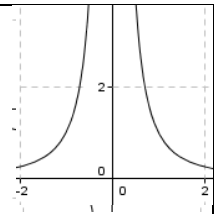


Задача на побудову 2. Побудувати модель графіка степеневої функції.

Покрокова побудова.

1.		Створіть цілочисельний слайдер n (-5;5) і дійсний слайдер k (-5;5).
2.		В командний рядок введіть: $y=k*x^n$. В панелі об'єктів з'явиться функція $f(x)$, а на графічному полотні відобразиться її графік.
Навчальне дослідження 1. Змінюючи значення обох слайдерів, спостерігайте за змінами графіка. Зробіть висновки про вигляд графіка при $n < 0$, $n = 0$, $n = 1$, $n > 1$. Поставте у властивостях слайдера n крок на значення 0,1. Який вигляд має графік при дробовій степені n? Як впливає на вигляд графіка параметр k?		
Висновки. Графіки степеневої функції при натуральному показнику $n > 1$ називаються параболою порядку n. Приклади окремих випадків: $n = 1$ – пряма, ГМТ на площині при $x = y$; $n = 2$ – параболою; $n = 3$ – кубічна параболою. При $n = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ графік функції $y = x^n$ являє собою параболу. При $-k$ графік інвертується – гілки «дивляться» вниз. При $n = \{3, 5, 7, 9, \dots\}$ графік функції $y = x^n$ являє собою кубічну параболу. При $-k$ графік інвертується – відображається щодо осі Oy. Чим більше n, тим крутіше гілки графіка йдуть вгору і вниз, і більше наближаються до осі Oy, і тим повільніше віддаляються від осі Ox на проміжку $(-1, 1)$. Чим більше k, тим ближче гілки графіка до осі Oy. Графіки функцій виду $y = x^n$, де $n < 0$ – натуральне число, називаються гіперболами порядку n. Гіпербола нескінченно наближається до осей, але ніколи не перетинає їх. При $n = \{-2, -4, -6, \dots\}$ гілки гіперболи розташовуються в I і II чвертях. При $n = \{-3, -5, -7, \dots\}$ гілки гіперболи розташовуються в I і III координатних чвертях. Чим менше n, тим гілки графіка швидше наближаються до осі Ox і повільніше – до Oy. Чим більше k, тим більше гілки графіка віддаляються		

від осей. При $-k$ графік інвертується – відображається відносно початку координат.



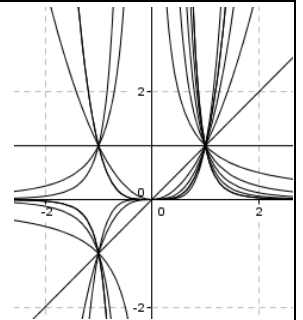
При дробових значеннях n в наступних випадках графік степеневої функції приймає такий вид:

- $0 < n < 1$ – гілка параболи, обратної до $y = x^n$ (I четверть).
- $1 > n$ – гілка параболи $y = x^n$ (I четверть).
- $n < 0$ – гілка гіперболи $y = x^{-n}$ (I четверть).

Інші окремі випадки:

- $n = 0$ – $y = x^0 \rightarrow y = 1$ – пряма, паралельна Ox , що проходить через $y = 1$;
- $k = 0$ – графік $y = 0$ приймає вигляд прямої, що збігається з віссю Ox .

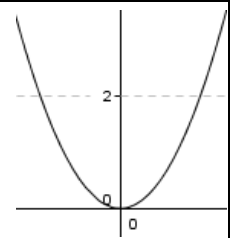
Порада. Щоб легше було порівнювати зміни графіка в залежності від його параметрів, у властивостях функції можна відмітити прапорець «Залишати слід». Це зручно, якщо слайдер n – цілочисельний. В інших же випадках слід графіка дає цікавий ефект.



Навчальне дослідження 2. Чому на наведеному вище зображенні графіки функцій з різними степенями, що накладаються один на одного, утворюють «пучки» в трьох точках?

Характеристики параболи $y = x^n$, $n = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$:

1. Область визначення: $x \in (-\infty; +\infty)$. Область значень: $y \in [0; +\infty)$.
2. Функція парна.
3. Функція зростає при $x \in [0; +\infty)$; спадає при $x \in (-\infty; 0]$.
4. Функція вгнута при $x \in (-\infty; +\infty)$. Точок перегину немає.
5. Асимптот немає.
6. Функція дорівнює нулю при $x = 0$.



Характеристики кубічної параболи $y = x^n$, $n = \{3, 5, 7, 9, \dots\}$:

1. Область визначення: $x \in (-\infty; +\infty)$. Область значень: $y \in (-\infty; +\infty)$;
2. Функція непарна.

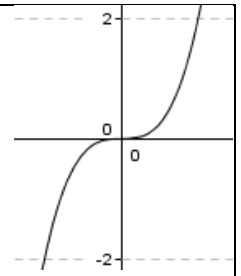
3. Функція зростає при: $x \in (-\infty; +\infty)$.

4. Функція опукла при $x \in (-\infty; 0]$ и вгнута при $x \in [0; +\infty)$.

Точка $(0;0)$ є точкою перегину.

5. Асимптот немає.

6. Функція дорівнює нулю при $x=0$.



Характеристики гіперболи $y=x^{-n}$:

1. Область визначення: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Область значень: $y \in (0; +\infty)$ за парного степеня; $y \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ за непарного степеня.

2. Функція непарна.

3. За непарного степеня спадає на проміжку $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; за парного степеня – зростає при $x \in (-\infty; 0)$ і спадає при $x \in (0; +\infty)$.

4. За непарного степеня функція опукла при $x \in (-\infty; 0)$; за парного степеня – функція вгнута при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Точок перегину немає.

5. Горизонтальною асимптотою є пряма $y=0$, вертикальною – пряма $x=0$.

