

Примена одређеног интеграла за израчунавање површине равне фигуре

1. Израчунати површину фигуре ограничене линијама:

$$y=7x - 2x^2, \quad x+y=\frac{7}{2}$$

Решење:

Прво нађемо пресечне тачке параболе и праве:

$$y=7x - 2x^2$$

$$x+y=\frac{7}{2} \Rightarrow y=\frac{7}{2} - x \quad (\text{из линеарне ј-не изразимо } x \text{ и убацимо у квадратну ј-ну})$$

$$\frac{7}{2} - x = 7x - 2x^2$$

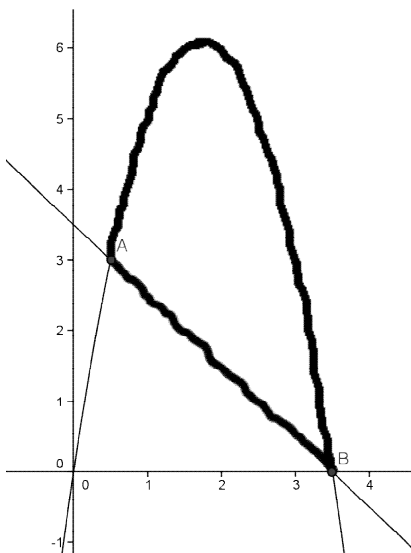
$$2x^2 - 8x + \frac{7}{2} = 0$$

Решавањем квадратне ј-не добијамо:

$$x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{7}{2} \quad (\text{убацимо ова решења у линеарну ј-ну и добијамо координате пресечних тачака})$$

$$y_1 = 3, \quad y_2 = 0$$

Скицирамо график да видимо како изгледа фигура:



$$P = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}} \left(7x - 2x^2 - \frac{7}{2} + x \right) dx = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}} \left(-2x^2 + 8x - \frac{7}{2} \right) dx = 9$$

(Од ј-не параболе одузимамо ј-ну праву и решавамо елементарне интеграле)