

Partie 3 : Démontrer les conjectures

1. Démonstration de la conjecture 1 :

On pose $x = AM$.

- Exprimer l'aire des triangles BNM , NCP , PDQ et AMQ en fonction de x .
- Démontrer que l'aire du quadrilatère $MNPQ$ est donnée par $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 14x + 48$.
- Résoudre l'équation $\mathcal{A}(x) = 25$ sur $[0;6]$ et répondre au problème.

2. Démonstration de la conjecture 2:

- Quel est le sens de variation de la fonction \mathcal{A} définie sur $[0;6]$ par $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 14x + 48$? justifier votre réponse.
- Déterminer le minimum de \mathcal{A} , pour quelle valeur de x est-il atteint ?
- Dresser le tableau de variation de \mathcal{A} .

3. Démonstration de la conjecture 3:

- Démontrer que résoudre le problème revient à résoudre l'inéquation $2x^2 - 14x + 18 > 0$ sur $[0;6]$.
- La courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 - 14x + 18$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Préciser les coordonnées des éventuels points d'intersection.
- Déterminer la forme factorisée de $f(x)$.
- Résoudre l'inéquation $2x^2 - 14x + 18 > 0$ c'est-à-dire étudier le signe de $f(x)$ et répondre au problème.