

Límite de una Función: Límites Laterales

Idea principal del recurso educativo digital: Evidenciar el análisis gráfico y algebraico de los límites laterales, concluyendo con la existencia de los límites.

Propósito de aprendizaje del recurso educativo digital: Comprender la definición de límites laterales y las condiciones que deben cumplirse para que el límite exista.

Introducción

Narración

Para hacer uso del recurso el docente debe realizar un recuento de temas tales como: solución de límites, propiedades de los límites: límite de una suma $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, límite de una resta $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, límite de un producto $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) * g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) * \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, límite de un cociente $\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$; funciones a trozos; análisis de valores en tablas; análisis gráfico de funciones.

Descripción pantalla

El recurso cuenta con tres pantallas. En la pantalla de la derecha, se encuentran los elementos que el docente puede modificar:

Cantidad de trozos de la función :

Dos **Tres** **Cuatro**

$f(x) =$

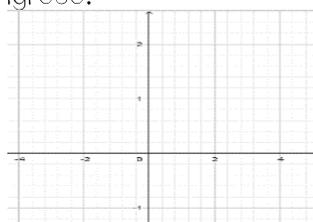
?	sii	?	< x ≤ ?
?	sii	?	< x ≤ ?
?	sii	?	< x ≤ ?
?	sii	?	< x ≤ ?

Límite cuando f(x) tiende a: ?

$\lim_{x \rightarrow ?} \left[\begin{matrix} ? < x \leq ? \\ ? < x \leq ? \\ ? < x \leq ? \\ ? < x \leq ? \end{matrix} \right]$

$\lim_{x \rightarrow ?^+} \left[\begin{matrix} ? < x \leq ? \\ ? < x \leq ? \\ ? < x \leq ? \\ ? < x \leq ? \end{matrix} \right]$

En la ventana superior izquierda se graficará la función que el docente ingrese.



En la ventana inferior izquierda se graficarán los puntos correspondientes a los límites sobre la recta.



Interactividad

Dentro del recurso se encuentran los siguientes elementos interactivos:

- Botones para indicar la cantidad de trozos de la función; cada vez que el docente seleccione alguna opción deberá ingresar la función a trozos.

Dos **Tres** **Cuatro**

- En estas casillas de entrada se ingresan las funciones de los trozos al igual que las restricciones; cada vez que el docente ingrese funciones estas se irán graficando en la ventana superior izquierda

$f(x) =$

?	sii	?	< x ≤ ?
?	sii	?	< x ≤ ?
?	sii	?	< x ≤ ?
?	sii	?	< x ≤ ?

- Casilla de entrada del valor al cual tiende el límite completará los datos necesarios para iniciar la explicación del tema.

Límite cuando f(x) tiende a: ?

- Botón de reiniciar: al seleccionar dicho botón, aparecerá la primera pantalla del recurso digital

Reiniciar

Al iniciar el uso del recurso el docente debe elegir la cantidad de trozos de la función que desee que tenga (se le recomienda al docente que inicie de manera progresiva, iniciando por función de dos trozos, luego tres y finalizar con una función de cuatro trozos). Cuando el docente elige la función de dos trozos, debe ingresar las funciones y los intervalos correspondientes que desee que se grafiquen y el valor al cual tiende el límite; después de realizar esto en la ventana de la derecha aparecerá una tabla en donde se muestran los valores de x y $f(x)$, los valores de x en la tabla son valores muy cercanos al punto ingresado por el docente; más abajo, se muestra la función aplicando el límite (en la parte derecha de esta venta el límite tiende al número por la derecha y en la parte izquierda esta la ventana el límite tiende al número por la izquierda); con la ayuda de las vista de la izquierda el docente

Para iniciar el docente debe elegir una opción de la función a trozos:
Ejemplo:

Dos

Automáticamente en la pantalla aparecerán las siguientes casillas de entrada, las cuales el docente debe llenar con la gráfica que desee explicar la temática

Cantidad de trozos de la función :

x^2	sii	0	$< x \leq 2$
$f(x) = \text{sen}(x)$	sii	-2	$< x \leq 2$

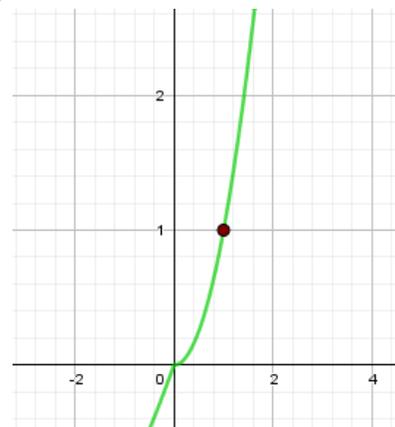
Limite cuando f(x) tiende a:

Cuando el docente llene estas casillas inmediatamente en esa pantalla aparecerá la siguiente tabla

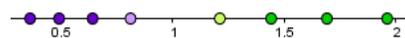
x	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	0.36	0.49	0.64	0.81	?	1.21	1.44	1.69	1.96

De la misma manera en las visitas de la izquierda aparecerán los siguientes gráficos

- Vista superior



- Vista inferior



Al salir los gráficos y la tabla el docente debe realizar la explicación de límites laterales y acerca de la existencia o no del límite.

Cada vez que docente decida cambiar la cantidad de trozos de la función el docente debe ingresar las diferentes partes de la función al igual que los intervalos y el número al cual tiende el límite, de esta manera tanto los gráficos como la tabla se modificarán.

La retroalimentación que el docente debe realizar es recalcar que para que el límite exista debe ser el mismo tanto por la izquierda como por la derecha mostrando varios ejemplos de existencia y no existencia (para finalizar la explicación, se recomienda al docente plantear una función de cuatro trozos y solo modificar el número al que tiende el límite para trabajar los dos conceptos: existencia y no existencia)

puede explicar por qué existe o no el límite. Por otro lado, en la vista superior izquierda se encuentra la función graficada indicando el punto al cual tiende el límite.

Por último, en la vista inferior izquierda se encuentran los puntos $f(x)$ graficados sobre una recta; aquí el docente debe realizar un análisis gráfico sobre cuál es el número al que se aproximan el límite por izquierda y derecha (se le recomienda al docente utilizar límites que tengan como resultados números enteros con el fin de facilitar la aproximación, además, se le recomienda tender el límite a números en los cuales las imágenes no sean muy lejanas, pues en este caso esta vista no ayudará.

Conclusión o desenlace

La conclusión a la que debe llegar el docente es: para que cualquier límite exista el límite por derecha debe ser igual al límite por izquierda en el punto indicado.

En la vida cotidiana los límites tienen aplicaciones en la administración, cuando se elaboran gráficas para saber el nivel de producción y para encontrar el menor costo posible.