# Ejercicios para pasar de tabla de contingencia a diagrama de árbol y viceversa

| CURSO | TEMA | WWW.DANIPARTAL.NET |
|---|---|---|
| 2ºBach | PROBABILIDAD 12 | Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada |

**INFORMACIÓN GENERAL**

Ejercicios prácticos para pasar de tabla de contingencia a diagrama de árbol, y viceversa.

Vídeo asociado:

https://youtu.be/1zjc5_gcKqs

**EJERCICIO 1**

**Dada la tabla de contingencia siguiente, determina si los sucesos son dependientes o independientes. Dibuja el diagrama de árbol asociado, considerando A como primer suceso temporal y B como segundo suceso temporal.**

| | A | $\bar{A}$ | Totales |
|---|---|---|---|
| B | 2/9 | 5/9 | 7/9 |
| $\bar{B}$ | 1/9 | 1/9 | 2/9 |
| Totales | 3/9 = 1/3 | 6/9 = 2/3 | 1 |

**Forma 1 para determinar si son dependientes o independientes**

Dos sucesos A y B son dependientes si cumplen la siguiente relación:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B/A)\rightarrow \boldsymbol{P(B/A)}=\frac{\boldsymbol{P(A\cap B)}}{\boldsymbol{P(A)}}\ ,siempre\ que\ P(A)\neq 0$$

Mientras que son independientes si cumplen:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

Viendo la tabla de contingencia, es inmediato comprobar los siguientes resultados:

$P(A)=1/3$ (acumulado de la columna A)

$P(B)=7/9$ (acumulado de la fila B)

$P(A\cap B)=2/9$ (celda intersección de la fila A y de la columna B)

Si realizamos el producto de la probabilidad P(A) y de la probabilidad P(B), podemos compararlo con el resultado de la probabilidad de la intersección.

$P(A)\cdot P(B)=1/3\cdot 7/9=7/27$

Comprobamos que el resultado obtenido en el producto no coincide con el valor de la probabilidad de la celda de la intersección: $7/27 \neq 2/9 \rightarrow$ **A y B son dependientes**.

### Forma 2 para determinar si son dependientes o independientes

Una segunda forma de razonar es la siguiente: dos sucesos A y B son independientes si cumplen las siguientes igualdades:

$$P(A/B) = P(A)$$
$$P(B/A) = P(B)$$

Podemos obtener las probabilidades condicionas y comprobar si coinciden con las probabilidades totales que aparecen en la tabla.

$$P(A/B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{2/9}{7/9} = 2/7$$
$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2/9}{1/3} = 2/3$$

De la tabla de contingencia ya hemos comentado que:

$P(A) = 1/3$ (acumulado de la columna A)

$P(B) = 7/9$ (acumulado de la fila B)

Es fácil observar que:

$$2/7 \neq 1/3 \rightarrow P(A/B) \neq P(A)$$
$$2/3 \neq 7/9 \rightarrow P(B/A) \neq P(B)$$

Los sucesos **A y B son dependientes**.

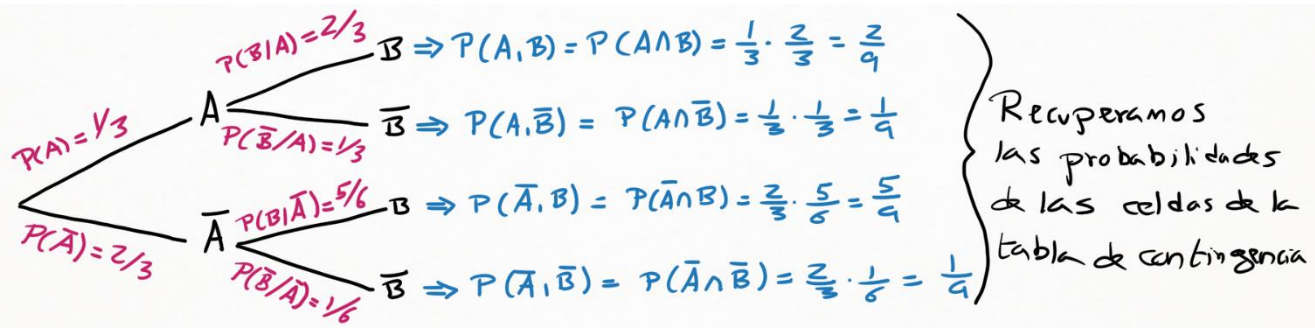
### Diagrama de árbol

La tabla de contingencia muestra probabilidades de intersecciones. Mientras que los diagramas de árbol muestran probabilidades condicionadas.

Si partimos del suceso A y de su complementario $\bar{A}$ , deberemos calcular las probabilidades de B y $\bar{B}$ condicionadas a que antes se haya cumplido o no A. Es decir:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2/9}{1/3} = 2/3$$
$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{5/9}{2/3} = 5/6$$
$$P(\bar{B}/A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{1/9}{1/3} = 1/3$$
$$P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{1/9}{2/3} = 1/6$$

Con las probabilidades condicionadas podemos dibujar el diagrama de árbol. Fíjate que, al final de cada rama, podemos a su vez recuperar las probabilidades de la tabla de contingencia.



## EJERCICIO 2

**Dada la siguiente tabla de contingencia, calcular:**

**a) La probabilidad de que acontezca A y B.**
**b) La probabilidad de que ocurra A y el opuesto de B.**
**c) La probabilidad de que ocurra el opuesto de A y B.**
**d) La probabilidad de que ocurra el opuesto de A y el opuesto de B.**
**e) La probabilidad de A condicionada a que haya ocurrido B.**
**f) La probabilidad de A condicionada a que no haya ocurrido B.**
**g) La probabilidad de B condicionada a que haya ocurrido A.**
**h) La probabilidad de B condicionada a que no haya ocurrido A.**
**i) El diagrama de árbol que comienza con la bifurcación de A y de su opuesto.**

| | A | $\bar{A}$ | Totales |
|---|---|---|---|
| B | 0,4 | 0,3 | 0,7 |
| $\bar{B}$ | 0,2 | 0,1 | 0,3 |
| Totales | 0,6 | 0,4 | 1 |

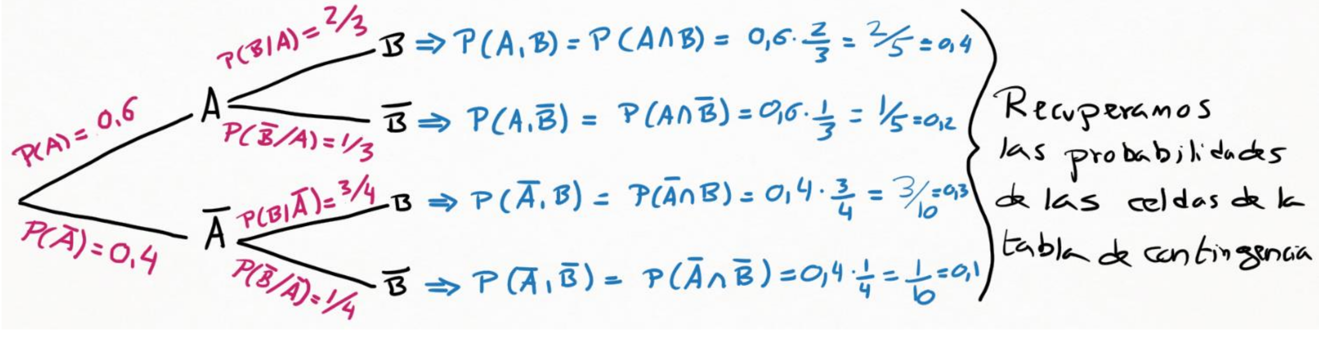
a) $P(A \cap B) = 0{,}4$ (fíjate que es lo mismo $\mathrm{P(A \cap B)}$ que $\mathrm{P(B \cap A)}$)
*b)* $P(A \cap \bar{B}) = 0{,}2$
*c)* $P(\bar{A} \cap B) = 0{,}3$
*d)* $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}1$
*e)* $P(A/B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{0{,}4}{0{,}7} = 4/7$
*f)* $P(A/\bar{B}) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(\bar{B})} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 2/3$
*g)* $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}4}{0{,}6} = 4/6 = 2/3$
*h)* $P(B/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}3}{0{,}4} = 3/4$

i) Para dibujar el diagrama de árbol que nade de la ramificación de A y su opuesto, además de algunas de las probabilidades de los apartados anteriores, vamos a necesitar conocer:

$$P(\bar{B}/A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}6} = 2/6 = 1/3$$

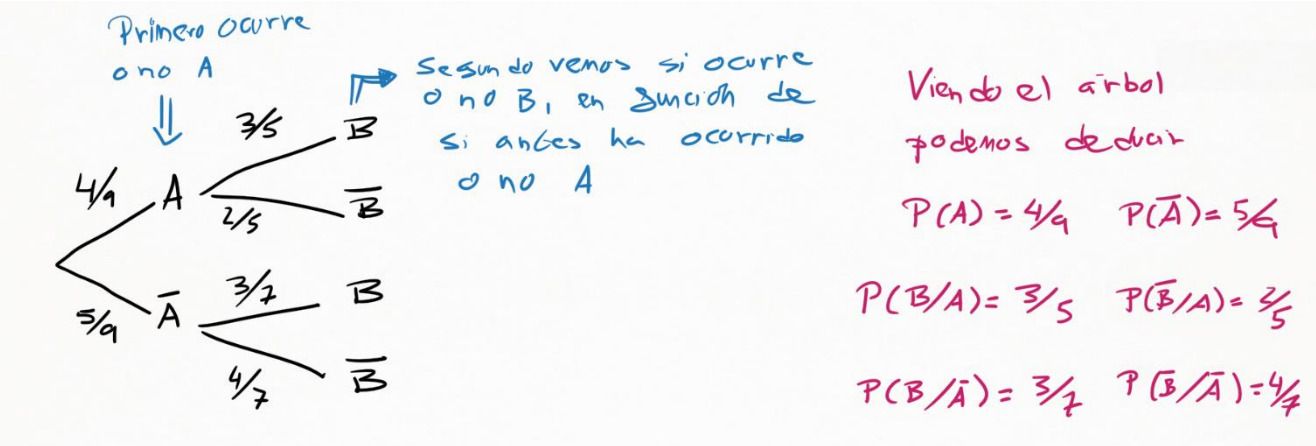
$$P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}1}{0{,}4} = 1/4$$

Nuevamente, al final de cada rama del diagrama de árbol, recuperamos las probabilidades de las celdas de la tabla de contingencia. Y si sumamos las probabilidades de las cuatro ramas finales, obtenemos el valor 1.



## EJERCICIO 3

**Pasar del siguiente diagrama de árbol a su correspondiente tabla de contingencia.**




Tal y como viene resaltado en rojo, mirando el diagrama de árbol podemos obtener las probabilidades totales de A y de su complementario, al igual que las probabilidades de B y su opuesto condicionadas a que haya ocurrido o no el suceso A.

Recuerda, una vez más, que los diagramas de árbol dan probabilidades condicionadas mientras que las tablas de contingencia dan probabilidades de intersecciones. Y podemos relacionar ambos valores con las expresiones:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = 4/9 \cdot 3/5 = 4/15$$
$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}/A) = 4/9 \cdot 2/5 = 8/45$$
$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A}) = 5/9 \cdot 3/7 = 5/21$$
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}/\bar{A}) = 5/9 \cdot 4/7 = 20/63$$

| | A | $\bar{A}$ | Totales |
|---|---|---|---|
| B | 4/15 | 5/21 | 53/105 |
| $\bar{B}$ | 8/45 | 20/63 | 52/105 |
| Totales | 4/9 | 5/9 | 1 |

## EJERCICIO 4

**En un club deportivo, el 55% de los socios practica natación, el 65% practica tenis, y el 10% no practica ni natación ni tenis.**

**a) Si el club tiene 1200 socios, ¿cuántos practicarían ambos deportes?**

**b) Tomando al azar una persona de este club que practique natación, calcula la probabilidad de que no juegue al tenis.**

a) Podemos resolverlo con una tabla de contingencia, ya que aparecen probabilidades de intersección.

| | Natación | No Natación | Totales |
|---|---|---|---|
| Tenis | | | 0,65 |
| No Tenis | | 0,1 | |
| Totales | 0,55 | | 1 |

Completamos la tabla, señalando en rojo el contenido de las celdas que deducimos. Indico también el orden en orden en que voy razonando para completar las celdas.

| | Natación | No Natación | Totales |
|---|---|---|---|
| Tenis | CUARTO CÁLCULO 0,55-0,35=0,20 | QUINTO CÁLCULO 0,45-0,10=0,35 | 0,65 |
| No Tenis | TERCER CÁLCULO 0,35-0,10=0,25 | 0,1 | SEGUNDO CÁLCULO 1-0,65=0,35 |
| Totales | 0,55 | PRIMER CÁLCULO 1-0,55=0,45 | 1 |

Los socios que practican ambos deportes están en la celda de intersección de Natación y Tenis. Son el 25%. Por lo que aplicamos este porcentaje al total de 1200 socios:

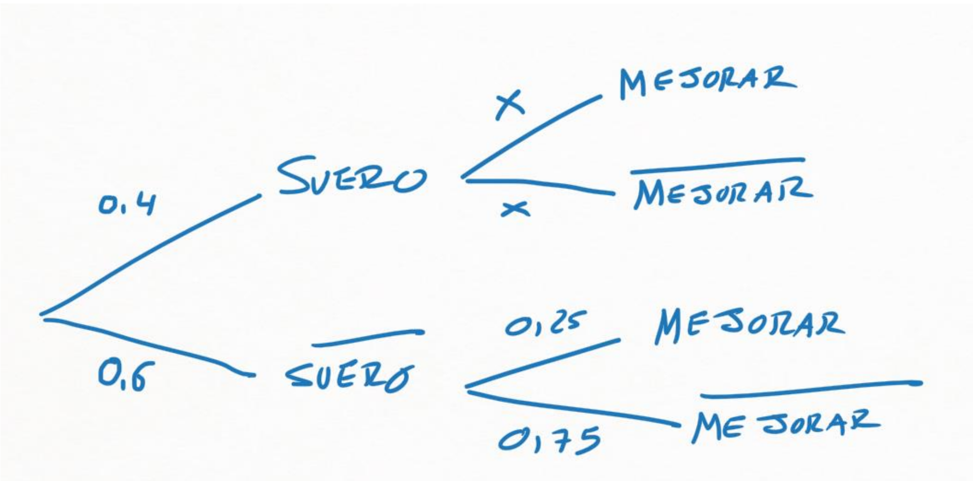
$$0{,}25 \times 1.200 = 300\ socios$$

b) La probabilidad de no jugar al tenis es la probabilidad total almacenada al final de la fila del suceso "No Tenis". Es decir, 0,35. O en tanto por ciento, 35%.

## EJERCICIO 5

**En el enfermero de la doctora Martínez no se puede confiar, pues durante la ausencia del médico la probabilidad de que no le inyecte un suero a un enfermo es de 0,6. Se sabe que si a un enfermo grave se le inyecta el suero tiene igual probabilidad de mejorar que de empeorar, pero si no se le inyecta entonces la probabilidad de que mejore es de 0,25. A su regreso, la Dra. Martínez se encuentra con que un enfermo ha empeorado. Calcula la probabilidad de que el enfermero olvidara inyectar el suero a este paciente.**

Planteamos diagrama de árbol, al aparecer probabilidades condicionadas. El complementario de Suero es No aplicar el suero. Y el complementario de mejorar es empeorar.




Los valores "x" serán iguales a 0,50, ya que tenemos dos ramas cuya suma de probabilidades debe ser igual a 1.

Sabiendo seguro que el enfermo ha empeorado, la probabilidad de que el enfermero olvidase inyectar el suero es P(No Suero / No Mejorar).

Ejercicios para pasar de tabla de contingencia a diagrama de árbol y viceversa
Podemos aplicar Teorema de Bayes (que veremos al final del tema), o razonar con Regla de Laplace: de todos los camino que implican empeorar (casos totales), nos quedamos solo con aquel que también implica no aplicar el suero (casos favorables).

$$P(No\ Suero/No\ mejorar) = \frac{P(No\ Suero\ \cap\ No\ Mejorar)}{P(No\ Mejorar)}$$

$$P(No\ Suero/No\ mejorar) = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}75}{0{,}4 \cdot 0{,}5 + 0{,}6 \cdot 0{,}75} = 0{,}6923$$

Es decir, una probabilidad del 69,23%.