

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [1,5 puntos] Una compañía de cruceros ofrece un viaje para al menos 100 personas por un precio inicial de 2.000 euros por persona.

Para animar las ventas decide rebajar el precio inicial en 10 euros por cada persona que rebase las 100. Así pues, si se apuntaran 120 personas, cada uno pagara $2.000 - 20 \cdot 10 = 1.800$ euros.

Calcula el número de personas que maximiza los ingresos de la compañía y el valor de dicho ingreso máximo.

b) [1 punto] Se ha obtenido una muestra de 100 alumnos de una Facultad. Se desea estudiar la calificación media de los expedientes de los alumnos de la Facultad. Se sabe, de cursos anteriores, que la desviación típica de toda la Facultad es 1,75. La media de la muestra fue de 5,25. Obtener la media de la población en el intervalo de confianza del 90%.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcula el dominio de $f(x) = \ln\left(2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$

b) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+3}{5+2x}\right)^{\frac{1}{x+2}}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula, si existen, las asíntotas horizontales de la función:

$$f(x) = e^{-x} \cdot (x + 3)$$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Dibujar el recinto limitado por las gráficas de las siguientes funciones:

- La recta tangente a $f(x) = \ln(x)$ en $x = 1$.
- La recta tangente a $g(x) = e^x$ en $x = 0$.
- La recta vertical $x = 2$.
- La recta vertical $x = 3$.

¿Cuáles son las coordenadas de los vértices de la figura plana que se genera?

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Hallar los puntos de inflexión de la siguiente función: $f(x) = e^x(x^2 - x + 1)$

b) [1 punto] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos(x) + b \cdot \sin(x)}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Obtener la inversa de $f(x) = \frac{1}{2x-3}$ y comprobar que se cumple $f[f^{-1}(x)] = x$

b) [1,5 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4}$. Estudiar la monotonía y los extremos relativos.