BIDIK ILMU #4 BBGP DIY, 14 Maret 2023

LK-1, Napak Tilas Bangsa Tiongkok Kuno Menyelesaikan SPLTV

Menyelesaikan SPLTV dengan metode fangcheng

Buku 九章算术 "Jiu zhang suan shu" (*The Nine Chapters on The Mathematical Arts*), merupakan naskah matematika peninggalan bangsa Tiongkok, yang diperkirakan disusun secara kolektif pada rentang abad 10 sampai 2 sebelum Masehi. Salah satu yang dibahas dalam buku tersebut adalah masalah sebagai berikut:

> *There are three grades of corn. After threshing,*
>
> - *Three bundles of top grade, two bundles of medium grade, and one bundle of low grade make 39 dou [a measure of volume].*
> - *Two bundles of top grade, three bundles of medium grade, and one bundle of low grade will produce 34 dou.*
> - *The yield of one bundle of top grade, two bundles of medium grade, and three bundles of low grade is 26 dou.*
>
> *How many dou are contained in each bundle of each grade?*

Sebelum menyelesaikan problem di atas, perhatikan dan pahami langkah-langkah untuk problem yang lebih sederhana berikut.

	Amir	Budi
Pensil	2	1
Buku	1	3
Harga (dlm. ratusan)	50	100

Sederhanakan tampilan

Tabel 1

2	1
1	3
50	100

Perhatikan pembelian Amir dan Budi, lengkapi tabel di sebelah kanan.

1. Citra membeli 4 pensil, dan 2 buku. Berapa Citra harus membayar? Bagaimana proses penentuan harga dengan cepat?
   Jawab:
   .....
   .....
2. Dewa ingin membeli 3 pensil, dan 9 buku. Berdasarkan data pembelian di atas, berapa Dewa harus membayar? Bagaimana proses menentukan pembayaran dengan cepat?
   Jawab:
   .....
   .....

	Citra	Dewa
Pensil	.....	.....
Buku	.....	.....
Harga (dlm. ratusan)	.....	.....

Tabel 2

3. Eka membeli pensil dan buku sebanyak dua kali pembelian Dewa dikurangi pembelian Citra. Susun tabel baru untuk Eka dan Budi.

4. Jika kalian hanya mendapatkan tabel 2 saja atau tabel 3 saja, apakah masing-masing harga pensil dan buku berubah?
   Jawab:

   .....

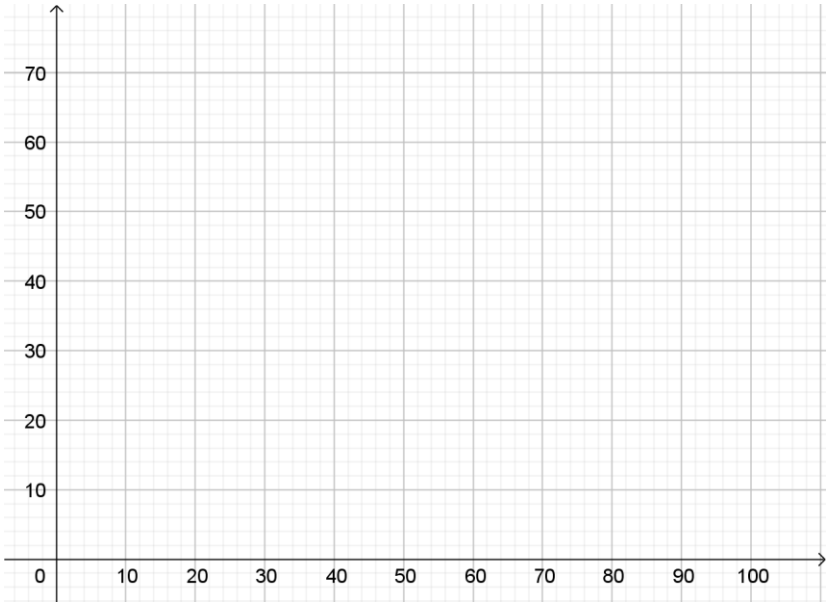
	Eka	Budi
Pensil	.....	.....
Buku	.....	.....
Harga (dlm. ratusan)	.....	.....

Tabel 3

5. Tentunya kalian masih ingat pelajaran di SMP tentang SPLDV. Misalkan x dan y berturut-turut menyatakan harga sebuah pensil dan harga sebuah buku, susunlah sistem persamaan untuk pembelian

   a. Amir dan Budi Jawab: .....
   b. Citra dan Dewa Jawab: .....
   c. Eka dan Budi. Jawab: .....

6. Gunakan aplikasi komputer untuk melihat penyelesaian secara grafik pada butir 5a, 5b, dan 5c dalam satu bidang koordinat Kartesius.



7. Kesimpulan apa yang kalian dapatkan?
   Jawab:

   .....

   .....

   .....

8. Mencari harga sebuah pensil dan sebuah buku, lengkapi proses tabel untuk kasus berikut.

   a. Cici membeli sebanyak dua kali yang dibeli oleh Budi.
   b. Dina membeli sebanyak pembelian Cici dikurangi pembelian Amir.
   c. Endra membeli seperlima dari yang dibeli Dina.
   d. Fajar membeli sebanyak pembelian Amir dikurangi pembelian Endra.
   e. Gatot membeli setengah dari pembelian Fajar

Tabel (harga dalam ratusan)

	Amir	Budi
Pensil	2	1
Buku	1	3
Harga	50	100

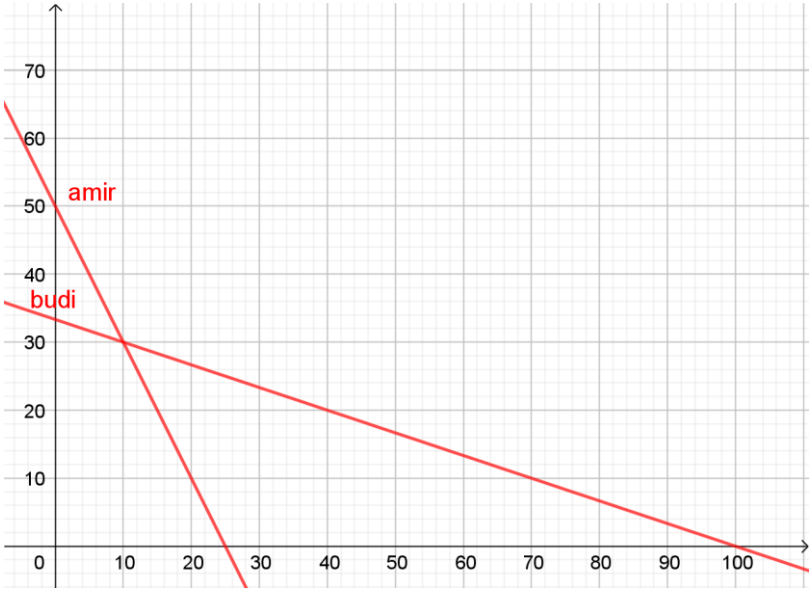
Amir	Cici
.....	.....
.....	.....
.....	.....

Amir	Dina
.....	.....
.....	.....
.....	.....

Amir	Endra
.....	.....
.....	.....
.....	.....

Fajar	Endra
.....	.....
.....	.....
.....	.....

Tampilan grafik (dalam satu bidang koordinat Kartesius):



9. Dari hasil tabel terakhir berapa harga satu pensil dan harga satu buku?
   (untuk guru: bandingkan dengan pertanyaan "berapa harga satu pensil dan satu buku?")
   Jawab:

   .....

   .....

10. Penyelesaian Masalah

    Kalian telah menyelesaikan sebuah sistem persamaan linear dengan DUA variabel dengan metode yang dalam kitab 九章算术 (Jiu zhang suan shu) dikenal dengan metode Fangcheng.

    Kembali ke problem jagung, dengan metode fangcheng, tentukan masing-masing volume jagung kualitas rendah, sedang, dan tinggi. Untuk mempercepat perhitungan, kalian boleh menggunakan aplikasi spreadsheet.

3	2	1
2	3	2
1	1	3
39	34	26

Dari perhitungan di atas, diperoleh

1. Volume jagung kualitas tinggi sebanyak ..... dou.
2. Volume jagung kualitas sedang sebanyak ..... dou.
3. Volume jagung kualitas rendah sebanyak ..... dou.

Sekilas Info: Di jaman modern, metode fangcheng ini dikenal dengan metode eliminasi Gauss-Jordan. Pada metode fangcheng penulisannya dari atas ke bawah dan belum mengenal bilangan negatif, pada metode Gauss-Jordan ditulis dari kiri ke kanan.

11. Tantangan (khusus kalian yang berjiwa petualang dan menyukai tantangan):

Diberikan dua garis tidak sejajar g_1 dan g_2 dengan persamaan

$$x + by - c = 0 \qquad \text{dan} \qquad x + ey - f = 0.$$

Buktikan bahwa untuk sebarang α dan β, maka garis
$\alpha(x + by - c) + \beta(x + ey - f) = 0$ melalui titik potong g_1 dan g_2.

(catatan: 1. guru bisa memberikan pengantar menggunakan GGB, dibuat sebarang pers. garis $g_1 \equiv x + 3y - 9 = 0$ dan $g_2 \equiv x - 2y - 1 = 0$, buat slider α dan β, buat persamaan $\alpha(x + 3y - 9) + \beta(x - 2y - 1) = 0$. Demonstrasikan dengan mengubah α dan β, garis tetap melalui perpotongan g_1 dan g_2. 2. Bantuan proses pembuktian dapat diberikan guru secara scaffolding bagi siswa yang membutuhkan).

Alternatif pembuktian:

Tentukan titik potong g_1 dan g_2

Diperoleh $T = (\ldots, \ldots)$ kemudian substitusikan ke $\alpha(x + by - c) + \beta(x + ey - f) = 0$. Jika memenuhi, berarti garis baru tersebut melalui titik potong g_1 dan g_2.