

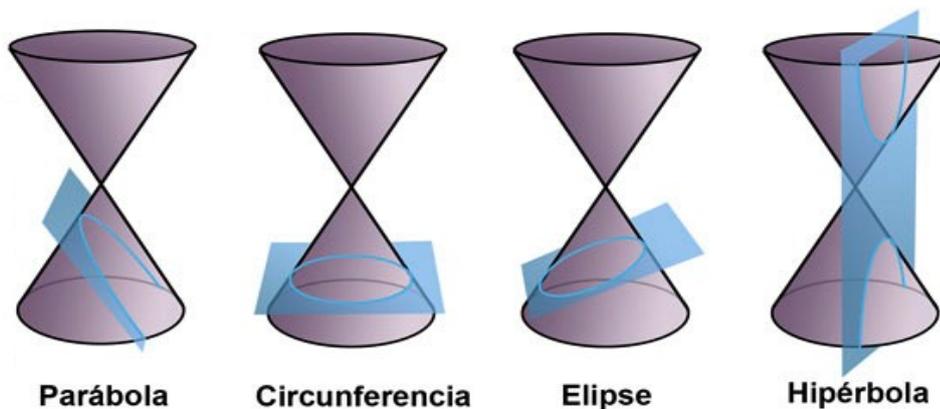
Secciones Cónicas

Toda sección cónica, o simplemente cónica, puede describirse como la intersección de un plano y un cono de dos hojas.

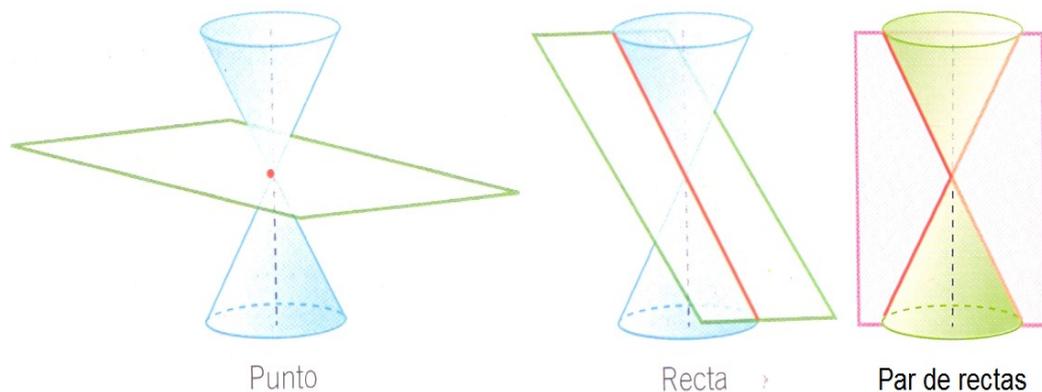
En el caso de las cuatro cónicas básicas el plano de intersección **no pasa por el vértice del cono**.

Cuando el plano pasa por el vértice, la figura que resulta es una **cónica degenerada**.

Sección cónica



Cónica degenerada



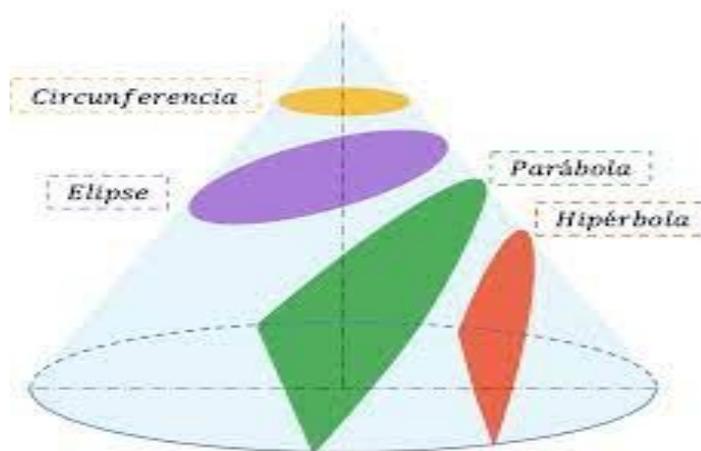
Existen distintas formas de estudiar las cónicas, se puede hacerlo definiéndolas a través de la intersección de planos y conos (como lo hicieron los griegos), o se puede definir algebraicamente en términos de la ecuación general de segundo grado

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

Pero hay un tercer método en el cual definimos a cada una de las cónicas como **lugar geométrico** de todos los puntos que satisfacen cierta propiedad geométrica, por ejemplo:

- **La circunferencia:** se la define como el conjunto de todos los puntos (x,y) que son equidistantes de un punto fijo (h,k) . Esta definición en términos del lugar geométrico conduce a la ecuación estándar o cónica de la circunferencia:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$



- **Parábola:** es el conjunto de todos los puntos (x,y) equidistantes de una recta fija llamada **Directriz** y de un punto fijo fuera de dicha recta llamado **Foco**. El punto medio entre el foco y la directriz es el **Vértice** y la recta que pasa por el foco y el vértice es el **Eje de la parábola**.

La ecuación estándar o canónica de la parábola con vértice (h,k) y directriz $y=k-p$ es:

$$(x-h)^2 = 4p(y-k) \quad \text{Eje vertical.}$$

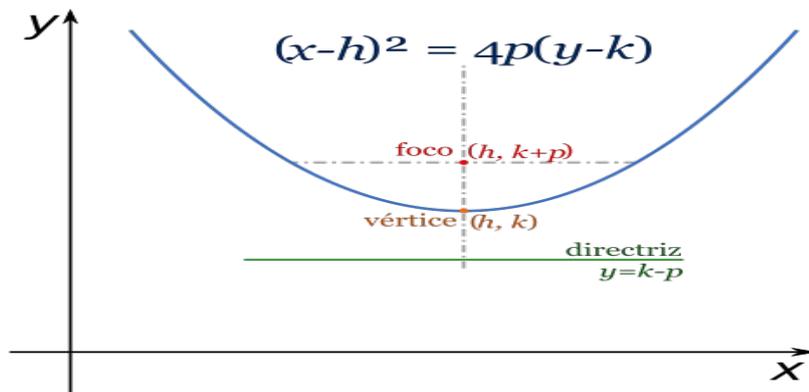
Para la directriz $x=h-p$, la ecuación es:

$$(y-k)^2 = 4p(x-h) \quad \text{Eje horizontal.}$$

El foco se encuentra en el eje a p unidades (distancia dirigida) del vértice. Las coordenadas del foco son las siguientes:

$$(h, k+p) \quad \text{Eje vertical.}$$

$$(h+p, k) \quad \text{Eje horizontal.}$$



***Propiedad de reflexión de una parábola:** sea p un punto de una parábola; la tangente a la parábola en el punto p produce ángulos iguales con las dos rectas siguientes:

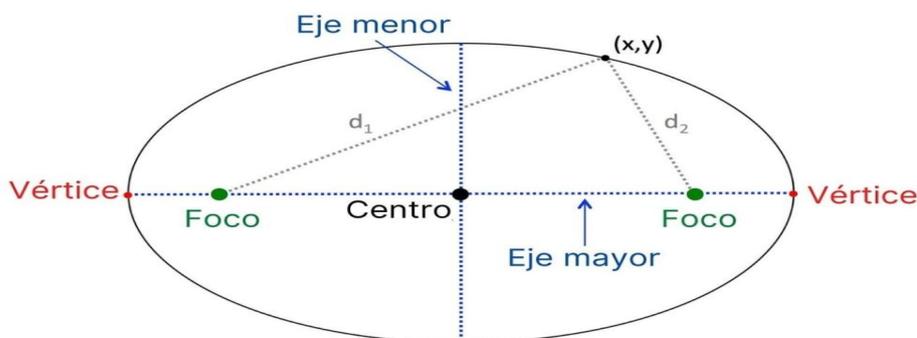
- la recta que pasa por p y por el foco
- la recta paralela al eje de la parábola que pasa por p

-Elipse: a diferencia de las parábolas, en este caso tenemos dos puntos focales en lugar de uno. Una **elipse** es el conjunto de todos los puntos (x,y) cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados **focos** es constante. La recta que une a los focos intersecta o corta a la elipse en dos puntos llamados **vértices**. La cuerda que une a los vértices es el **Eje Mayor**, y su punto medio es el **centro** de la elipse. La cuerda a través del centro, perpendicular al eje mayor es el **Eje Menor** de la elipse.

La ecuación estándar o canónica de una elipse con centro (h,k) y longitudes de los ejes mayor y menor $2a$ y $2b$ respectivamente, donde $a > b$ es:

$$(x-h)^2/a^2 + (y-k)^2/b^2 = 1 \quad \text{Eje Mayor (horizontal)}$$

$$(x-h)^2/b^2 + (y-k)^2/a^2 = 1 \quad \text{Eje Menor (vertical)}$$



Importante!!

Los focos se encuentran en el eje mayor a c unidades del centro, con $c^2 = a^2 - b^2$

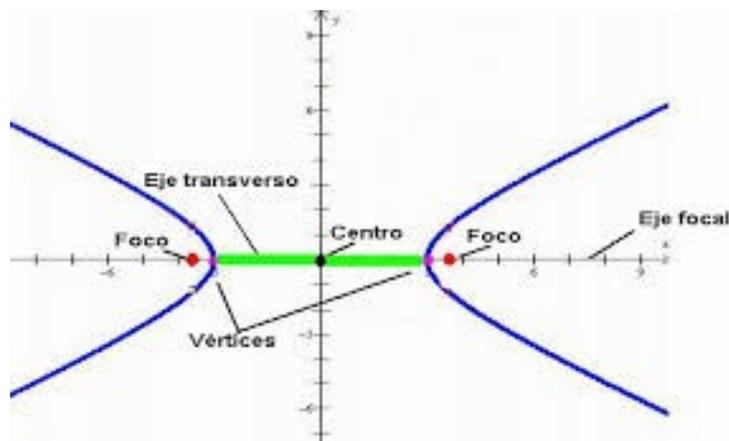
***Propiedad de reflexión de la elipse:** sea p un punto de una elipse, la recta tangente a la elipse en el punto p forma ángulos iguales con las rectas que pasan por p y por los **focos**.

*Para medir el achatamiento de una elipse, se puede usar el concepto de **excentricidad**. La **excentricidad** de una elipse está dada por el cociente $e=c/a$

- **Hipérbola:** la definición de hipérbola es similar a la de elipse, pero mientras que en la elipse, la suma de las distancias de un punto de la elipse a los focos es fija, en la hipérbola, el valor absoluto de la diferencia entre estas distancias es fijo. Una hipérbola es el conjunto de todos los puntos (x,y) para los que el valor absoluto de la diferencia entre las distancias a dos puntos fijos llamados **focos** es constante. La recta que pasa por los dos focos corta a la hipérbola en dos puntos llamados **vértices**. El segmento de recta que une a los vértices es el **Eje Transversal** y el punto medio del eje transversal es el **centro** de la hipérbola. La ecuación estándar o canónica de la hipérbola con centro (h,k) es:

$$(x-h)^2/a^2 - (y-k)^2/b^2 = 1 \quad \text{Eje Transversal (horizontal)}$$

$$(y-k)^2/a^2 - (x-h)^2/b^2 = 1 \quad \text{Eje Transversal (vertical)}$$



*Rasgo distintivo de la hipérbola: su gráfica tiene dos **ramas** separadas.

*Los vértices se encuentran a a unidades del centro y los focos se encuentran a c unidades del centro, con $c^2 = a^2 + b^2$

*Para trazar la gráfica de una hipérbola es importante determinar sus **Asíntotas**. Toda hipérbola tiene dos asíntotas que se cortan en el centro de la misma, las asíntotas pasan por los vértices de un rectángulo de dimensiones **2a por 2b**, con centro en (h,k) . Al segmento de la recta de longitud **2b** que une $(h,k+b)$ y $(h,k-b)$ se le conoce como **Eje Conjugado** de la hipérbola.

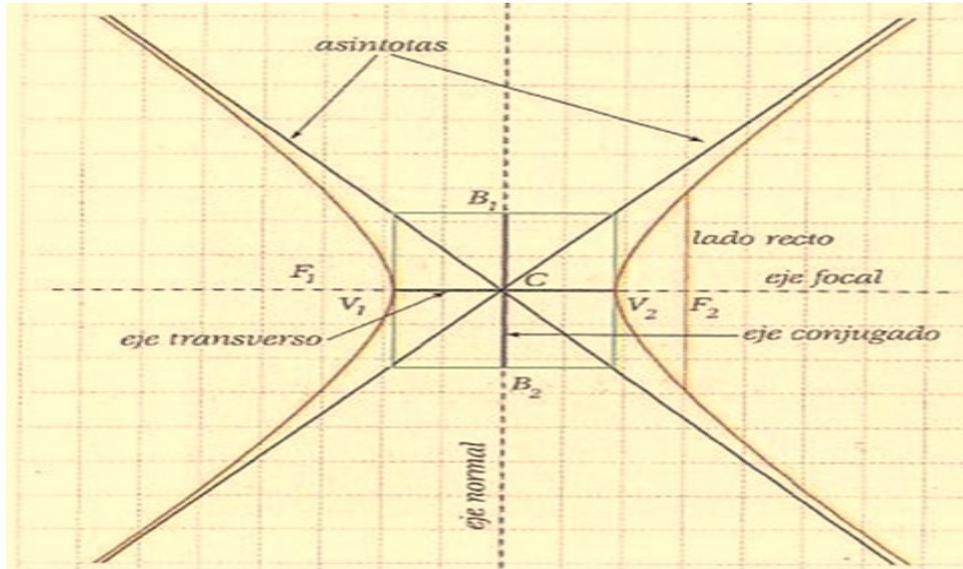
-Asíntotas de una hipérbola

Si el eje transversal es horizontal, las ecuaciones de las asíntotas son:

$$y=k+b/a(x-h) \text{ y } y=k-b/a(x-h)$$

Si el eje transversal es vertical, las ecuaciones de las asíntotas son:

$$y=k+a/b(x-h) \text{ y } y=k-a/b(x-h)$$



-Definición de la excentricidad de una hipérbola

Como en la hipérbola $c > a$ resulta que $e > 1$, si la excentricidad es grande las ramas de la hipérbola son casi planas.

Si la excentricidad es cercana a 1 , las ramas de la hipérbola son más puntiagudas.

