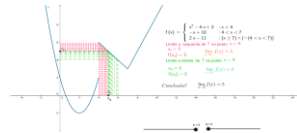


# LIMITE DE UMA FUNÇÃO NUM PONTO



## OBJECTIVOS VISADOS

Com este trabalho, pretendemos produzir um aplicativo, com o fim de auxiliar o professor na construção do conceito de limite de uma função real de variável real (f.r.v.r.) num ponto de acumulação, no processo de interação pedagógica.

## ENQUADRAMENTO CURRICULAR E PROGRAMÁTICO DA TAREFA

O estudo de Limite de funções faz parte de conteúdos programáticos do currículo escolar cabo-verdiano, do ensino secundário ao superior, mais concretamente nas unidades curriculares de Matemática e com aplicações em outras áreas. Ainda no contendo específico das unidades curriculares matemáticas, o estudo de limites de funções se reveste de grande importância para o estudo da continuidade de uma função num ponto, cálculo de derivadas, entre outras. O programa de 12º ano do ensino secundário (Filipe, 2004, p. 22) recomenda que:

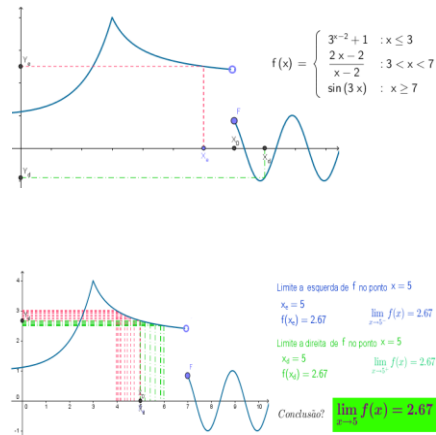
1. o aluno averigue a existência de limite, ou de limites laterais de uma função, quando  $x$  tende para um ponto recorrendo às definições, às regras operatórias e em casos de indeterminação. Devem considerar-se caso em que a função é definida por ramos.
2. a partir da análise de gráfico de funções, o aluno deve verificar que a igualdade de limites laterais permite concluir a existência de limite.

O aplicativo em questão, permite que o aluno tenha uma visualização da tendência/aproximação da imagem, em função da aproximação do objeto ao valor da abcissa do ponto onde se deseja analisar o limite de uma função. Essas aproximações são exploradas tanto à direita como à esquerda do referido valor e, com isso, concluir sobre existência de limite da função no ponto considerado.

## DESCRIÇÃO DA TAREFA

O processo do desenvolvimento deste aplicativo tem como tem a considerar os seguintes aspetos:

- No primeiro momento, ocupamos de definir que tipo de função seria mais fácil prevermos/controlarmos os seus comportamentos a ponto de as apresentações geométricas das variações dos seus valores de interesse não atrapalharem as nossas apresentações e nem nos induzir a erros, matematicamente inaceitáveis para a construção do conceito de limite.
- O utilizador que leva o aplicativo para o contexto da sala de aula, edita a expressão da função  $f(x)$  que aparece na janela de algébrica, sem apagá-la, para obter o gráfico na vista correspondente em 2D. De seguida, estabelece o ponto de acumulação ( $x_0$ ) de interesse que será o centro de uma vizinhança de raio 1. Este valor será introduzido, através do parâmetro seletor  $p$ , no campo de entrada.
- Os valores de  $x_e$  e de  $x_d$  são controlados pelos seletores, visualizando, assim o  $x$  a tender para  $x_0$  com valores à direita ou à esquerda de  $x_0$ , conforme deslocamentos dos seletores
- Algumas informações aparecem automaticamente nas janelas 2D e 2D2 mediante condições determinadas:
  - Os valores de  $x_e$  e  $x_d$  e respetivas imagens  $y_e$  e  $y_d$ , em função da movimentação dos seletores;
  - Os respetivos limites laterais;
  - O valor do limite de  $f$  no ponto  $x_0$ , quando os limites laterais são iguais, ou a informação de que não existe limite nesse ponto, quando os limites laterais são deferentes.



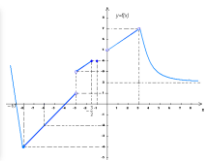
## AVALIAÇÃO

Com o intuito de avaliar o nosso aplicativo testámo-lo numa aula de análise matemática. Depois desta apresentação, propomos, aos alunos, uma tarefa relacionada com a análise de limite de uma função definida graficamente, e notamos, pelas suas reações e testemunhos prestados, que o conceito de limite ficou melhor interiorizado. Pois, esta mesma tarefa tinha sido apresentada antes do uso do aplicativo em que os alunos tinham mostrado muitas dificuldades na sua resolução, pelo que supomos, e confirmaram, que o uso deste aplicativo tenha dado um valioso contributo.

Observar a f.r.v.r.,  $f$ , definida pelo gráfico ao lado e indicar, caso exista:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$


## CONCLUSÕES

O desenvolvimento desta tarefa, além de permitir produzir um aplicativo que visa facilitar a trabalho do professor na mediação da construção do conceito de limites por parte dos alunos, permitiu, ainda, conhecer melhor o *software* matemático *GeoGebra*. Apesar de não ser um trabalho tipicamente empírico, a oportunidade/curiosidade de experimentação no contexto da sala de aula possibilitou concluir, conforme as opiniões de uma professora observadora e do próprio experimenter, professor da turma, bem como dos alunos, que foi mais fácil perceber as aproximações dos objetos ao ponto de acumulação e as aproximações das suas imagens aos valores dos limites laterais, que antes estava a gerar alguma confusão/perturbação na aprendizagem do conceito/noção intuitiva de limites.

## BBLIOGRAFIA

Filipe, L. (2004). Programa da disciplina de Matemática, 3º ciclo - 11º e 12º Anos. Praia - Cabo Verde: Ministério da Educação Ciência e Cultura.

Swokowski, E. (1979). Calculus With Analytic Geometry, Second Edition. Boston, Prindle, Wber & Schmidt

Lima J, CarameloF. Couceiro, J. Reis, R e Veiga, F, (2005). Biomatemática - Uma introdução para o curso de Medicina. Coimbra, Universidade de Coimbra.