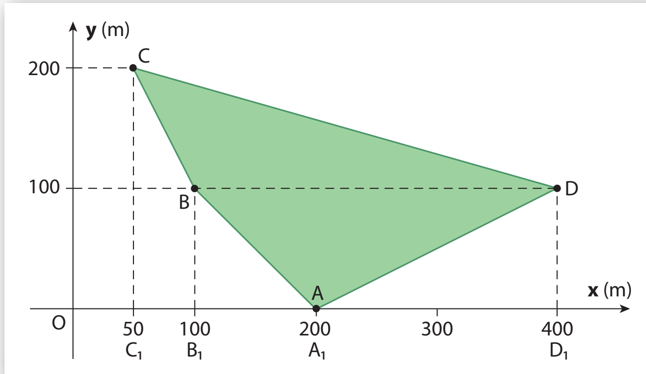
REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Il giardiniere

Un giardiniere ha l'incarico di tagliare e curare l'erba di un giardino il cui modello cartesiano è indicato in figura.



- Supponendo che il tosaerba inizi a funzionare nel punto A verso B, quale sarà l'angolo iniziale di partenza rispetto all'asse delle ascisse (inteso come retta orientata verso destra)?
- Quanto tempo è necessario per tosare il giardino se mediamente il giardiniere impiega 2 min per fare 100 m^2?
- Quale sarebbe il preventivo di spesa se il giardiniere volesse piantare delle piccole betulle lungo tutto il perimetro del giardino a una distanza di 2,5 m l'una dall'altra, sapendo che il costo medio è di € 4,50 ciascuna? (Calcola il perimetro usando due metodi: l'usuale formula della distanza nel piano cartesiano, approssimando il risultato con la calcolatrice, e il metodo diretto, misurando i lati della figura con un righello e trasformando le lunghezze con il rapporto di scala.)
- Il giardiniere vuole installare una fontana in corrispondenza del baricentro del triangolo ACD. Dove andrà collocata la fontana?

- Per calcolare l'angolo iniziale basta notare che il segmento AB è l'ipotenusa di un triangolo …… di cateti …… agli assi cartesiani. Di conseguenza, per il teorema dell'angolo esterno, l'angolo iniziale rispetto all'asse x (orientato verso destra) sarà di …… = …… .
- Le coordinate dei quattro vertici del giardino sono:

$$A(200; 0),\quad B(\ldots\ldots),\quad \ldots(50; 200),\quad \ldots(400; 100).$$

Tracciamo le proiezioni:

$$A_1 \equiv A(200; 0),\quad B_1(\ldots\ldots),\quad C_1(\ldots\ldots),\quad D_1(\ldots\ldots).$$

L'area del …… $ABCD$ si ottiene per differenza, sottraendo dall'area del trapezio …… l'area del trapezio …… e dei triangoli …… e …… .

$$A_{ABCD} = A_{C_1CDD_1} - A_{C_1CBB_1} - A_{B_1BA} - A_{ADD_1} =$$

$$= \frac{\ldots\ldots}{2} - \frac{(\overline{C_1C} + \overline{B_1B}) \cdot \overline{C_1B_1}}{2} - \frac{\ldots\ldots}{2} - \ldots\ldots =$$

$$= \ldots\ldots - 7500 - \ldots\ldots - \ldots\ldots = 30\,000 \text{ m}^2.$$

Il tempo impiegato per curare 30 000 m^2 di giardino sarà:

$$t = \frac{30\,000 \text{ m}^2}{\ldots\ldots} \cdot 2 \text{ min} = 600 \ldots = \ldots \text{ ore}.$$

- Misuriamo il perimetro della spezzata $ABCD$ con un righello, rispettando la scala riportata in figura:

$$AB \simeq 141 \ldots,\quad BC \simeq 113 \text{ m},\quad CD \simeq 363 \text{ m},\quad DA \simeq 225 \text{ m},\quad 2p \simeq \ldots\ldots.$$

Calcoliamo lo stesso perimetro attraverso la relazione della distanza tra due punti.

$$AB = \sqrt{\ldots\ldots} \simeq 141 \text{ m},$$

$BC = \sqrt{\quad\quad\quad} \simeq 112\ \text{m}$,

$CD = \sqrt{\quad\quad\quad} \simeq 364\ \text{m}$,

$DA = \sqrt{\quad\quad\quad} \simeq 224\ \text{m}$,

$2p \simeq \quad\ \text{m}$.

Se le betulle devono essere distanziate di 2,5 m allora ne occorrono:

$$\text{numero piante} = \quad\quad = \quad \simeq 336$$

per un costo complessivo pari a:

$$\quad \cdot 4,50\ € = 1512\ €.$$

- Le coordinate del baricentro del triangolo ACD sono:

$$B_{ACD}\left(\quad\quad ; \quad\quad\right) = \left(\frac{200+50+400}{3}; \frac{0+200+100}{3}\right) = \left(\frac{650}{3}; 100\right).$$

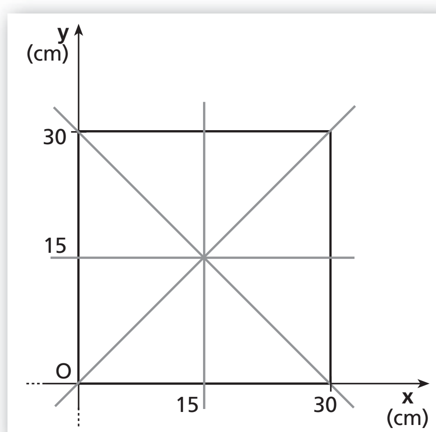
Quindi la fontana va collocata nel punto F di coordinate $x_F \simeq$ ____, $y_F =$ ____.

2 Piastrelle

I motivi decorativi delle piastrelle presentano generalmente molte regolarità perché devono essere accostate per produrre un motivo ornamentale omogeneo.
Nella figura sono rappresentate 4 piastrelle quadrate, ognuna di lato 30 cm.

- Disegna una piastrella nel primo quadrante di un sistema di riferimento cartesiano, con l'unità di misura corrispondente a 1 cm, in modo che un vertice coincida con l'origine e due lati giacciano sugli assi.
- Scrivi le equazioni di tutti gli assi di simmetria presenti nel disegno della piastrella.
- Il disegno della piastrella è simmetrico rispetto a un punto: scrivi l'equazione della simmetria centrale corrispondente.
- Estendi, sempre nel primo quadrante, la piastrellatura in modo da coprire un pavimento rettangolare di 4,2 m lungo l'asse x per 3,3 m lungo l'asse y, quindi scrivi le equazioni degli assi di simmetria delle piastrelle così individuate.

- Due assi di simmetria corrispondono alle diagonali del quadrato: una passa per l'origine e ha coefficiente angolare ____, quindi ha equazione ____; l'altra passa per (____) e ha coefficiente angolare ____, quindi ha equazione $y =$ ____. Inoltre ci sono le rette ____ agli assi passanti per i ____ dei lati, ovvero ____ e ____.



▶ Figura 1

- Il centro di simmetria ha coordinate (…), perciò l'equazione della simmetria centrale è:

$$\begin{cases} x' = \ldots \\ y' = \ldots \end{cases}$$

- Per ricoprire il pavimento sono necessarie … piastrelle lungo l'asse x e … lungo l'asse y (infatti $420 : \ldots = \ldots$, $330 : \ldots = \ldots$). Gli assi di simmetria costituiscono un sottoinsieme finito dei fasci di rette parallele agli assi precedentemente individuati e hanno equazione:

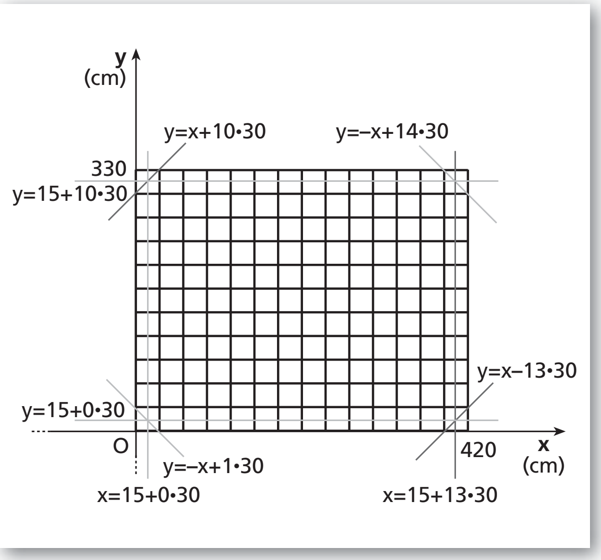
$$y = x + 30 \cdot k, \quad k \in \mathbb{Z}, \ \ldots \le k \le \ldots;$$

$$y = -x + 30 \cdot k, \quad k \in \mathbb{Z}, \ \ldots \le k \le \ldots;$$

$$x = 15 + 30 \cdot k, \quad k \in \mathbb{Z}, \ \ldots \le k \le \ldots;$$

$$y = 15 + 30 \cdot k, \quad k \in \mathbb{Z}, \ \ldots \le k \le \ldots.$$

In figura riportiamo, per ciascun fascio di rette parallele agli assi di simmetria, le due rette estreme.



◀ **Figura 2**

3 Noleggio dell'automobile

Per il noleggio giornaliero di un'automobile si può scegliere fra tre diverse tariffe:

- la tariffa A comporta una quota fissa di € 30 e costa € 0,25 a kilometro percorso;
- la tariffa B comporta una quota fissa di € 10 e costa € 0,60 a kilometro percorso;
- la tariffa C non ha quota fissa, costa € 0,40 a kilometro percorso, però ha un vincolo minimo di 150 km, ovvero la spesa ha un costo minimo corrispondente a un percorso di 150 km.

- Dopo aver rappresentato i grafici del costo del noleggio in funzione dei kilometri percorsi, stabilisci qual è la tariffa più conveniente nei diversi casi.

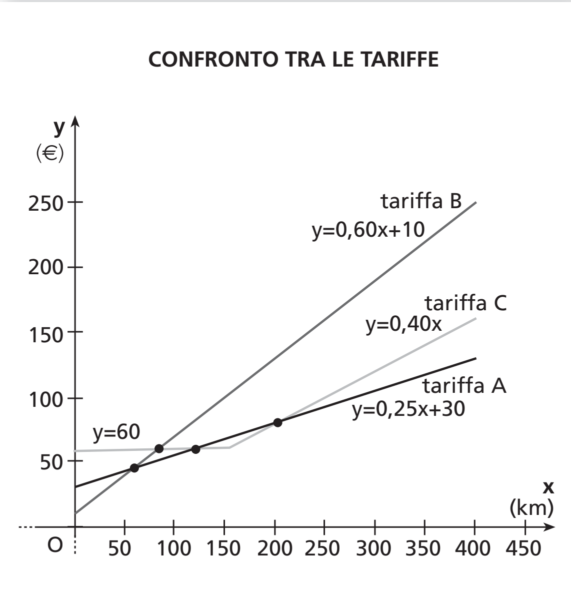
- Indicando con x il numero di kilometri giornalieri percorsi, le funzioni costo delle tre diverse tariffe sono:

tariffa A: $y = \ldots + 30, \ x \ge 0;$

tariffa B: $y = \ldots + \ldots, \ x \ge 0;$

tariffa C: $y = \begin{cases} 60 & \text{se } 0 \leq x \leq \text{____} \\ \text{____} & \text{se } x > 150 \end{cases}$

dove 60 € = ____ € è il costo minimo della tariffa C corrispondente a 150 km.



◀ Figura 3

I punti di indifferenza tra le tariffe si determinano risolvendo i seguenti sistemi.

Tra A e B: $\begin{cases} y = \text{____} \\ y = \text{____}\,x + 10 \end{cases} \rightarrow x = \text{____} \simeq 57{,}14;\ y = \text{____} \simeq 44{,}29.$

Tra B e il tratto orizzontale di C: $\begin{cases} y = \text{____} \\ y = 60 \end{cases} \rightarrow x = \text{____} \simeq 83{,}33;\ y = 60.$

Tra A e il tratto ____ di C: $\begin{cases} y = \text{____} \\ y = 60 \end{cases} \rightarrow x = \text{____};\ y = 60.$

Tra A e il tratto obliquo di C: $\begin{cases} y = \text{____} \\ y = \text{____} \end{cases} \rightarrow x = 200;\ y = 80.$

Tra ____ e il tratto obliquo di C: non c'è intersezione.

In conclusione si può dire che la tariffa più conveniente è la ____ se si percorrono al più (circa) ____ km, la ____ se il numero dei kilometri è compreso tra 120 e ____, la A negli altri casi.