23) $\cos(\pi)$ |
| 12) $\tan(360)$ | 24) $\tan(330)$ |

SOLUCIONES:

1.- Cada brazo deberá medir (aprox.) 2,3 m

2.- a) El campanario tiene una altura de 34,13 m
b) Distancia de 37,9 m

3.- A 14,28 m de altura

4.- a) La altura de la antena es de 79,88 m
b) El cable \overline{AB} mide 92,24 m y el \overline{BC} mide 112,97 m
c) $\hat{B} = 75^\circ$

5.- a) $\sin(\alpha) = 0,45$
 $\cos(\alpha) = 0,89$
 $\tan(\alpha) = 0,5$

b) $\sin(\alpha) = 0,82$
 $\cos(\alpha) = 0,58$
 $\tan(\alpha) = 1,41$

c) $\sin(\alpha) = 0,57$
 $\cos(\alpha) = 0,82$
 $\tan(\alpha) = 0,69$

6.- a) $\sin(B) = 0,81$
 $\cos(B) = 0,58$
 $\tan(B) = 1,4$

b) $\sin(B) = 0,34$
 $\cos(B) = 0,95$
 $\tan(B) = 0,36$

7.- $\sin(\beta) = 0,61$
 $\cos(\beta) = 0,79$
 $\tan(\beta) = 0,77$

8.- $\overline{AB} = 10,89$ cm

$\overline{AC} = 8,34$ cm

$\hat{A} = 40^\circ$

9.- Un ángulo mide $112,6^\circ$ y el otro $67,4^\circ$

10.- La torre mide 15,49 m

11.- Inclinación de 60°

12.- El otro cateto mide 5 cm, la hipotenusa 7,1 cm y el otro ángulo agudo 45°

13.-

ÁNGULO	CUADRANTE	SIGNO SENO	SIGNO COSENO	SIGNO TANGENTE
128°	2°	+	-	-
198°	3°	-	-	+
87°	1°	+	+	+
98°	2°	+	-	-
285°	4°	-	+	-
305°	4°	-	+	-

14.- Área de 105,68 metros cuadrados

15.- Área de 187,88 metros cuadrados

16.- a) 1370,7 m
b) La longitud del cable ahora es 1166 m (se ahorrarían 204,7 m)

17.- $\overline{AB} = 7,21$ m
 $\overline{BE} = 4,47$ m

$$\hat{C} = \hat{A} = 33,69^\circ$$

$$\hat{EBD} = 53,14^\circ$$

$$\hat{ABC} = 112,62^\circ$$

18.- $\hat{AOB} = 77,36^\circ$

19.- La profundidad es de 67,19 m

20.- De 12 cm

21.- El ángulo es de $6,84^\circ$ y se habrán descendido 834 m después de recorrer 7 km

22.- Ángulo de $5,35^\circ$ y pendiente del 9,37%

23.- La altura es de 19,4 m

24.- La anchura del río es de 26,75 m

25.- Distancia de 2340 m

26.- La altura de la luz del faro es de 53,93 m

27.- De $63,43^\circ$

- 28.- Cada edificio mide 35,66 m
- 29.- La escultura mide 2,66 m
- 30.- $30,19^\circ$
- 31.- De A a B hay 3,23 km y de C a B hay 2,56 km
- 32.- A 19,7 millas de distancia
- 33.- 3,16 km
- 34.- La altura del edificio es de 12,56 m
- 35.- La altura de la torre es de 23 m
- 36.- La altura de la torre es de 128,71 m
- 37.- 7621 m
- 38.- La cometa está a 37 m de altura-
- 39.- El ancho del río es de 23,3 m y la altura del árbol es de 20,3 m
- 40.- 144,93 m
- 41.- La altura de la torre es 261,3 m
- 42.- La altura del árbol es de 5,77 m
- 43.- $x = y = 2,36$ m
- 44.- $x = 115,47$ m
 $y = 57,73$ m
- 45.- 6,83 m
- 46.- La altura de la montaña es 1464 m
- 47.- La altura de las "Torres Petronas" es de 452 m.
 $y = 553,58$ m
 $z = 756,21$ m
- 48.- La altura del árbol es de 20,61 m
- 49.- El globo está a 1955 m de altura. La distancia de un observador al globo es de 3041,44 m y la del otro es de 2552,07 m
- 50.- Si ha sido gol, ya que del punto de penalty al palo derecho hay un ángulo de $18,40^\circ$, y el lanzamiento se ha realizado con un ángulo menor.

51.- Puedes comprobar la soluciones en esta tabla:

	0 rad	$\frac{\pi}{6} \text{ rad}$	$\frac{\pi}{4} \text{ rad}$	$\frac{\pi}{3} \text{ rad}$	$\frac{\pi}{2} \text{ rad}$	$\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$	$\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$	$\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$	$\pi \text{ rad}$	$\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$	$\frac{5\pi}{4} \text{ rad}$	$\frac{4\pi}{3} \text{ rad}$	$\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$	$\frac{5\pi}{3} \text{ rad}$	$\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$	$\frac{11\pi}{6} \text{ rad}$
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
cosec		2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2		-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{2}$	-2
sec	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2		-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{2}$	-2		2	$\sqrt{2}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
cotg		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$