กิจกรรม : หีบสมบัติของป้าบุญมา

หลังจากป้าบุญมาเสียชีวิต หลาน ๆ ได้ช่วยกันเก็บของที่บ้านของป้าบุญมา และบังเอิญพบบันทึกที่ป้าบุญมาเขียนไว้ มีเนื้อความดังนี้

"หลานๆที่รัก ป้าได้ฝังหีบสมบัติไว้ที่สวนหลังบ้าน ให้หลานไปขุดสมบัติของป้า โดยเมื่อหลานเข้าไปในสวน จะพบต้นมะพร้าวต้นลำไย และต้นมะม่วงที่ป้าปลูกไว้ ให้หลานเริ่มต้นเดินจากต้นมะพร้าวไปยังต้นลำไย พร้อมทั้งนับจำนวนก้าวไว้ เมื่อถึงต้นลำไย ให้หลานหันไปทางซ้ายเป็นมุมฉาก แล้วเดินต่อด้วยจำนวนก้าวเท่ากับที่เดินมาจากต้นมะพร้าว เมื่อถึงแล้วให้ทำเครื่องหมายตรงจุดนั้น จากนั้นให้หลานกลับไปที่ต้นมะพร้าวอีกครั้ง แล้วเดินไปยังต้นมะม่วงพร้อมทั้งนับจำนวนก้าวไว้ เมื่อถึงต้นมะม่วงให้หลานหันไปทางซ้ายเป็นมุมฉาก แล้วเดินต่อด้วยจำนวนก้าวเท่ากับที่เดินมาจากต้นมะพร้าว เมื่อถึงแล้วให้ทำเครื่องหมายตรงจุดนั้น จุดที่ป้าฝังหีบสมบัติอยู่บริเวณจุดกึ่งกลางระหว่างจุดที่ทำเครื่องหมายทั้งสอง"

หลังจากที่หลาน ๆ ของป้าบุญมาพบบันทึกนี้ จึงได้พากันไปที่สวนหลังบ้าน เพื่อขุดหาหีบสมบัติที่ป้าบุญมาฝังไว้ แต่เมื่อหลาน ๆ ของป้าบุญมาไปถึงสวน กลับพบเพียงต้นลำไยและต้นมะม่วง ไม่ว่าจะช่วยกันหาเท่าไร ก็ไม่พบต้นมะพร้าว ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่าต้นมะพร้าวได้ตายลงหลายปีก่อนและถูกขุดทิ้งจนไร้ร่องรอย

ถ้านักเรียนเป็นหลานของป้าบุญมา นักเรียนจะมีวิธีการหาหีบสมบัติของป้าบุญมาได้อย่างไร

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. เขียนกราฟแสดงจำนวนเชิงซ้อน $1, 1\cdot i, 1\cdot i\cdot i, 1\cdot i\cdot i\cdot i$ และ $1\cdot i\cdot i\cdot i\cdot i$ ในระนาบเชิงซ้อน
2. จากกราฟที่ได้ในข้อ 1 นักเรียนคิดว่าการคูณจำนวนเชิงซ้อนด้วย i สามารถพิจารณาเป็นการหมุนจุดที่แสดงจำนวนเชิงซ้อนนั้นได้อย่างไร
3. นักเรียนคิดว่าการคูณจำนวนเชิงซ้อนด้วย $-i$ สามารถพิจารณาเป็นการหมุนจุดที่แสดงจำนวนเชิงซ้อนนั้นได้อย่างไร
4. ให้นักเรียนนำลายแทงหีบสมบัติของป้าบุญมา มาเขียนลงในระนาบเชิงซ้อน โดยให้ c แทนระยะห่างระหว่างต้นลำไยและต้นมะม่วง กำหนดจุด $R(a,b)$ อยู่ในจตุภาคที่ 1 แทนตำแหน่งต้นมะพร้าว ให้ $d=\frac{c}{2}$ กำหนดจุด $P(-d,0)$ และ $Q(d,0)$ แทนตำแหน่งต้นลำไยและต้นมะม่วง ตามลำดับ และให้จุด M_1 และ M_2 แทนตำแหน่งที่ทำเครื่องหมาย เมื่อเดินไปจากต้นลำไยและต้นมะม่วง ตามลำดับ
5. ให้ R', P' และ Q' เป็นจุดที่ได้จากการเลื่อนจุด R, P และ Q ไปทางขวาเป็นระยะทาง d หน่วย ตามลำดับ จงหาพิกัดของจุด R', P' และ Q' พร้อมทั้งเขียนกราฟที่ได้จากการเลื่อนจุดทุกจุดบนกราฟที่ได้ในข้อ 4 ไปทางขวาเป็นระยะทาง d หน่วย
6. จากกราฟที่ได้ในข้อ 5 จุด M_1' ได้จากการหมุนจุด R' รอบจุดกำเนิดเป็นมุมเท่าใดในทิศทางใด
7. จากข้อ 6 จำนวนเชิงซ้อน M_1' ได้จากการคูณจำนวนเชิงซ้อน R' ด้วยจำนวนเชิงซ้อนใด และจงหาพิกัดของจุด M_1' และ M_1
8. ให้ R'', P'' และ Q'' เป็นจุดที่ได้จากการเลื่อนจุด R, P และ Q ไปทางซ้ายเป็นระยะทาง d หน่วย ตามลำดับ จงหาพิกัดของจุด R'', P'' และ Q'' พร้อมทั้งเขียนกราฟที่ได้จากการเลื่อนจุดทุกจุดบนกราฟที่ได้ในข้อ 4 ไปทางซ้ายเป็นระยะทาง d หน่วย
9. จากกราฟที่ได้ในข้อ 8 จุด M_2'' ได้จากการหมุนจุด R'' รอบจุดกำเนิดเป็นมุมเท่าใดในทิศทางใด
10. จากข้อ 9 จำนวนเชิงซ้อน M_2'' ได้จากการคูณจำนวนเชิงซ้อน R'' ด้วยจำนวนเชิงซ้อนใด และจงหาพิกัดของจุด M_2'' และ M_2

11. จงหาพิกัดของจุดที่ป้าบุญมาฝังหีบสมบัติไว้
12. จากข้อมูลในข้อ 11 นักเรียนจะมีวิธีการหาหีบสมบัติของป้าบุญมาได้อย่างไร ถึงแม้ว่าจะไม่ทราบตำแหน่งของต้นมะพร้าว
13. เปิดเว็บไซต์ ipst.me/8452
14. จากแผนที่จำลองจุดที่ฝังหีบสมบัติของป้าบุญมาในเว็บไซต์ข้างต้น ให้นักเรียนลองสำรวจว่าจุดที่บอกตำแหน่งหีบสมบัติเปลี่ยนไปหรือไม่ เมื่อ
    1) เลื่อนจุดที่แทนต้นลำไย
    2) เลื่อนจุดที่แทนต้นมะม่วง
    3) เลื่อนจุดที่แทนต้นมะพร้าว
15. จากข้อ 14 ตำแหน่งของหีบสมบัติของป้าบุญมาขึ้นกับอะไรบ้าง