3ο Γυμνάσιο Εχεδώρου

Μαθηματικά Γ Γυμνασίου

Επανάληψη στις ταυτότητες

1. Μεθοδολογία για τις αποδεικτικές ασκήσεις Α=Β

α) $\begin{cases} \mathrm{A} = \ldots = \ldots = \Gamma \\ \mathrm{B} = \ldots = \ldots = \Gamma \end{cases}$, άρα Α = Β

πχ. Να αποδείξετε ότι: $(\alpha+\beta+\gamma)^2 - (\alpha-\beta)^2 = (2\alpha+\gamma)(2\beta+\gamma)$

$\underline{A} = \underline{(\alpha}+\beta+\gamma)^2 - (\alpha-\beta)^2 =$

$\alpha^2+2\alpha(\beta+\gamma)+(\beta+\gamma)^2 - (\alpha-\beta)^2=$

$\alpha^2+2\alpha\beta+2\alpha\gamma+\beta^2+2\beta\gamma+\gamma^2-(\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2)=$

$\cancel{\alpha^2}+\underline{2\alpha\beta}+2\alpha\gamma+\cancel{\beta^2}+2\beta\gamma+\gamma^2-\cancel{\alpha^2}+\underline{2\alpha\beta}-\cancel{\beta^2}=$

$4\alpha\beta+2\alpha\gamma+2\beta\gamma+\gamma^2$

$B = (2\alpha+\gamma)(2\beta+\gamma) =$

$4\alpha\beta+2\alpha\gamma+2\beta\gamma+\gamma^2$

Α=Β

β) Α = Β ⇔(καταλήγω σε κάτι που ισχύει)

πχ. Να αποδείξετε ότι: $(α+β+γ)^2 – (α–β)^2 = (2α+γ)(2β+γ)$

$(α+β+γ)^2 – (α–β)^2 = (2α+γ)(2β+γ) \Leftrightarrow$

$α^2+2α(β+γ)+(β+γ)^2– (α–β)^2 = (2α+γ)(2β+γ) \Leftrightarrow$

$α^2+2αβ+2αγ+β^2+2βγ+γ^2–(α^2–2αβ+β^2) = 4αβ+2αγ+2βγ+γ^2 \Leftrightarrow$

$α^2+2αβ+2αγ+β^2+2βγ+γ^2–(α^2–2αβ+β^2) = 4αβ+2αγ+2βγ+γ^2 \Leftrightarrow$

$\cancel{α^2}+\underline{2αβ}+2αγ+\cancel{β^2}+2βγ+γ^2–\cancel{α^2}+\underline{2αβ}–\cancel{β^2} = 4αβ+2αγ+2βγ+γ^2 \Leftrightarrow$

$4αβ+2αγ+2βγ+γ^2= 4αβ+2αγ+2βγ+γ^2$, ισχύει.

γ) Α = ... = ... = Β

πχ. Να αποδείξετε ότι: $(α+β+γ)^2 – (α–β)^2 = (2α+γ)(2β+γ)$

$Α = (α+β+γ)^2 – (α–β)^2 =$

$α^2+2α(β+γ)+(β+γ)^2– (α–β)^2=$

$α^2+2αβ+2αγ+β^2+2βγ+γ^2–(α^2–2αβ+β^2)=$

$\cancel{α^2}+\underline{2αβ}+2αγ+\cancel{β^2}+2βγ+γ^2–\cancel{α^2}+\underline{2αβ}–\cancel{β^2}=$

$\underline{4αβ}+\underline{2αγ}+2βγ+γ^2 =$

$2α(2β+γ)+γ(2β+γ)=$

$(2β+γ)(2α+γ)$

δ) Β = ... = ... = Α

πχ. Να αποδείξετε ότι: $β^2=(α+β)^2–α(α+2β)$

$(α+β)^2–α(α+2β)=α^2+2αβ+β^2–α^2–2αβ=β^2$

2. Να γίνουν οι πράξεις:

$(\alpha+2\beta)^3-(\alpha-\beta)^3=$

$\alpha^3+3\alpha^2\cdot 2\beta+3\alpha\cdot(2\beta)^2+(2\beta)^3-(\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3)=$

$\alpha^3+6\alpha^2\beta+12\alpha\beta^2+8\beta^3-\alpha^3+3\alpha^2\beta-3\alpha\beta^2+\beta^3=$

$9\beta^3+9\alpha^2\beta+9\alpha\beta^2=$

$9\beta(\beta^2+\alpha^2+\alpha\beta)$

3. Ομοίως, οι πράξεις:

$(3\alpha+2\beta)^3-2\alpha(2\alpha-\beta)^2+3\beta(2\alpha-5\beta)(2\alpha+5\beta)=$