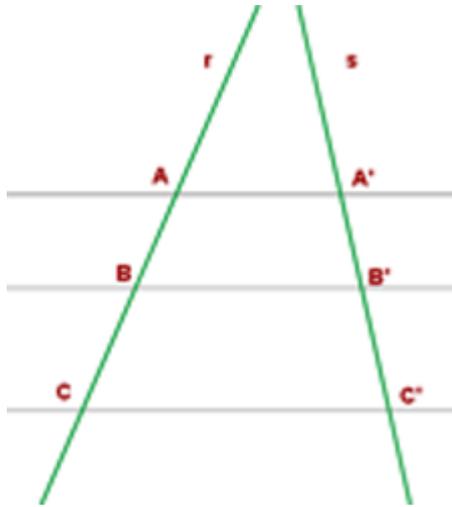


Teorema de Thales

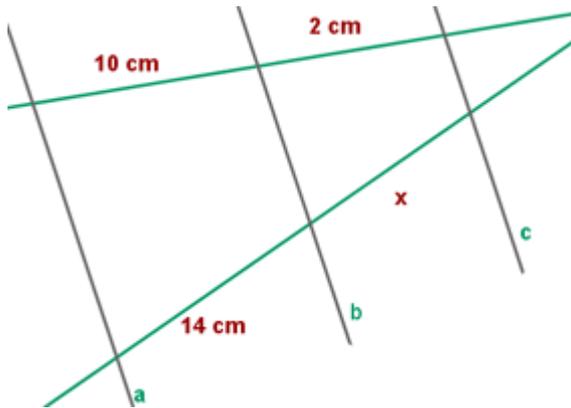
Si dos rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Ejemplos

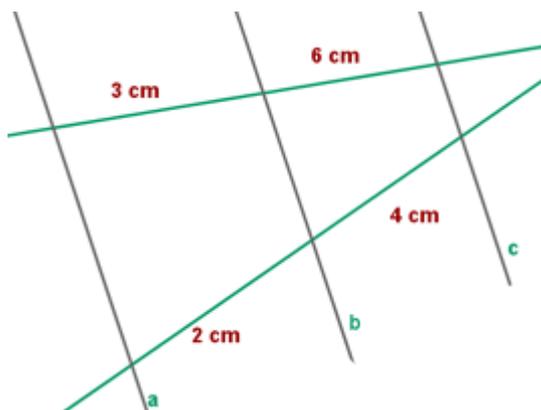
1. Las rectas a, b y c son paralelas. Halla la longitud de x.



$$\frac{10}{14} = \frac{x}{4}$$

$$x = \frac{10 \cdot 4}{14} = 5.6 \text{ cm}$$

2. Las rectas a, b son paralelas. ¿Podemos afirmar que c es paralela a las rectas a y b?

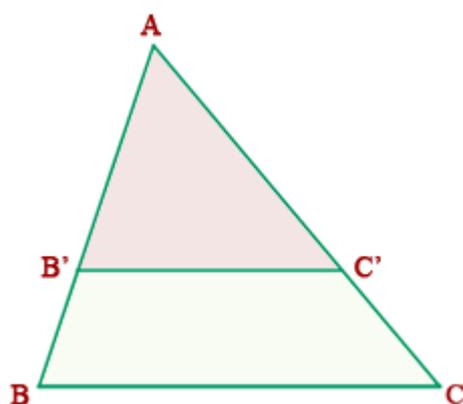


Sí, porque se cumple el **teorema de Thales**.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} \qquad 12 = 12$$

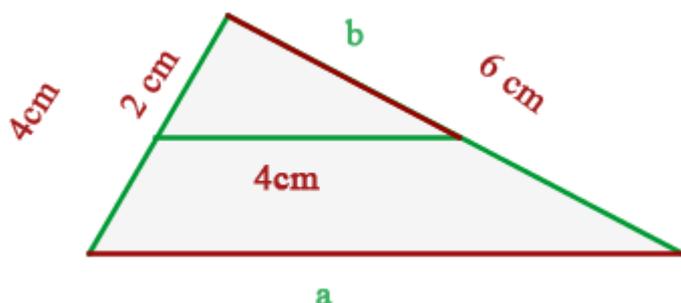
El teorema de Thales en un triángulo

Dado un **triángulo ABC**, si se traza un **segmento paralelo, B'C'**, a uno de los **lados** del triángulo, se obtiene otro **triángulo AB'C'**, cuyos **lados son proporcionales** a los del **triángulo ABC**.



$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$

Hallar las medidas de los segmentos a y b.



$$\frac{4}{2} = \frac{a}{4}$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{b}$$

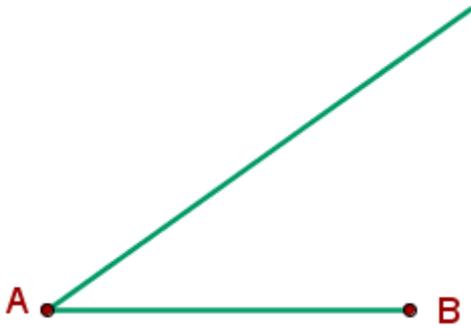
$$b = 3 \text{ cm}$$

Aplicaciones del teorema de Thales

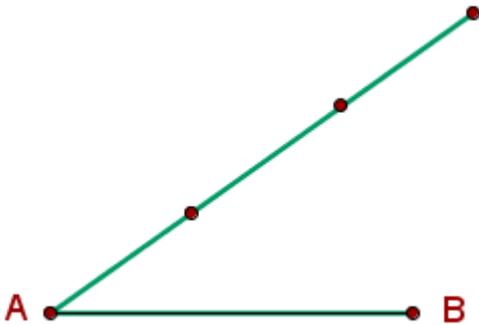
El **teorema de Thales** se utiliza para **dividir un segmento en varias partes iguales**.

Ejemplo

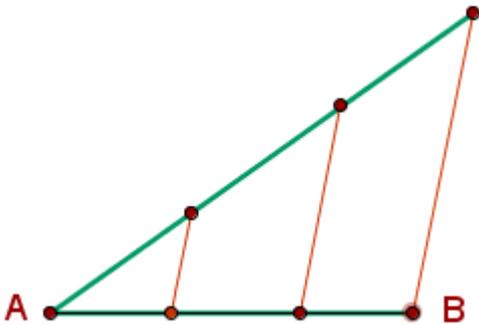
Dividir el segmento AB en 3 partes iguales



1. Se dibuja una semirrecta de origen el extremo A del segmento.

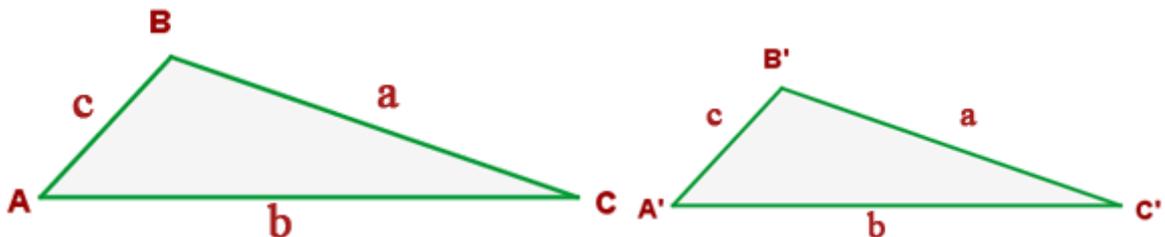


2. Tomando como unidad cualquier medida, se señalan en la semirrecta 3 unidades de medida a partir de A.



3. Por cada una de las divisiones de la semirrecta se trazan rectas paralelas al segmento que une B con la última división sobre la semirrecta. Los puntos obtenidos en el segmento AB determinan las 3 partes iguales en que se divide.

Semejanza de triángulos cualesquiera



Los lados a y a' , b y b' , c y c' se llaman **lados homólogos**.

Son ángulos homólogos:

$$\hat{A} \text{ y } \hat{A}' \quad \hat{B} \text{ y } \hat{B}' \quad \hat{C} \text{ y } \hat{C}'$$

Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos homólogos iguales y sus lados homólogos proporcionales.

$$\hat{A} = \hat{A}', \quad \hat{B} = \hat{B}', \quad \hat{C} = \hat{C}'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

La razón de la proporción entre los lados de los triángulos se llama **razón de semejanza**.

La razón de los perímetros de los triángulos semejantes es igual a su razón de semejanza.

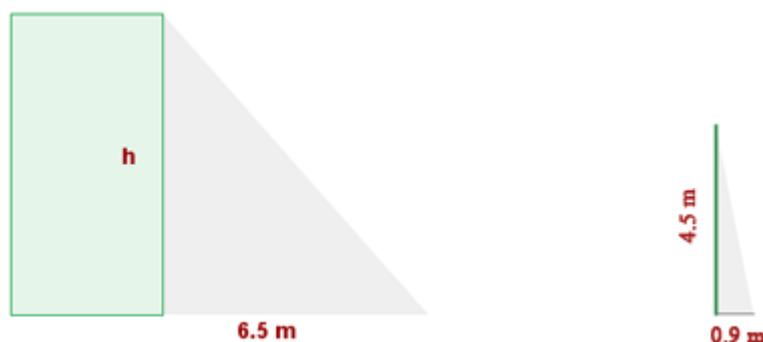
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'} = \frac{p}{p'} = r$$

La razón de las áreas de los triángulos semejantes es igual al cuadrado de su razón de semejanza.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r \quad \frac{S}{S'} = r^2$$

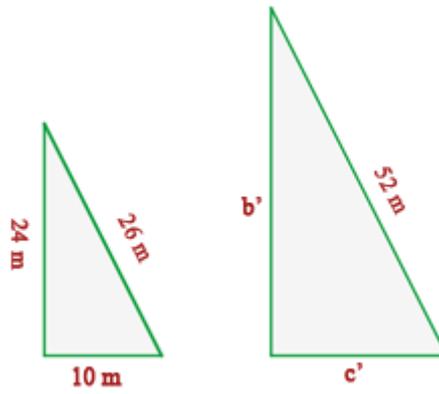
Ejemplos

1. Calcular la altura de un edificio que proyecta una sombra de 6.5 m a la misma hora que un poste de 4.5 m de altura da una sombra de 0.90 m.



$$\frac{0.9}{6.5} = \frac{4.5}{x} \quad x = \frac{6.5 \cdot 4.5}{0.9} = 32.5 \text{ m}$$

2. Los catetos de un triángulo rectángulo que miden 24 m y 10 m. ¿Cuánto medirán los catetos de un triángulo semejante al primero cuya hipotenusa mide 52 m?



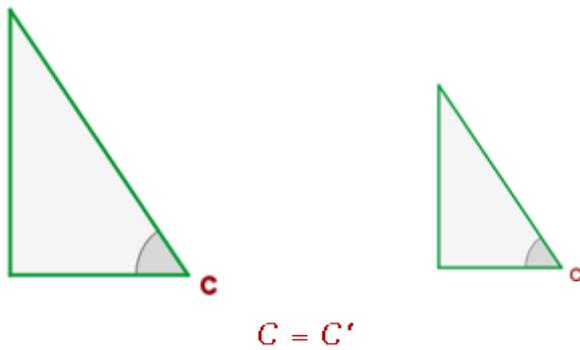
$$a = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26$$

$$\frac{26}{52} = \frac{24}{b'} \quad b' = \frac{52 \cdot 24}{26} = 48 \text{ m}$$

$$\frac{26}{52} = \frac{10}{c'} \quad c' = \frac{52 \cdot 10}{26} = 20 \text{ m}$$

Criterios de semejanza de triángulos rectángulos

1 Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un ángulo agudo igual.

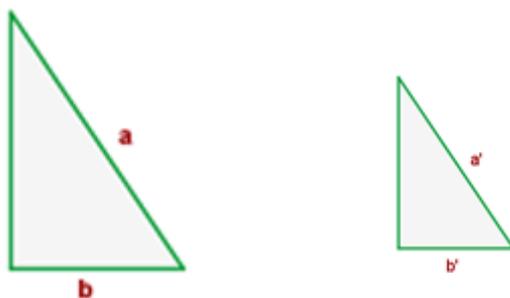


2 Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen los dos catetos proporcionales.



$$\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

3 Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen proporcionales la hipotenusa y un cateto.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

Criterios de semejanza de triángulos

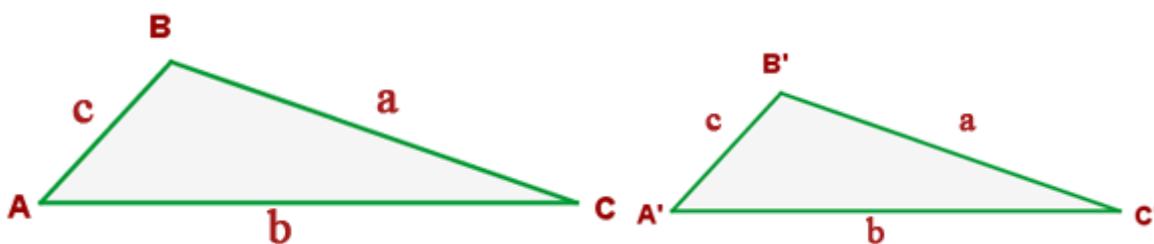
1 Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.



$$A = A'$$

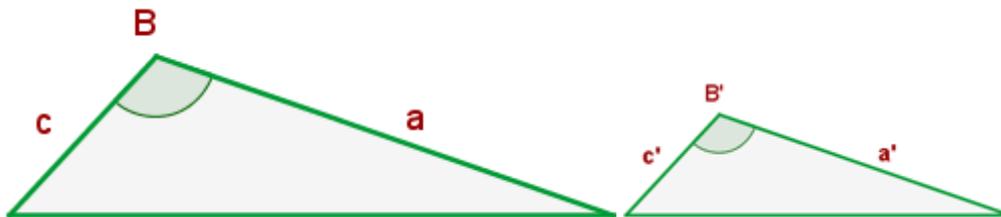
$$B = B'$$

2 Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

3 Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.

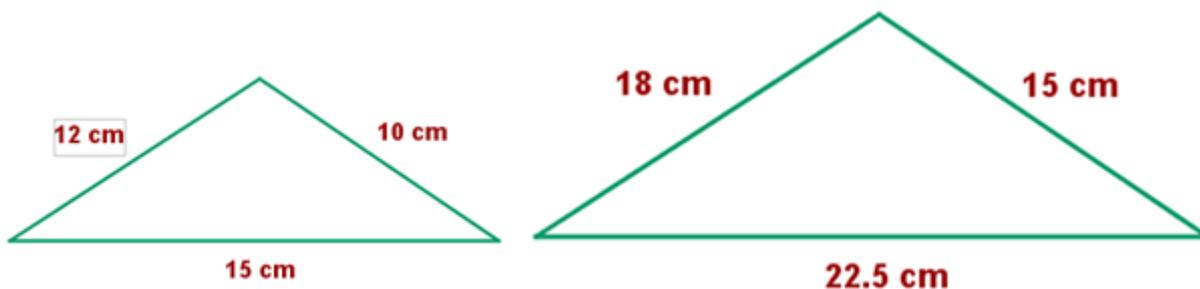


$$B = B'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

Ejemplos

Razona si son semejantes los siguientes triángulos:

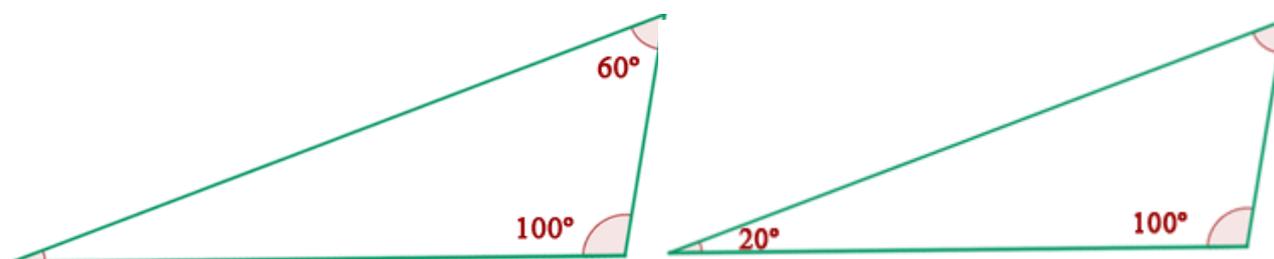


$$\frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{15}{22.5}$$

$$10 \cdot 18 = 12 \cdot 15 \quad 180 = 180$$

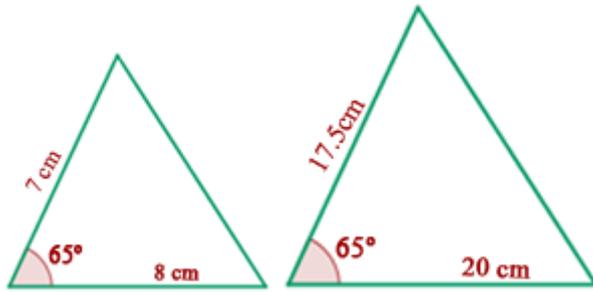
$$10 \cdot 22.5 = 15 \cdot 15 \quad 225 = 225$$

Son semejantes porque tienen los **lados proporcionales**.



$$180^\circ - 100^\circ - 60^\circ = 20^\circ$$

Son semejantes porque tienen **dos ángulos iguales**.



$$\frac{20}{17.5} = \frac{8}{7}$$

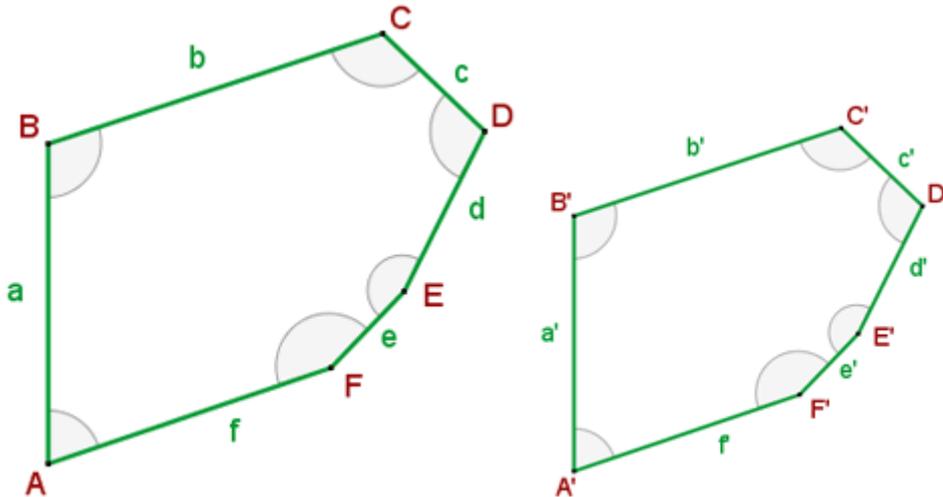
$$20 \cdot 7 = 17.5 \cdot 8$$

$$140 = 140$$

Son semejantes porque tienen **dos lados proporcionales** y **un ángulo igual**.

Semejanza de polígonos

Dos polígonos son semejantes cuando tienen los **ángulos homólogos iguales** y los **lados homólogos proporcionales**.



$$\hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}', \hat{D} = \hat{D}', \hat{E} = \hat{E}', \hat{F} = \hat{F}'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \frac{e}{e'} = \frac{f}{f'}$$