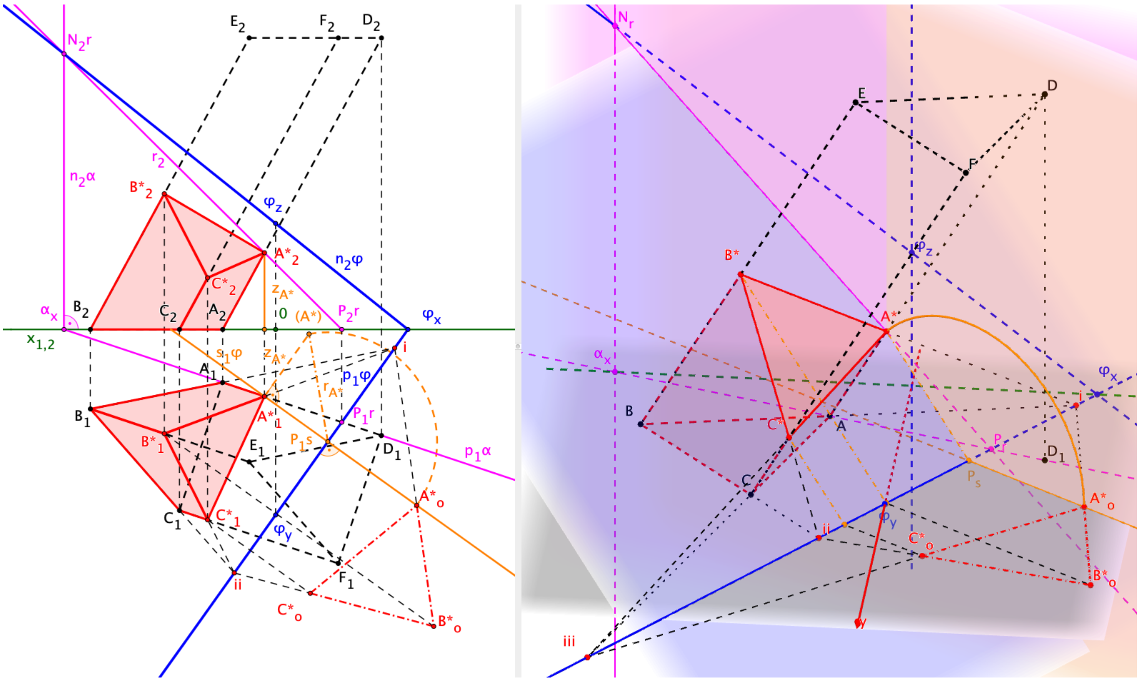
Kapitola 3

Řezy těles

3.1 Řez tělesa rovinou

3.1.1 Řez kosého hranolu rovinou - MP



Na jedné z bočních hran tělesa najdeme první bod řezu. Touto hranou proložíme pomocnou rovinu např. kolmou k půdorysně, průsečnice pomocné roviny a roviny řezu určí průsečík. Body řezu na dalších hranách najdeme pomocí afinity. Otočením roviny řezu a rovin stěn do půdorysny můžeme sestrojit síť seříznuté části tělesa.

1. na hraně AD najdeme bod A^* řezu

a) hranou AD proložíme pomocnou rovinu α kolmou k půdorysně:
$A_1D_1 = p_1\alpha; \quad p_1\alpha \cap x_{1,2} = \alpha_x$
$\alpha_x \in n_2\alpha \perp x_{1,2}$

b) najdeme průsečnici r rovin φ a α:
$p_1\varphi \cap p_1\alpha = P_1r \xrightarrow{ord} P_2r \in x_{1,2}$
$n_2\varphi \cap n_2\alpha = N_2r \xrightarrow{ord} N_1r \equiv \alpha_x$
$$r: \begin{array}{l} r_1 = P_1rN_1r = p_1\alpha \\ \quad r_2 = P_2rN_2r \end{array}$$

c) hledaný první bod řezu A^* je průsečíkem AD a r:
$A_2D_2 \cap r_2 = A_2^* \xrightarrow{ord} A_1^* \in A_1D_1$

2. k nalezení dalších bodů řezu můžeme prokládat další pomocné roviny hranami nebo využijeme **osovou afinitu**

a) osová afinita mezi rovinou řezu φ a rovinou dolní podstavy, což je půdorysna $\pi(xy)$ je určena osou a dvojicí odpovídajících si bodů
osa: $\varphi \cap \pi(xy) = p_1\varphi$
dvojice bodů: $A_1 \longrightarrow A_1^*$
osová afinita: $\mathcal{A}(p_1\varphi; A_1 \longrightarrow A_1^*)$

b) pomocí afinity $\mathcal{A}$ najdeme bod B^*:
$\mathcal{A} : B_1 \longrightarrow B_1^*$
$B_1A_1 \cap p_1\varphi = i$ (samodružný bod afinity)
$iA_1^* \cap B_1E_1 = B_1^* \xrightarrow{ord} B_2^* \in B_2E_2$

c) pomocí afinity $\mathcal{A}$ najdeme bod C^*:
$\mathcal{A} : C_1 \longrightarrow C_1^*$
$C_1B_1 \cap p_1\varphi = ii$ (samodružný bod afinity)
$iiB_1^* \cap C_1F_1 = C_1^* \xrightarrow{ord} C_2^* \in C_2F_2$

3. pro určení viditelnosti si musíme vybrat, zda ji stanovýme pro část tělesa, která zůstala „pod“ nebo „nad“ rovinou řezu, v tomto případě volíme část „pod“ rovinou a proto část „nad“ zůstane jenom čárkovaně naznačena

a) vytáhneme silně obrysy v půdorysně i nárysně:
$\pi(xy) - A_1B_1C_1C_1^*A_1^*$
$\nu(xz) - A_2C_2B_2B_2^*A_2^*$

b) v půdorysně určíme zda je bod B_1^* viditelný:
buď vyjdeme z toho, že B^* má nejvyšší $z-$kótu ze všech bodů nebo např. průsečík úseček A_1B_1 a B_1E_1 - na AB má $z-$kótu 0, na BE mezi $0-10$, takže určitě výš

b) v nárysně určíme zda je bod C_2^* viditelný:
vyjdeme z toho, že C^* má největší $y-$kótu ze všech bodů

c) seříznutá část „pod“ rovinou řezu nezakrývá stopy, takže je můžeme vytáhnout silně

4. otočení obrazce řezu do půdorysny
osa otáčení: $\varphi \cap \pi = p_1\varphi$
hledaný bod: $A_o^* \Longrightarrow$ poloměr otáčení: r_{A^*}[1]

$A_1^* \in s_1\varphi \perp p_1\varphi$
$s_1\varphi \cap p_1\varphi = P_1s$ - střed otáčení bodu S

$s_1\varphi$ sklopíme do půdorysny:
$P_1s \equiv (Ps); A_1^* \longrightarrow (A^*)$
z_{A^*}[2]$= |A_1^*(A^*)|; \quad A_1^*(A^*) \perp s_1\varphi$

[1] skutečná vzdálenost bodu $A*$ od $p\varphi$
[2] $z-$kóta bodu A^*, vzdálenost A_2^* od osy $x_{1,2}$

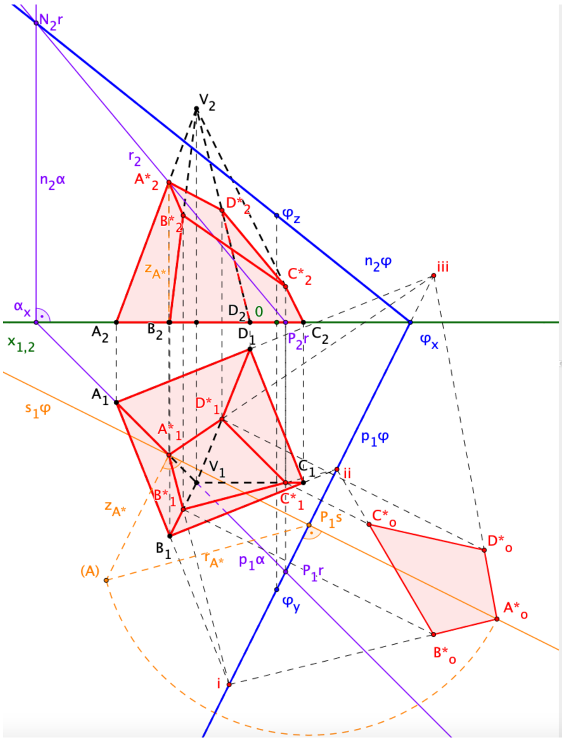
$r_{A^*} = |P_1 s(A^*)| = |P_1 s A_o^*|; \quad A_o^* \in s_1\varphi$

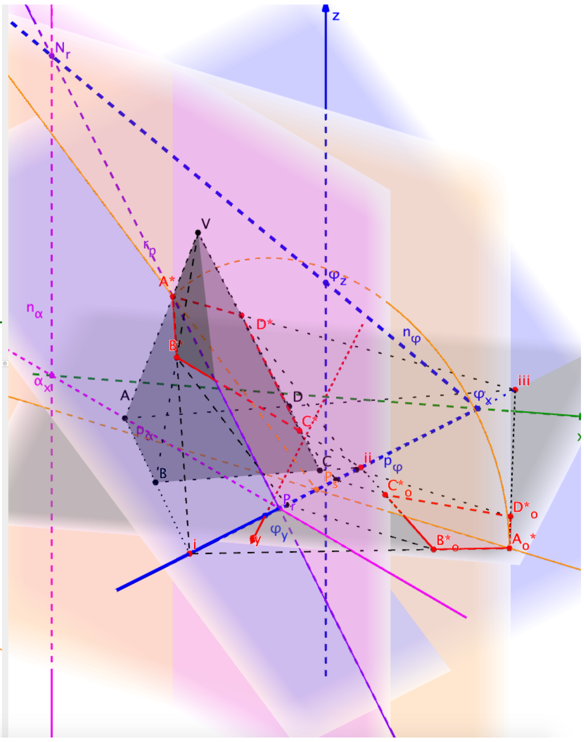
osová afinita $\mathcal{A}(p_1\varphi; A_1^* \longrightarrow A_o^*)$
$p_1\varphi$ - osa afinity (množina samodružných bodů)
$A_1^* \longrightarrow A_o^*$ - dvojice odpovídajících si bodů afinity

$\mathcal{A} : B_1^* \longrightarrow B_o^*$
$B_1^* A_1^* \cap p_1\varphi = i$ - samodružný bod
$B_o^* \in i A_o^*; \quad B_1^* B_o^* \perp p_1\varphi$

$\mathcal{A} : C_1^* \longrightarrow C_o^*$
$C_1^* B_1^* \cap p_1\varphi = ii$ - samodružný bod
$C_o^* \in ii B_o^*; \quad C_1^* C_o^* \perp p_1\varphi$

3.1.2 Řez kosého jehlanu rovinou - MP





Na jedné z bočních hran tělesa najdeme první bod řezu. Touto hranou proložíme pomocnou rovinu např. kolmou k půdorysně, průsečnice pomocné roviny a roviny řezu určí průsečík. Body řezu na dalších hranách najdeme pomocí kolineace. Otočením roviny řezu a rovin stěn do půdorysny můžeme sestrojit síť seříznuté části tělesa.

1. na hraně AV najdeme bod A^* řezu

a) hranou AV proložíme pomocnou rovinu α kolmou k půdorysně:
$A_1V_1 = p_1\alpha; \quad p_1\alpha \cap x_{1,2} = \alpha_x$
$\alpha_x \in n_2\alpha \perp x_{1,2}$

b) najdeme průsečnici r rovin φ a α:
$p_1\varphi \cap p_1\alpha = P_1 r \xrightarrow{ord} P_2 r \in x_{1,2}$

$n_2\varphi \cap n_2\alpha = N_2r \xrightarrow{ord} N_1r \equiv \alpha_x$

$r: \begin{array}{l} r_1 = P_1rN_1r = p_1\alpha \\ \quad r_2 = P_2rN_2r \end{array}$

c) hledaný první bod řezu A^* je průsečíkem AV a r:
$A_2V_2 \cap r_2 = A_2^* \xrightarrow{ord} A_1^* \in A_1V_1$

2. k nalezení dalších bodů řezu můžeme prokládat další pomocné roviny hranami nebo vyžijeme **středovou kolineaci**

a) středovou kolineace mezi rovinou řezu φ a rovinou dolní podstavy, což je půdorysna $\pi(xy)$ je určena vrcholem, osou a dvojicí odpovídajících si bodů
vrchol: V_1
osa: $\varphi \cap \pi(xy) = p_1\varphi$
dvojice bodů: $A_1 \longrightarrow A_1^*$
středová kolineace: $\mathcal{K}(V_1, p_1\varphi; A_1 \longrightarrow A_1^*)$

b) pomocí kolineace $\mathcal{K}$ najdeme bod B^*:
$\mathcal{K} : B_1 \longrightarrow B_1^*$
$B_1A_1 \cap p_1\varphi = i$ (samodružný bod kolineace)
$iA_1^* \cap B_1V_1 = B_1^* \xrightarrow{ord} B_2^* \in B_2V_2$

c) pomocí kolineace $\mathcal{K}$ najdeme bod C^*:
$\mathcal{K} : C_1 \longrightarrow C_1^*$
$C_1B_1 \cap p_1\varphi = ii$ (samodružný bod kolineace)
$iiB_1^* \cap C_1V_1 = C_1^* \xrightarrow{ord} C_2^* \in C_2V_2$

d) pomocí kolineace $\mathcal{K}$ najdeme bod D^*:
$\mathcal{K} : D_1 \longrightarrow D_1^*$
$D_1A_1 \cap p_1\varphi = iii$ (samodružný bod kolineace)
$iiiA_1^* \cap D_1V_1 = D_1^* \xrightarrow{ord} D_2^* \in D_2V_2$

3. pro určení viditelnosti si musíme vybrat, zda ji stanovýme pro část tělesa, která zůstala „pod“ nebo „nad“ rovinou řezu, v tomto případě volíme část „pod“ rovinou a proto část „nad“ zůstane jenom čárkovaně naznačena

a) vytáhneme silně obrysy v půdorysně i nárysně:
$\pi(xy) - A_1B_1C_1D_1$
$\nu(xz) - A_2C_2C_2^*D_2^*A_2^*$

b) v půdorysně určíme zda je obrazec řezu viditelný:
vyjdeme z toho, že V má nejvyšší $z-$kótu ze všech bodů, body řezu ležící na hranách mají sice nižší $z-$kóty, ale nejsou ničím zastíněny

b) v nárysně určíme zda je bod B_2^* viditelný:
vyjdeme z toho, že B_1^* má největší $y-$kótu ze všech bodů, takže B_2^* je viditelný, neviditelná je pouze hrana $D_2D_2^*$

c) seříznutá část „pod“ rovinou řezu nezakrývá stopy, takže je můžeme vytáhnout silně

4. otočení obrazce řezu do půdorysny
   osa otáčení: $\varphi \cap \pi = p_1\varphi$
   hledaný bod: $A_o^* \Longrightarrow$ poloměr otáčení: r_{A^*}[3]

   $A_1^* \in s_1\varphi \perp p_1\varphi$
   $s_1\varphi \cap p_1\varphi = P_1s$ - střed otáčení bodu S

   $s_1\varphi$ sklopíme do půdorysny:
   $P_1s \equiv (Ps); A_1^* \longrightarrow (A^*)$
   z_{A^*}[4]$= |A_1^*(A^*)|; \quad A_1^*(A^*) \perp s_1\varphi$

   $r_{A^*} = |P_1s(A^*)| = |P_1sA_o^*|; \quad A_o^* \in s_1\varphi$

   osová afinita $\mathcal{A}(p_1\varphi; A_1^* \longrightarrow A_o^*)$ - k otáčení je vždy přiřezena osová afinita
   $p_1\varphi$ - osa afinity (množina samodružných bodů)
   $A_1^* \longrightarrow A_o^*$ - dvojice odpovídajících si bodů afinity

   $\mathcal{A} : B_1^* \longrightarrow B_o^*$
   $B_1^*A_1^* \cap p_1\varphi = i$ - samodružný bod
   $B_o^* \in iA_o^*; \quad B_1^*B_o^* \perp p_1\varphi$

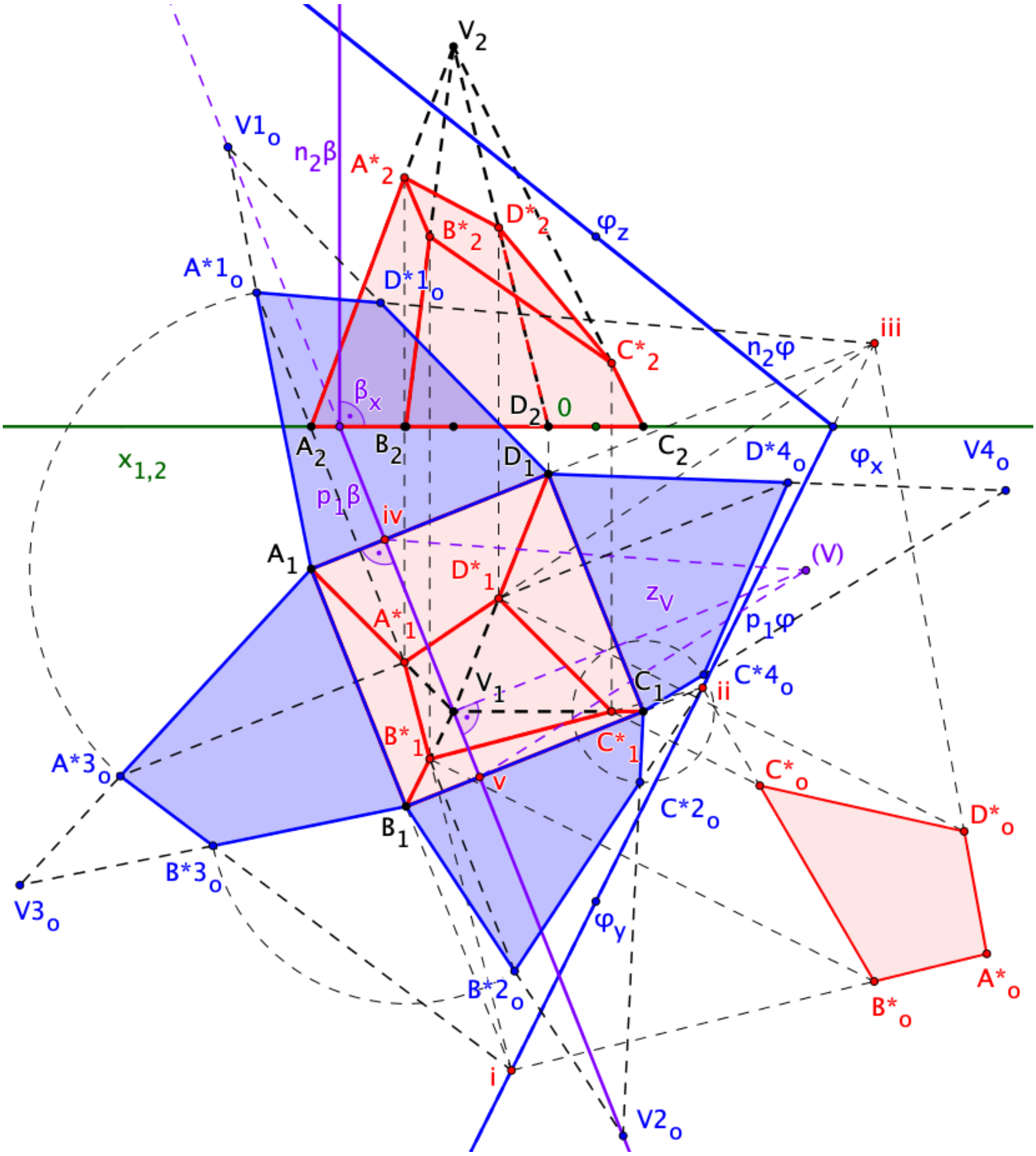
   $\mathcal{A} : C_1^* \longrightarrow C_o^*$
   $C_1^*B_1^* \cap p_1\varphi = ii$ - samodružný bod
   $C_o^* \in iiB_o^*; \quad C_1^*C_o^* \perp p_1\varphi$

   $\mathcal{A} : D_1^* \longrightarrow D_o^*$
   $D_1^*A_1^* \cap p_1\varphi = iii$ - samodružný bod
   $D_o^* \in iiiA_o^*; \quad D_1^*D_o^* \perp p_1\varphi$

[3] skutečná vzdálenost bodu $A*$ od $p\varphi$
[4] $z-$kóta bodu A^*, vzdálenost A_2^* od osy $x_{1,2}$

3.2 Síť tělesa

3.2.1 Síť seříznuté části kosého jehlanu - MP



Otočíme roviny bočních stěn do půdorysny, protože těleso na půdorysně stojí, budou osami otáčení přímo hrany podstavy.

1. vrcholem V proložíme pomocnou rovinu β kolmo k $\pi(xy)$ a kolmo k hranám A_1D_1, B_1C_1:
   $V_1 \in p_1\beta \perp A_1D_1 (\perp B_1C_1)$
   sklopíme β do $\pi(xy)$:
   $|(V)V_1| = z_V = v(V_2, x_{1,2}) \quad \wedge \quad (V)V_1 \perp p_1\beta$

2. otočíme stěnu ADV:
   $|iv(V)| = |ivV1_o| \quad \wedge \quad V1_o \in p_1\beta$
   $A_1 \equiv A1_o, D_1 \equiv D1_o \quad \Longrightarrow \quad \triangle A_1D_1V1_o$
   $A_1^* \xrightarrow{p_1\beta} A^*1o \in A_1V1_o$
   $D_1^* \xrightarrow{p_1\beta} D^*1o \in D_1V1_o$

3. otočíme stěnu BCV:
   $|v(V)| = |vV2_o| \quad \wedge \quad V2_o \in p_1\beta$
   $B_1 \equiv B1_o, C_1 \equiv C1_o \quad \Longrightarrow \quad \triangle B_1C_1V2_o$
   $B_1^* \xrightarrow{\perp A_1D_1} B^*1o \in B_1V2_o$
   $C_1^* \xrightarrow{\perp A_1D_1} C^*1o \in C_1V2_o$

4. otočíme stěnu ABV:
   protože už známe skutečnou velikost hran AV, BV nemusíme sklápět další pomocnou rovinu, ale rovnou sestrojíme otočený trojúhelník $A_1B_1V3_o$:
   $|V3_oA_1| = |V1_oA_1| \quad \wedge \quad |V3_oB_1| = |V2_oB_1| \quad \Longrightarrow \quad \triangle A_1B_1V3_o$
   body řezu můžeme rotovat kolem příslušných půdorysných vrcholů podstavy:
   $rot(A_1) : A^*1_o \longrightarrow A^*3_o$
   $rot(B_1) : B^*2_o \longrightarrow B^*3_o$

5. otočíme stěnu CDV:
   $|V4_oC_1| = |V2_oC_1| \quad \wedge \quad |V4_oD_1| = |V1_oD_1| \quad \Longrightarrow \quad \triangle C_1D_1V4_o$
   body řezu můžeme rotovat kolem příslušných půdorysných vrcholů podstavy:
   $rot(C_1) : C^*2_o \longrightarrow C^*4_o$
   $rot(D_1) : D^*1_o \longrightarrow D^*4_o$