

Das GeoGebra-Book finden Sie unter der Adresse:

<https://www.geogebra.org/m/ghmmab6w>



Füllkurven – Zufluss erforschen – Lehrerblatt

Die Aufgaben zum Blatt „Zufluss erforschen“ (Seite 1 im GeoGebraBook „Erforschen von Füllkurven“) dienen als Einstieg in das Thema und dem vertraut werden mit dem ersten Applet, dessen Komplexität im Rahmen der Einheit ansteigt.



QR-Code GeoGebra Book "Erforschen von Füllkurven"

Die Schrägansicht soll das Problem zunächst visuell erfassbar machen, Breite und Länge der Grundfläche bleiben vorerst unverändert. Der Wechsel von der ikonischen zur algebraischen Ebene soll somit erleichtert werden.

1. Probiere das Füllen mit verschiedenen Zuflussgeschwindigkeiten. Versuche vorherzusagen, wie lange das Gefäß zum Füllen braucht (natürlich, bevor du auf „Wasser marsch“ klickst) und beschreibe den Füllvorgang.

In der Anfangseinstellung ist nach 2 Sekunden das Gefäß bis zur Höhe 1 dm,

nach 6 Sekunden komplett gefüllt. Die Füllhöhe ist zur Füllzeit proportional.

Je ... desto ... -Aussagen sind ebenfalls möglich.

2. Variiere nun den Zufluss und versuche zu bestimmen, wie lange der Füllvorgang nun dauert. Stelle dazu einen Zusammenhang/eine Vorschrift/eine Formel auf, die die Füllzeit in Abhängigkeit in Abhängigkeit der Zuflussgeschwindigkeit z bestimmen lässt.

Die Zeit t_{gesamt} des Füllvorgangs ist zur Höhe h proportional. Der Zusammenhang

$$t_{\text{gesamt}} = \frac{h}{z} \text{ oder } t_{\text{gesamt}} \cdot z = h \text{ wird individuell erschlossen werden.}$$

Der Zugang kann zunächst über halbquantitative Aussagen der Art „Je größer, desto kleiner“ o.Ä. erfolgen.

Mathematik weiterdenken	Lernprozesse individualisieren	Mit Forscherfragen arbeiten	Mathematik sichtbar machen	Leistungen beurteilen
Unterricht inhaltlich öffnen	SchülerInnen aktive Rolle ermöglichen	Fragenstellen üben 	Mathematik suchen und finden 	individuelle Lernziele zulassen
außerschulische Lernort aufsuchen (einbeziehen)	Strukturelle und Inhaltliche Impulse setzen 	vielfältige Herangehensweisen ermöglichen 	Fachsprache anwenden 	Kriterien erarbeiten und anwenden
mit anderen Fächern zusammenarbeiten	konstruktiv mit Ideen der SchülerInnen umgehen	an die Lebenswelt der SchülerInnen anknüpfen	Mathematische Erkenntnisse dokumentieren 	SchülerInnen zur Selbstreflexion anleiten

Füllkurven – Tabellen erforschen – Lehrerblatt

Die Aufgaben zum Blatt „Tabellen erforschen“ (Seite 2 im GeoGebraBook „Erforschen von Füllkurven“) dient zur Verankerung funktionaler Zusammenhängen in Hinblick auf den Zuordnungsaspekt - in Ergänzung zum Kovariationsaspekt.

Damit wird eine Grundlage gelegt, um später die Proportionalität über die Quotientengleichheit zu erfassen und mit einer Anwendung zu verbinden.



QR-Code GeoGebra Book "Erforschen von Füllkurven"

1. Fülle die Tabellenspalte „Füllhöhe in dm“ aus. Bestimme die Werte dabei über die Angaben des Gefäßes und der Zuflussmenge oder lies die Werte ab, wenn du über „Wasser marsch/stopp“ die Füllhöhen abliest. Beschreibe die Gesetzmäßigkeit zwischen Zuflussmenge und Füllzeit..

Die Werte lassen sich entweder direkt oder über die Animation des Füllvorgangs eintragen. Die Proportionalität kann verschieden verbalisiert werden.

2. Überprüfe deine Lösung nach Eingabe des letzten Tabellenwerts (mit Tab oder Eingabetaste den letzten Wert bestätigen!). Ergänze den Satz: „Die Füllzeit lässt sich berechnen, indem man ...“

Es sind individuelle Lösungen denkbar: „ ... das Gesamtvolumen 6 l durch die Zuflussgeschwindigkeit teilt. Dies ergibt die Füllzeit in Sekunden.“

Mathematik weiterdenken	Lernprozesse individualisieren	Mit Forscherfragen arbeiten	Mathematik sichtbar machen	Leistungen beurteilen
Unterricht inhaltlich öffnen	SchülerInnen aktive Rolle ermöglichen	Fragenstellen üben	Mathematik suchen und finden	individuelle Lernziele zulassen
außerschulische Lernort aufsuchen (einbeziehen)	Strukturelle und Inhaltliche Impulse setzen	vielfältige Herangehensweisen ermöglichen	Fachsprache anwenden	Kriterien erarbeiten und anwenden
mit anderen Fächern zusammenarbeiten	konstruktiv mit Ideen der SchülerInnen umgehen	an die Lebenswelt der SchülerInnen anknüpfen	Mathematische Erkenntnisse dokumentieren	SchülerInnen zur Selbstreflexion anleiten

Füllkurven – Graphen erforschen 1 – Lehrerblatt

Die Aufgaben zum Blatt „Graphen erforschen 1“ (Seite 3 im GeoGebraBook „Erforschen von Füllkurven“) dienen auf dem Weg zu funktionalen Zusammenhängen als Brücke zwischen diskreten Wertepaaren hin zum stetigen Graphen einer Zuordnungsvorschrift. Wichtig ist dabei, den Schülerinnen und Schülern zu ermöglichen, Realsituation und mathematische Darstellung in einem Prozess miteinander in Verbindung zu setzen.



QR-Code GeoGebra Book "Erforschen von Füllkurven"

Insbesondere über die Spur (die gezeichnet wird, wenn bei gestopptem Füllvorgang der Zeit-Schieberegler benutzt wird) ergibt sich eine zunehmende Dynamisierung.

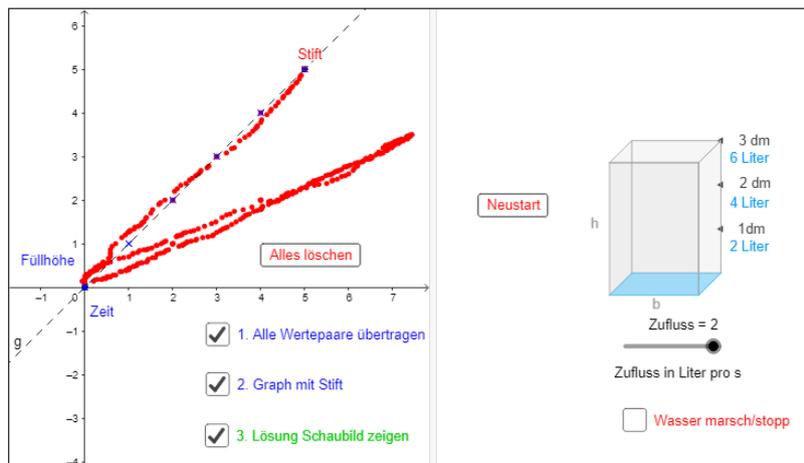
1. Starte und stoppe die Animation durch "Wasser marsch/stopp" mehrmals und übertrage die Wertepaare in das Koordinatensystem. Beschreibe den entstandenen Graphen. Vergleiche die Graphen bei anderen Zuflussgeschwindigkeiten miteinander.

Die Vermutung, dass alle Punkte eines Füllvorgangs bei fester Zuflussgeschwindigkeit(!) auf einer Geraden liegen, die durch den Ursprung geht, sollten alle Schülerinnen und Schüler treffen können. Die Aussage „Je größer die Zuflussgeschwindigkeit, desto steiler die Gerade“ kann einsichtig gemacht werden.

Mathematik weiterdenken	Lernprozesse individualisieren	Mit Forscherfragen arbeiten	Mathematik sichtbar machen	Leistungen beurteilen
Unterricht inhaltlich öffnen	SchülerInnen aktive Rolle ermöglichen	Fragenstellen üben	Mathematik suchen und finden	individuelle Lernziele zulassen
außerschulische Lernort aufsuchen (einbeziehen)	Strukturelle und Inhaltliche Impulse setzen	vielfältige Herangehensweisen ermöglichen	Fachsprache anwenden	Kriterien erarbeiten und anwenden
mit anderen Fächern zusammenarbeiten	konstruktiv mit Ideen der SchülerInnen umgehen	an die Lebenswelt der SchülerInnen anknüpfen	Mathematische Erkenntnisse dokumentieren	SchülerInnen zur Selbstreflexion anleiten

Füllkurven – Graphen erforschen 2 – Lehrerblatt

Die Aufgaben zum Blatt „Graphen erforschen 2“ stehen in unmittelbarer Folge des Blattes „Graphen erforschen 1“. (Seite 1 im GeoGebraBook „Erforschen von Füllkurven“) dient als Einstieg in das Thema und dem vertraut werden mit dem ersten Applet, dessen Komplexität im Rahmen der Einheit ansteigt.



QR-Code GeoGebra
Book "Erforschen von
Füllkurven"

Die Seitenansicht und die Vorgabe einer festen Ge-

fäßgrundfläche sollen das Problem zunächst so einfach wie möglich gestalten. Der Wechsel von der Realsituation zur ikonischen Ebene soll somit erleichtert werden.

1. Experimentiere mit verschiedenen Zuflussgeschwindigkeiten. Beschreibe den Verlauf der Graphen schriftlich so, dass jemand, der den Graphen nicht sieht, exakt die Verläufe nachvollziehen kann.

Wert legen sollte man bei SchülerInnenlösungen auf die Belegung der Achsen sowie deren Skalierung. Ferner ist bei der Beschreibung die Anwendung der zuvor eingeführten Fach-

sprache in Hinblick auf lineare Funktionen, Graph von Funktionen, (Ursprungs-)Geraden,

Steigung, ... zu achten.

Mathematik weiterdenken	Lernprozesse individualisieren	Mit Forscherfragen arbeiten	Mathematik sichtbar machen	Leistungen beurteilen
Unterricht inhaltlich öffnen	SchülerInnen aktive Rolle ermöglichen	Fragenstellen üben	Mathematik suchen und finden	individuelle Lernziele zulassen
außerschulische Lernort aufsuchen (einbeziehen)	Strukturelle und Inhaltliche Impulse setzen	vielfältige Herangehensweisen ermöglichen	Fachsprache anwenden	Kriterien erarbeiten und anwenden
mit anderen Fächern zusammenarbeiten	konstruktiv mit Ideen der SchülerInnen umgehen	an die Lebenswelt der SchülerInnen anknüpfen	Mathematische Erkenntnisse dokumentieren	SchülerInnen zur Selbstreflexion anleiten

Füllkurven – Gefäß erforschen – Lehrerblatt

Die Aufträge zum Blatt „Gefäß erforschen“ (Seite 5 im GeoGebraBook „Erforschen von Füllkurven“) sollen die Grundlage für Begrifflichkeiten rund um Proportionalitäten und Antiproportionalitäten zunächst ohne algebraische Abhängigkeiten untersuchen. Ferner geht es um den Effekt des Entdeckens und des Versprachlichens. Dabei sind über die halbquantitativen je-desto-Aussagen differenzierend auch darüberhinausgehende Entdeckungen möglich. Vor al-



QR-Code GeoGebra Book "Erforschen von Füllkurven"

lem die Aufgabe 2 bietet dafür hinreichend Raum. Da Wertetabellen bereits auf den vorigen Arbeitsblättern integriert wurden, ist eine Fortführung für Quotientengleichheiten etc. denkbar.

1. Beschreibe, wie sich eine gleichzeitige Verdopplung der Breite **und** der Länge im Vergleich zur Verdopplung der Höhe auf die Füllzeit auswirkt. Erkläre, was passiert, wenn Höhe und Breite gleichzeitig verdoppelt werden.

Unabhängig von den Größen b , h und l füllt sich der Quader im ersten Fall halb so schnell wie im zweiten Fall. Weitere Fälle lassen sich entsprechend konstruieren und begründen.

2. Welche Paare von Länge, Breite und Höhe ergeben gleiche Füllzeiten?

Bei dieser Aufgabe sind viele verschiedene Lösungen denkbar, zu entdecken ist dabei die Konstanz des Produkts $b \cdot h \cdot l$. Einige Schülerinnen und Schüler werden dabei über die Gleichheit des Volumens argumentieren.

Mathematik weiterdenken	Lernprozesse individualisieren	Mit Forscherfragen arbeiten	Mathematik sichtbar machen	Leistungen beurteilen
Unterricht inhaltlich öffnen	SchülerInnen aktive Rolle ermöglichen	Fragenstellen üben	Mathematik suchen und finden	individuelle Lernziele zulassen
außerschulische Lernort aufsuchen (einbeziehen)	Strukturelle und Inhaltliche Impulse setzen	vielfältige Herangehensweisen ermöglichen	Fachsprache anwenden	Kriterien erarbeiten und anwenden
mit anderen Fächern zusammenarbeiten	konstruktiv mit Ideen der SchülerInnen umgehen	an die Lebenswelt der SchülerInnen anknüpfen	Mathematische Erkenntnisse dokumentieren	SchülerInnen zur Selbstreflexion anleiten



Entdecken. Erforschen. Erkennen.

Füllkurven – Füllkurven suchen – Lehrerblatt

Im abschließenden Entdeckerblatt zum ersten Teil der Unterrichtseinheit Füllkurven geht es neben der Linearität von Füllkurven vor allem um Abhängigkeiten in Bezug auf die Änderungsrate der Füllhöhe bzw. der Steigung der Füllgeraden.



QR-Code GeoGebra Book "Erforschen von Füllkurven"

Im Anschluss lassen sich in Abhängigkeit einer der Variablen Unterrichtsgänge zu linearen Funktionen fortführen, die sich auf die Grundvorstellungen, die über die Entdeckerblätter verankert wurden. Dazu zählen die Vernetzung zwischen Algebra und Geometrie, die Vorstellung der linearen Wachstumsvorgänge in Bezug auf die gleichmäßige Zunahme einer Größe. Ferner sind über vielfältige Anwendungen der sogenannten *Rule of 4* (Darstellung funktionaler Zusammenhänge über Tabellen, Graphen, verbale Beschreibungen und algebraischen Zusammenhängen), wobei die Algebraisierung bewusst nicht im Vordergrund steht.

1. Experimentiere mit den Seitenlängen des Quaders und der Zuflussgeschwindigkeit, um die gezeigte Füllkurve nachzubilden. Finde dabei verschiedene Möglichkeiten.

Gedacht ist bereits an das Erkennen von Zusammenhängen von b , l und Zuflussgeschwindigkeit und der von der Steigung der Füllgeraden unabhängigen Größe der Höhe h . Die verschiedenen Möglichkeiten können später zur Steigungsbestimmung über die Quotientengleichheit genutzt werden.

2. Finde zu einer Füllkurve eine Lösung. Verdoppele (oder halbiere) nun eine der Größen b , l , h oder der Zuflussgeschwindigkeit.

Welche Möglichkeiten gibt es, jeweils eine weitere Lösung zu finden?

Gedacht ist an Proportionalitäten und Antiproportionalitäten zwischen den vier beteiligten Größen. Ebenso kann es hilfreich sein, zwei der vier Größen fest zu wählen, um das Problem zunächst für Spezialfälle zu lösen.

Mathematik weiterdenken	Lernprozesse individualisieren	Mit Forscherfragen arbeiten	Mathematik sichtbar machen	Leistungen beurteilen
Unterricht inhaltlich öffnen	SchülerInnen aktive Rolle ermöglichen	Fragenstellen üben	Mathematik suchen und finden	individuelle Lernziele zulassen
außerschulische Lernort aufsuchen (einbeziehen)	Strukturelle und Inhaltliche Impulse setzen	vielfältige Herangehensweisen ermöglichen	Fachsprache anwenden	Kriterien erarbeiten und anwenden
mit anderen Fächern zusammenarbeiten	konstruktiv mit Ideen der SchülerInnen umgehen	an die Lebenswelt der SchülerInnen anknüpfen	Mathematische Erkenntnisse dokumentieren	SchülerInnen zur Selbstreflexion anleiten