Menggambar Plot 3D dengan EMT

Ini adalah pengantar plot 3D di Euler. Kita membutuhkan plot 3D untuk memvisualisasikan fungsi dua variabel.

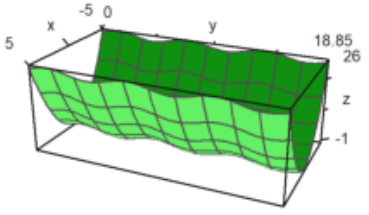
Euler menggambar fungsi tersebut menggunakan algoritma pengurutan untuk menyembunyikan bagian di latar belakang. Secara umum, Euler menggunakan proyeksi pusat. Default-nya adalah dari kuadran x-y positif menuju titik asal x=y=z=0, tetapi sudut=0° menghadap ke arah sumbu y. Sudut pandang dan tinggi dapat diubah.

Euler dapat memplot

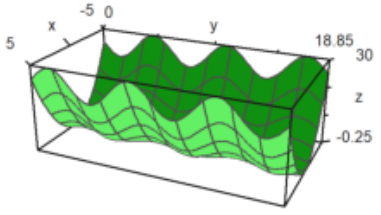
- permukaan dengan bayangan dan garis datar atau rentang datar,
- awan titik,
- kurva parametrik,
- permukaan implisit.

Plot 3D suatu fungsi menggunakan plot3d. Cara termudah adalah memplot ekspresi dalam x dan y. Parameter r mengatur rentang plot di sekitar (0,0).

```
>aspect(1.5); plot3d("x^2+sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```




```
>plot3d("x^2+x*sin(y)",-5,5,0,6*pi):
```



Silakan lakukan modifikasi agar gambar "talang bergelombang" tersebut tidak lurus melainkan melengkung/melingkar, baik melingkar secara mendatar maupun melingkar turun/naik (seperti papan peluncur pada kolam renang. Temukan rumusnya.

Untuk grafik suatu fungsi, gunakan

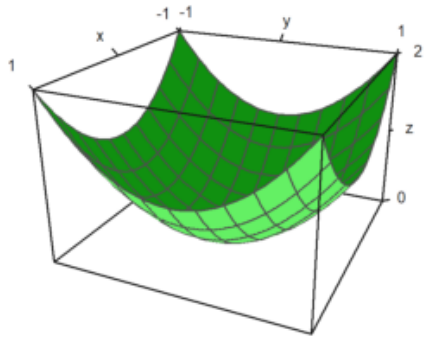
- ekspresi sederhana dalam x dan y,
- nama fungsi dua variabel
- atau matriks data.

Defaultnya adalah kisi kawat yang terisi dengan warna berbeda di kedua sisinya. Perhatikan bahwa jumlah interval kisi default adalah 10, tetapi plot menggunakan jumlah persegi panjang 40x40 default untuk membangun permukaan. Ini dapat diubah.

- n=40, n=[40,40]: jumlah garis kisi di setiap arah
- kisi=10, kisi=[10,10]: jumlah garis kisi di setiap arah.

Kami menggunakan default n=40 dan kisi=10.

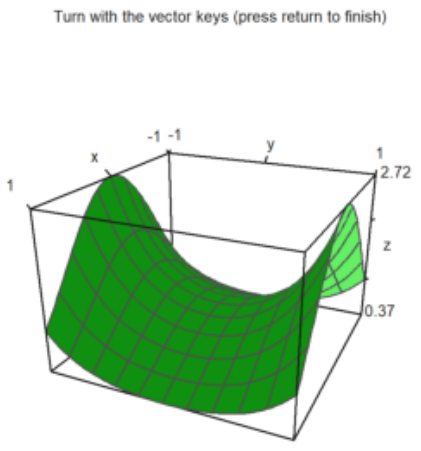
```
>plot3d("x^2+y^2"):
```



Interaksi pengguna dimungkinkan dengan parameter >user. Pengguna dapat menekan tombol-tombol berikut.

- kiri, kanan, atas, bawah: mengubah sudut pandang
- +, -: memperbesar atau memperkecil
- a: menghasilkan anaglif (lihat di bawah)
- l: beralih di antara sumber cahaya (lihat di bawah)
- spasi: mengatur ulang ke default
- return: mengakhiri interaksi

```
>plot3d("exp(-x^2+y^2)",>user, ...
>  title="Turn with the vector keys (press return to finish)"):
```



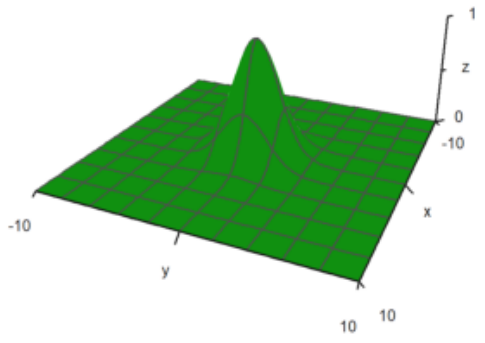
Rentang plot untuk fungsi dapat ditentukan dengan

- a,b: rentang x
- c,d: rentang y
- r: persegi simetris di sekitar (0,0).
- n: jumlah subinterval untuk plot.

Ada beberapa parameter untuk menskalakan fungsi atau mengubah tampilan grafik.

fscale: skala ke nilai fungsi (default adalah <fscale).
scale: angka atau vektor 1x2 untuk diskalakan ke arah x dan y.
frame: jenis frame (default 1).

```
>plot3d("exp(-(x^2+y^2)/5)",r=10,n=80,fscale=4,scale=1.2,frame=3,>user):
```



Tampilan dapat diubah dengan berbagai cara.

- jarak: jarak pandang ke plot.
- perbesaran: nilai perbesaran.
- sudut: sudut terhadap sumbu y negatif dalam radian.
- tinggi: tinggi tampilan dalam radian.

Nilai default dapat diperiksa atau diubah dengan fungsi view(). Fungsi ini mengembalikan parameter dalam urutan yang sama seperti di atas.

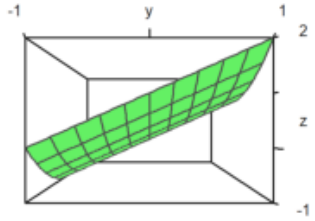
```
>view
```

```
  [5,  2.6,  2,  0.4]
```

Jarak yang lebih dekat membutuhkan zoom yang lebih kecil. Efeknya lebih mirip lensa sudut lebar.

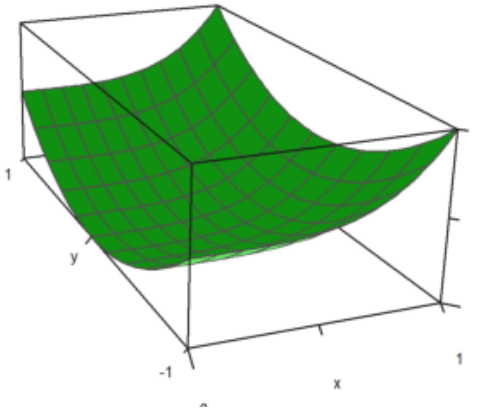
Dalam contoh berikut, sudut=0 dan tinggi=0 terlihat dari sumbu y negatif. Label sumbu untuk y disembunyikan dalam kasus ini.

```
>plot3d("x^2+y",distance=3,zoom=1,angle=pi/2,height=0):
```



Plot selalu mengarah ke pusat kubus plot. Anda dapat memindahkan titik tengahnya dengan parameter center.

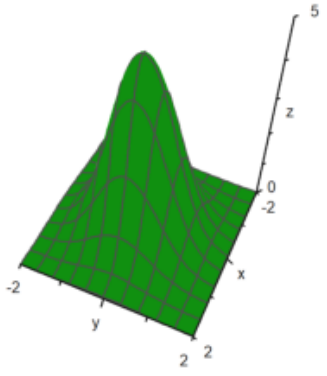
```
>plot3d("x^4+y^2",a=0,b=1,c=-1,d=1,angle=-20°,height=20°, ...
>  center=[0.4,0,0],zoom=5):
```



Plot diskalakan agar sesuai dengan kubus satuan untuk dilihat. Jadi, tidak perlu mengubah jarak atau zoom tergantung pada ukuran plot. Namun, label tersebut merujuk pada ukuran sebenarnya.

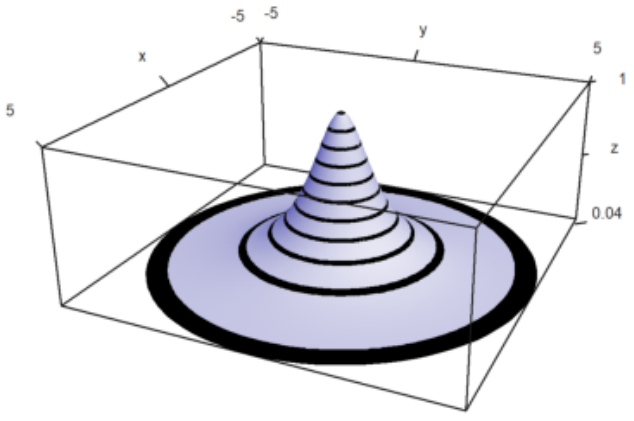
Jika Anda menonaktifkannya dengan scale=false, Anda perlu memastikan plot tetap sesuai dengan jendela plot, dengan mengubah jarak atau zoom tampilan, dan memindahkan titik tengahnya.

```
>plot3d("5*exp(-x^2-y^2)",r=2,<fscale,<scale,distance=13,height=50°, ...
>  center=[0,0,-2],frame=3):
```

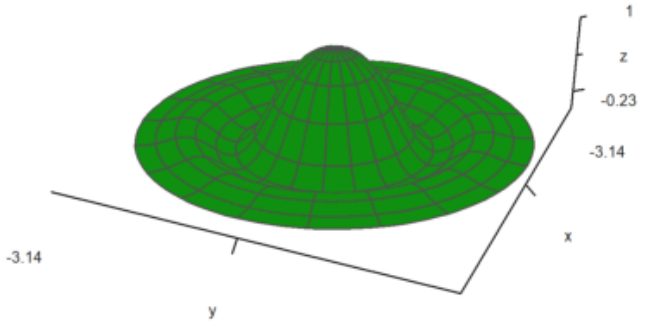


Plot polar juga tersedia. Parameter polar=true menggambar plot polar. Fungsi tersebut tetap harus berupa fungsi x dan y. Parameter "fscale" menskalakan fungsi dengan skalanya sendiri. Jika tidak, fungsi tersebut diskalakan agar sesuai dengan kubus. into a cube.

```
>plot3d("1/(x^2+y^2+1)",r=5,>polar, ...
>fscale=2,>hue,n=100,zoom=4,>contour,color=blue):
```



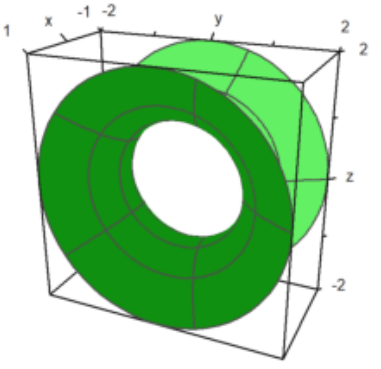

```
>function f(r) := exp(-r/2)*cos(r); ...
>plot3d("f(x^2+y^2)",>polar,scale=[1,1,0.4],r=pi,frame=3,zoom=4):
```



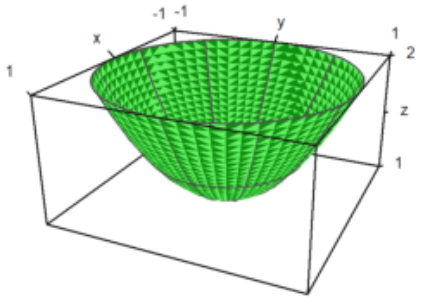
Parameter rotate memutar fungsi dalam x di sekitar sumbu x.

- rotate=1: Menggunakan sumbu x
- rotate=2: Menggunakan sumbu z

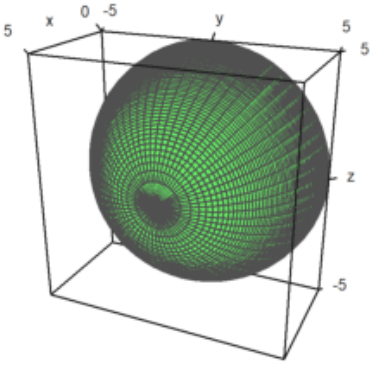
```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=true,grid=5):
```



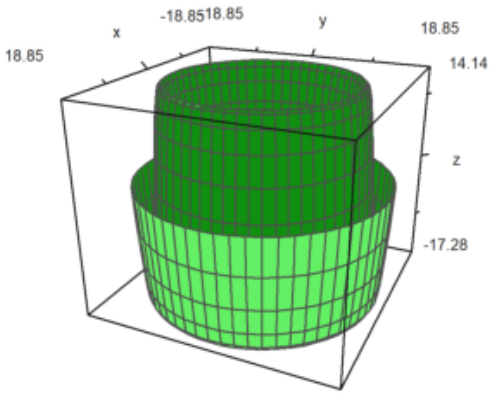

```
>plot3d("x^2+1",a=-1,b=1,rotate=2,grid=5):
```




```
>plot3d("sqrt(25-x^2)",a=0,b=5,rotate=1):
```

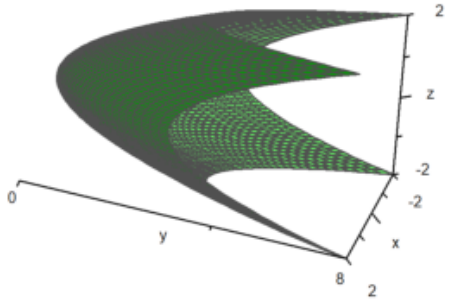



```
>plot3d("x*sin(x)",a=0,b=6pi,rotate=2):
```



Berikut adalah plot dengan tiga fungsi.

```
>plot3d("x","x^2+y^2","y",r=2,zoom=3.5,frame=3):
```


2
z
-2
-2
x
2
8
y
0

Plot Kontur

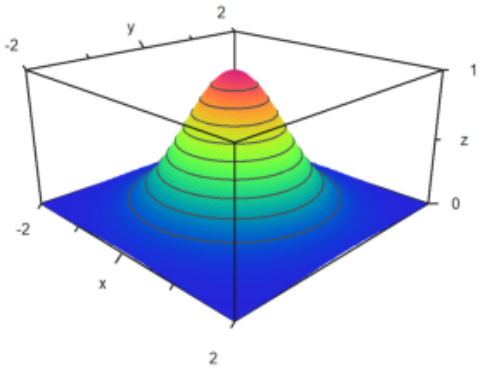
Untuk plot, Euler menambahkan garis kisi. Sebagai gantinya, dimungkinkan untuk menggunakan garis level dan rona satu warna atau rona spektral. Euler dapat menggambar tinggi fungsi pada plot dengan bayangan. Dalam semua plot 3D, Euler dapat menghasilkan anaglif merah/sian.

- >hue: Mengaktifkan bayangan terang, alih-alih kabel.
- >contour: Memplot garis kontur otomatis pada plot.
- level=... (atau level): Vektor nilai untuk garis kontur.

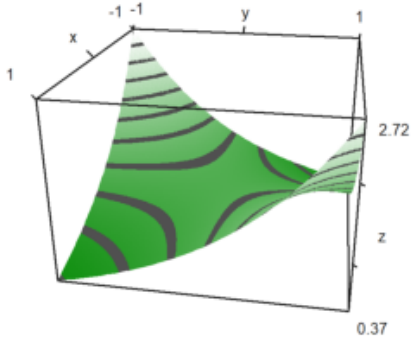
Nilai defaultnya adalah level="auto", yang menghitung beberapa garis level secara otomatis. Seperti yang Anda lihat pada plot, level sebenarnya adalah rentang level.

Gaya default dapat diubah. Untuk plot kontur berikut, kami menggunakan kisi yang lebih halus untuk titik 100x100, menskalakan fungsi dan plot, dan menggunakan sudut pandang yang berbeda.

```
>plot3d("exp(-x^2-y^2)",r=2,n=100,level="thin", ...
> >contour,>spectral,fscale=1,scale=1.1,angle=45°,height=20°):
```




```
>plot3d("exp(x*y)",angle=100°,>contour,color=green):
```

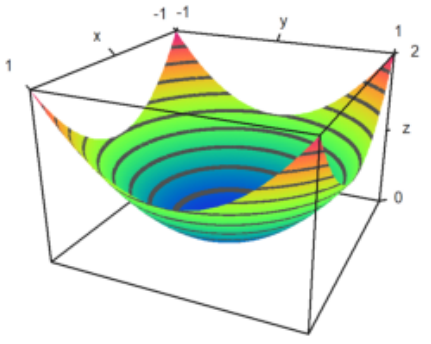


Shading default menggunakan warna abu-abu. Namun, rentang warna spektral juga tersedia.

- >spektral: Menggunakan skema spektral default
- warna=...: Menggunakan warna khusus atau skema spektral

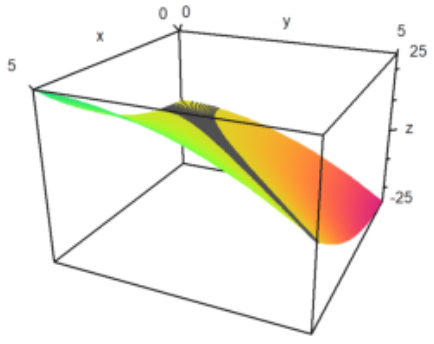
Untuk plot berikut, kami menggunakan skema spektral default dan menambah jumlah titik untuk mendapatkan tampilan yang sangat halus.

```
>plot3d("x^2+y^2",>spectral,>contour,n=100):
```



Instead of automatic level lines, we can also set values of the level lines. This will produce thin level lines instead of ranges of levels.

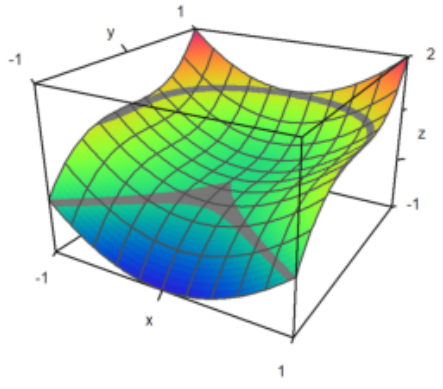
```
>plot3d("x^2-y^2",0,5,0,5,level=-1:0.1:1,color=redgreen):
```



Pada plot berikut, kami menggunakan dua pita level yang sangat lebar, dari -0,1 hingga 1, dan dari 0,9 hingga 1. Ini dimasukkan sebagai matriks dengan batas level sebagai kolom.

Selain itu, kami melapisi grid dengan 10 interval di setiap arah.

```
>plot3d("x^2+y^3",level=[-0.1,0.9;0,1], ...
>  >spectral,angle=30°,grid=10,contourcolor=gray):
```

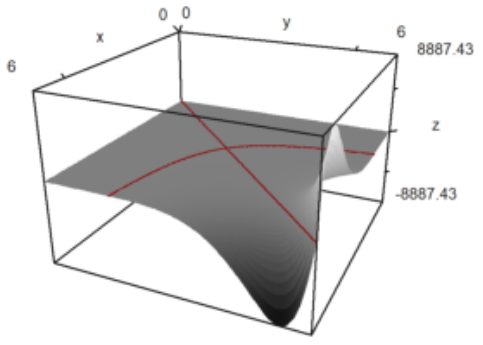


Pada contoh berikut, kita memplot himpunan, dimana

$$f(x,y) = x^y - y^x = 0$$

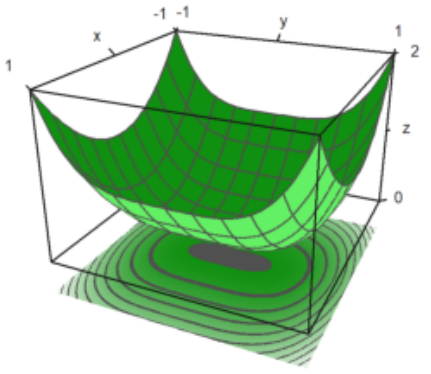
Kami menggunakan satu garis tipis untuk garis level.

```
>plot3d("x^y-y^x",level=0,a=0,b=6,c=0,d=6,contourcolor=red,n=100):
```



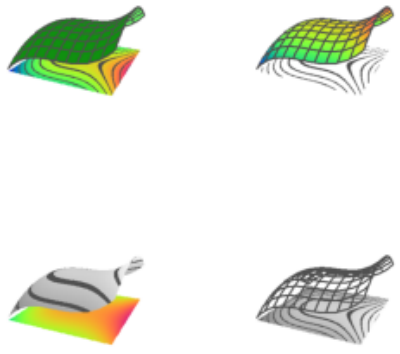
Bidang kontur dapat ditampilkan di bawah plot. Warna dan jarak ke plot dapat ditentukan.

```
>plot3d("x^2+y^4",>cp,cpcolor=green,cpdelta=0.2):
```



Berikut beberapa gaya lainnya. Kami selalu menonaktifkan bingkai, dan menggunakan berbagai skema warna untuk plot dan kisi.

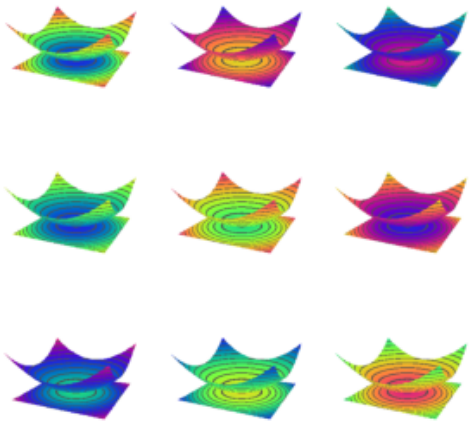
```
>figure(2,2); ...
>expr="y^3-x^2"; ...
>figure(1);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>cp,cpcolor=spectral); ...
>figure(2);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>spectral,grid=10,cp=2); ...
>figure(3);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>contour,color=gray,nc=5,cp=3,cpcolor=greenred); ...
>figure(4);  ...
>  plot3d(expr,<frame,>hue,grid=10,>transparent,>cp,cpcolor=gray); ...
>figure(0):
```



Ada beberapa skema spektral lain, yang diberi nomor dari 1 hingga 9. Namun, Anda juga dapat menggunakan warna=nilai, di mana nilai

- spektral: untuk rentang dari biru ke merah
- putih: untuk rentang yang lebih redup
- kuning-biru, ungu-hijau, biru-kuning, hijau-merah
- biru-kuning, hijau-ungu, kuning-biru, merah-hijau

```
>figure(3,3); ...
>for i=1:9;  ...
>  figure(i); plot3d("x^2+y^2",spectral=i,>contour,>cp,<frame,zoom=4);  ...
>end; ...
>figure(0):
```

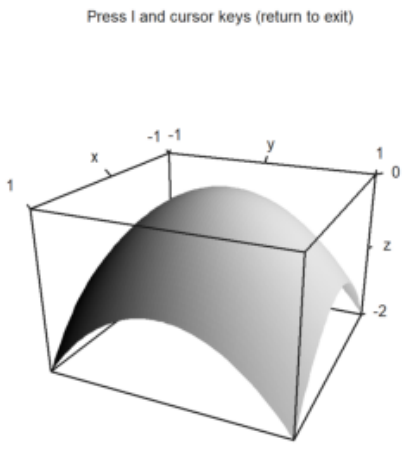


Sumber cahaya dapat diubah dengan tombol l dan kursor selama interaksi pengguna. Sumber cahaya juga dapat diatur dengan parameter.

- light: arah cahaya
- amb: cahaya sekitar antara 0 dan 1

Perhatikan bahwa program tidak membedakan sisi plot. Tidak ada bayangan. Untuk ini, Anda memerlukan Povray.

```
>plot3d("-x^2-y^2", ...
>  hue=true,light=[0,1,1],amb=0,user=true, ...
>  title="Press l and cursor keys (return to exit)"):
```



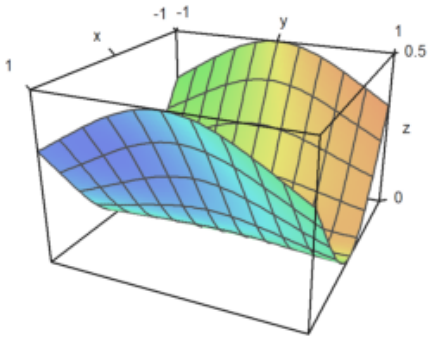
Parameter warna mengubah warna permukaan. Warna garis level juga dapat diubah.

```
>plot3d("-x^2-y^2",color=rgb(0.2,0.2,0),hue=true,frame=false, ...
>  zoom=3,contourcolor=red,level=-2:0.1:1,dl=0.01):
```



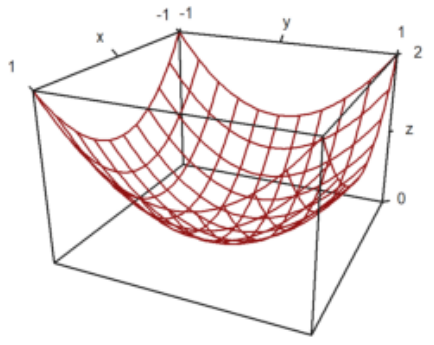
Warna 0 memberikan efek pelangi khusus.

```
>plot3d("x^2/(x^2+y^2+1)",color=0,hue=true,grid=10):
```



Permukaannya juga bisa transparan.

```
>plot3d("x^2+y^2",>transparent,grid=10,wirecolor=red):
```


-1
-1
x
y
1
1
2
z
0

Plot Implisit

Terdapat juga plot implisit dalam tiga dimensi. Euler menghasilkan potongan melalui objek. Fitur plot3d mencakup plot implisit. Plot ini menunjukkan himpunan nol suatu fungsi dalam tiga variabel.

Solusi dari

$$f(x,y,z)=0$$

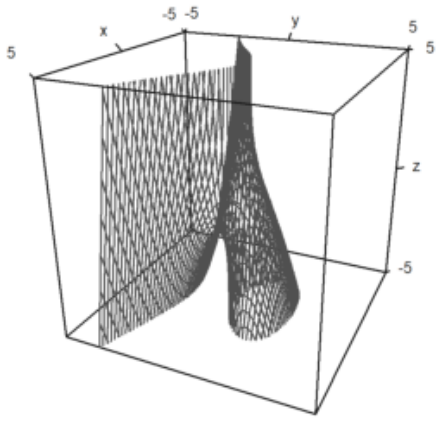
dapat divisualisasikan dalam potongan yang sejajar dengan bidang x-y, x-z, dan y-z.

- implisit=1: potongan sejajar dengan bidang y-z
- implisit=2: potongan sejajar dengan bidang x-z
- implisit=4: potongan sejajar dengan bidang x-y

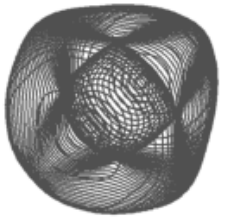
Tambahkan nilai-nilai ini, jika Anda suka. Dalam contoh ini, kita memplot

$$M=\{(x,y,z):x^2+y^3+zy=1\}$$

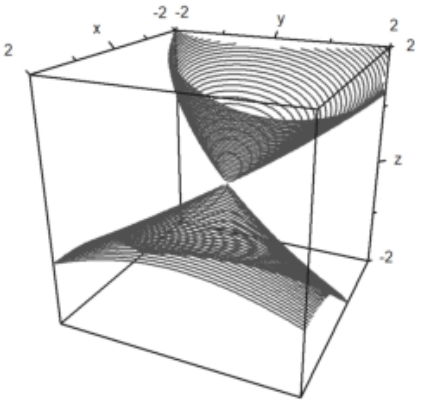
```
>plot3d("x^2+y^3+z*y-1",r=5,implicit=3):
```




```
>c=1; d=1;
>plot3d("((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^2)-d",r=2,
```



```
>plot3d("x^2+y^2+4*x*z+z^3",>implicit,r=2,zoom=2.5):
```


x
-2
-2
y
2
2
2
z
-2

Memplot Data 3D

Sama seperti plot2d, plot3d menerima data. Untuk objek 3D, Anda perlu menyediakan matriks dengan nilai x, y, dan z, atau tiga fungsi atau ekspresi fx(x,y), fy(x,y), fz(x,y).

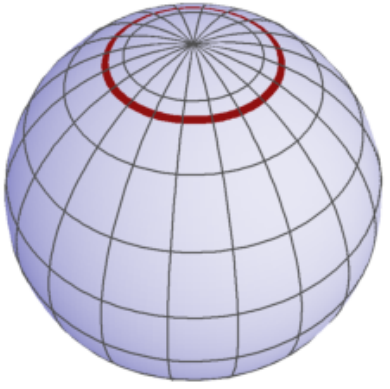
$$\gamma(t,s) = (x(t,s), y(t,s), z(t,s))$$

Karena x,y,z adalah matriks, kita asumsikan bahwa (t,s) melewati kisi persegi. Hasilnya, Anda dapat memplot gambar persegi panjang dalam ruang.

Anda dapat menggunakan bahasa matriks Euler untuk menghasilkan koordinat secara efektif.

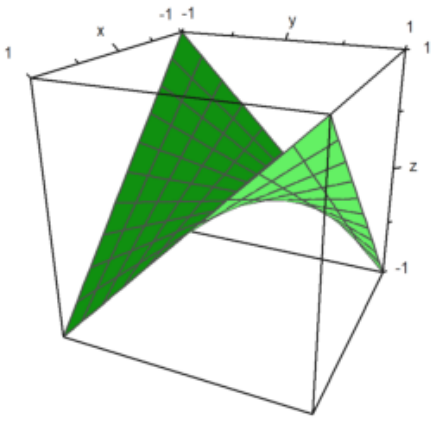
Dalam contoh berikut, kita menggunakan vektor dengan nilai t dan vektor kolom dengan nilai s untuk memparameterisasi permukaan bola. Dalam gambar, kita dapat menandai daerah, dalam kasus kita daerah kutub.

```
>t=linspace(0,2pi,180); s=linspace(-pi/2,pi/2,90)'; ...
>x=cos(s)*cos(t); y=cos(s)*sin(t); z=sin(s); ...
>plot3d(x,y,z,>hue, ...
>color=blue,<frame,grid=[10,20], ...
>values=s,contourcolor=red,level=[90°-24°;90°-22°], ...
>scale=1.4,height=50°):
```



Berikut adalah contoh, yang merupakan grafik suatu fungsi.

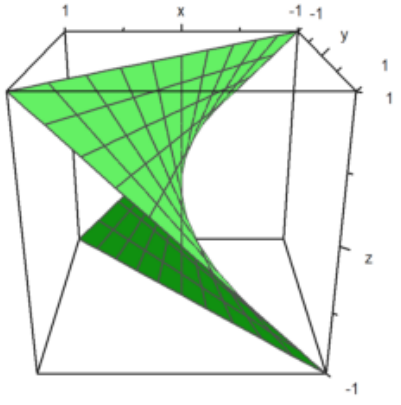
```
>t=-1:0.1:1; s=(-1:0.1:1)'; plot3d(t,s,t*s,grid=10):
```



Namun, kita bisa membuat berbagai macam permukaan. Berikut adalah permukaan yang sama sebagai fungsi

lateks: x = y \, z

```
>plot3d(t*s,t,s,angle=180°,grid=10):
```



Dengan usaha lebih, kita dapat menghasilkan banyak permukaan.

Dalam contoh berikut, kita membuat tampilan bayangan dari bola yang terdistorsi. Koordinat umum untuk bola tersebut adalah

$$\gamma(t, s) = (\cos(t)\cos(s), \sin(t)\sin(s), \cos(s))$$

dengan

$$0 \leq t \leq 2\pi, \quad \frac{-\pi}{2} \leq s \leq \frac{\pi}{2}.$$

Kita mendistorsi ini dengan faktor

$$d(t,s) = \frac{\cos(4t) + \cos(8s)}{4}.$$

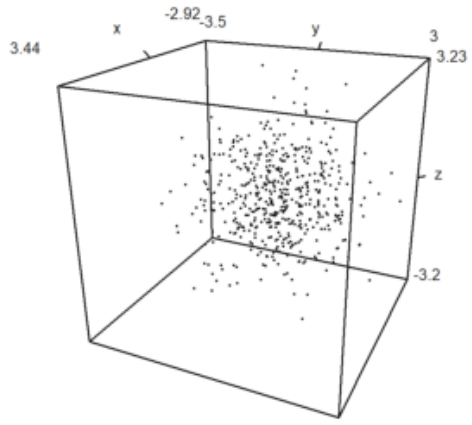
```
>t=linspace(0,2pi,320); s=linspace(-pi/2,pi/2,160)'; ...
>d=1+0.2*(cos(4*t)+cos(8*s)); ...
>plot3d(cos(t)*cos(s)*d,sin(t)*cos(s)*d,sin(s)*d,hue=1, ...
>  light=[1,0,1],frame=0,zoom=5):
```



Tentu saja, awan titik juga dimungkinkan. Untuk memplot data titik di ruang tersebut, kita membutuhkan tiga vektor untuk koordinat titik-titik tersebut.

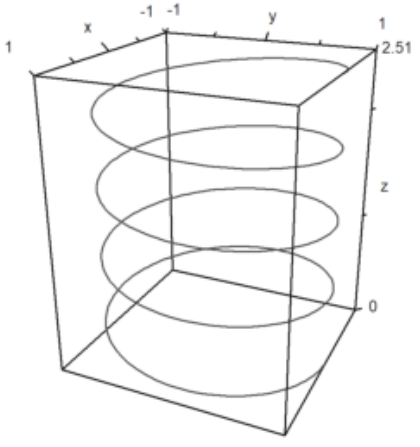
Gayanya sama seperti di plot2d dengan points=true;

```
>n=500;  ...
>  plot3d(normal(1,n),normal(1,n),normal(1,n),points=true,style="."):
```

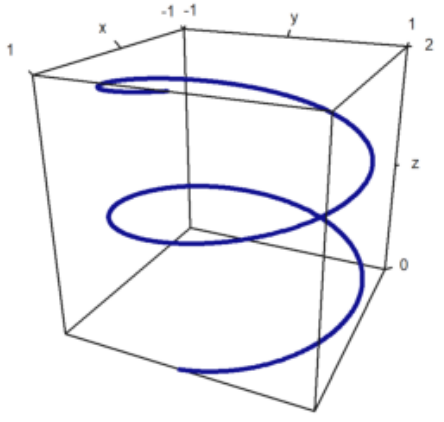


Memplot kurva dalam 3D juga memungkinkan. Dalam hal ini, lebih mudah untuk melakukan prakomputasi titik-titik kurva. Untuk kurva dalam bidang, kami menggunakan urutan koordinat dan parameter wire=true.

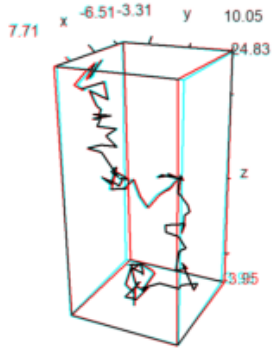
```
>t=linspace(0,8pi,500); ...
>plot3d(sin(t),cos(t),t/10,>wire,zoom=3):
```




```
>t=linspace(0,4pi,1000); plot3d(cos(t),sin(t),t/2pi,>wire, ...
>linewidth=3,wirecolor=blue):
```

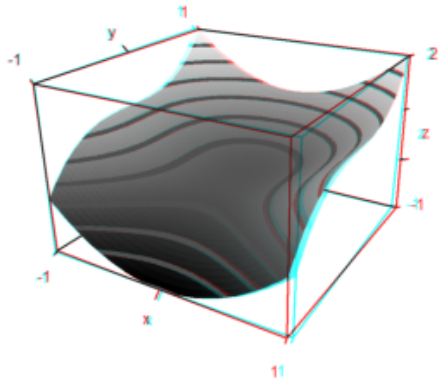



```
>X=cumsum(normal(3,100)); ...
> plot3d(X[1],X[2],X[3],>anaglyph,>wire):
```



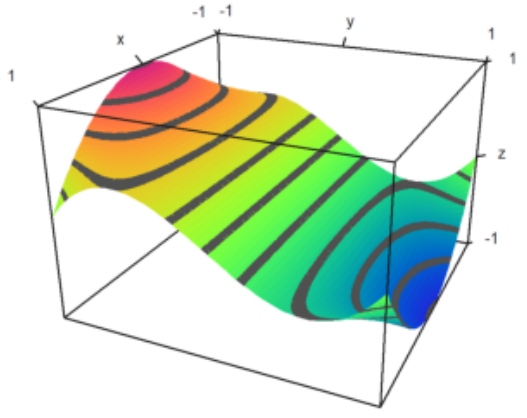
EMT juga dapat membuat plot dalam mode anaglif. Untuk melihat plot tersebut, Anda memerlukan kacamata merah/sian.

```
> plot3d("x^2+y^3",>anaglyph,>contour,angle=30°):
```



Seringkali, skema warna spektral digunakan untuk plot. Ini menekankan tinggi fungsi.

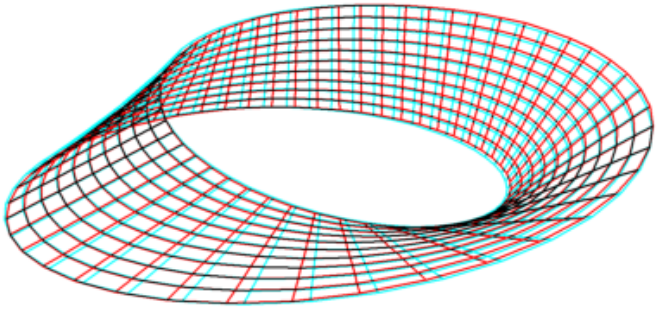
```
>plot3d("x^2*y^3-y",>spectral,>contour,zoom=3.2):
```



Euler juga dapat memplot permukaan berparameter, ketika parameternya berupa nilai x, y, dan z dari citra grid persegi panjang di dalam ruang.

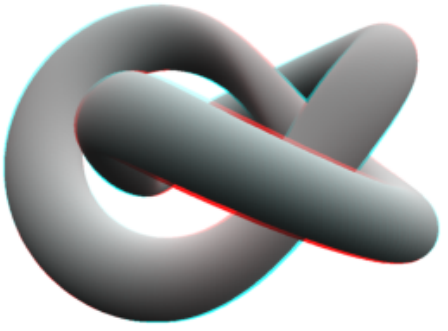
Untuk demo berikut, kami menyiapkan parameter u dan v, dan menghasilkan koordinat ruang dari parameter tersebut.

```
>u=linspace(-1,1,10); v=linspace(0,2*pi,50)'; ...
>X=(3+u*cos(v/2))*cos(v); Y=(3+u*cos(v/2))*sin(v); Z=u*sin(v/2); ...
>plot3d(X,Y,Z,>anaglyph,<frame,>wire,scale=2.3):
```



Berikut adalah contoh yang lebih rumit, yang tampak megah dengan kaca merah/cyan.

```
>u:=linspace(-pi,pi,160); v:=linspace(-pi,pi,400)';  ...
>x:=(4*(1+.25*sin(3*v))+cos(u))*cos(2*v); ...
>y:=(4*(1+.25*sin(3*v))+cos(u))*sin(2*v); ...
> z=sin(u)+2*cos(3*v); ...
>plot3d(x,y,z,frame=0,scale=1.5,hue=1,light=[1,0,-1],zoom=2.8,>anaglyph):
```



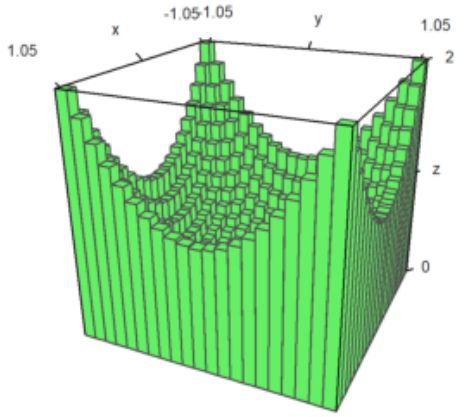
Plot batang juga dimungkinkan. Untuk ini, kita perlu menyediakan

- x: vektor baris dengan n+1 elemen
- y: vektor kolom dengan n+1 elemen
- z: matriks nilai nxn.

z bisa lebih besar, tetapi hanya nilai nxn yang akan digunakan.

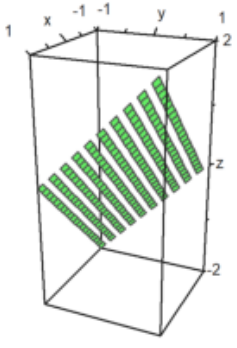
Dalam contoh ini, pertama-tama kita menghitung nilai-nilainya. Kemudian kita menyesuaikan x dan y, sehingga vektor berpusat pada nilai yang digunakan.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x^2+y^2; ...
>xa=(x|1.1)-0.05; ya=(y_1.1)-0.05; ...
>plot3d(xa,ya,z,bar=true):
```



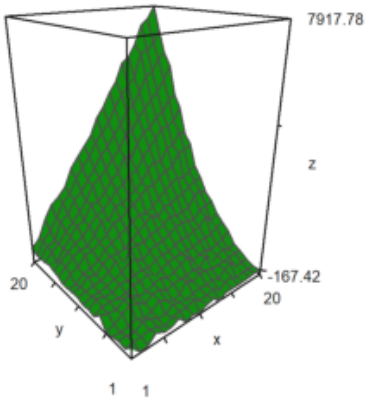
Dimungkinkan untuk membagi bidang permukaan menjadi dua bagian atau lebih.

```
>x=-1:0.1:1; y=x'; z=x+y; d=zeros(size(x)); ...
>plot3d(x,y,z,disconnect=2:2:20):
```

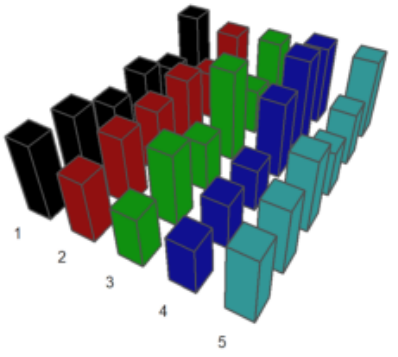


Jika Anda memuat atau membuat matriks data M dari sebuah berkas dan perlu memplotnya dalam 3D, Anda dapat menskalakan matriks ke [-1,1] dengan skala(M), atau menskalakan matriks dengan >zscale. Hal ini dapat dikombinasikan dengan faktor penskalaan individual yang diterapkan sebagai tambahan.

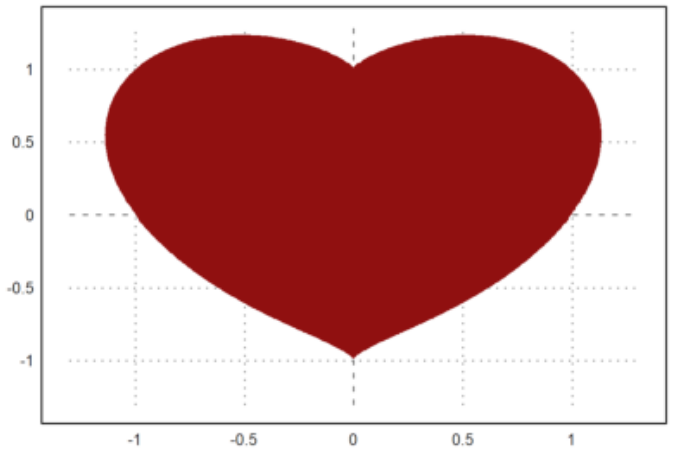
```
>i=1:20; j=i'; ...
>plot3d(i*j^2+100*normal(20,20),>zscale,scale=[1,1,1.5],angle=-40°,zoom=1.8):
```




```
>Z=intrandom(5,100,6); v=zeros(5,6); ...
>loop 1 to 5; v[#]=getmultiplicities(1:6,Z[#]); end; ...
>columnsplot3d(v',scols=1:5,ccols=[1:5]):
```


1
2
3
4
5

```
>plot2d("(x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3",r=1.3, ...
>style="#",color=red,<outline, ...
>level=[-2;0],n=100):
```




```
>ekspresi &= (x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3; $ekspresi
```

$$\left(y^2+x^2-1\right)^3-x^2\,y^3$$

Kita ingin memutar kurva jantung di sekitar sumbu y. Berikut adalah ekspresi yang mendefinisikan jantung:

$$f(x,y) = (x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2.y^3.$$

Selanjutnya, kita tentukan

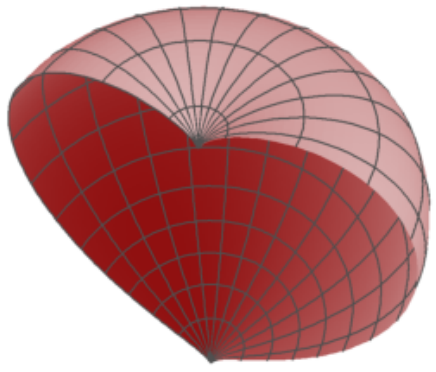
$$x = r.cos(a), \quad y = r.sin(a).$$

```
>function fr(r,a) &= ekspresi with [x=r*cos(a),y=r*sin(a)] | trigreduce; $fr(r,a)
```

$$\left(r^2 - 1\right)^3 + \frac{\left(\sin\left(5\,a\right) - \sin\left(3\,a\right) - 2\,\sin a\right)\,r^5}{16}$$

Hal ini memungkinkan kita untuk mendefinisikan fungsi numerik yang menyelesaikan r, jika a diberikan. Dengan fungsi tersebut, kita dapat memplot jantung yang diputar sebagai permukaan parametrik.

```
>function map f(a) := bisect("fr",0,2;a); ...
>t=linspace(-pi/2,pi/2,100); r=f(t);  ...
>s=linspace(pi,2pi,100)'; ...
>plot3d(r*cos(t)*sin(s),r*cos(t)*cos(s),r*sin(t), ...
>>hue,<frame,color=red,zoom=4,amb=0,max=0.7,grid=12,height=50°):
```

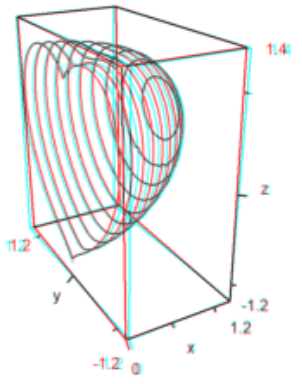


Berikut ini adalah plot 3D dari gambar di atas yang diputar mengelilingi sumbu z. Kami mendefinisikan fungsi yang mendeskripsikan objek tersebut.

```
>function f(x,y,z) ...
```

```
  r=x^2+y^2;
  return (r+z^2-1)^3-r*z^3;
   endfunction
```

```
>plot3d("f(x,y,z)", ...
>xmin=0,xmax=1.2,ymin=-1.2,ymax=1.2,zmin=-1.2,zmax=1.4, ...
>implicit=1,angle=-30°,zoom=2.5,n=[10,100,60],>anaglyph):
```


1.4
z
1.2
y
-1.2
-1.2
0
x
1.2

Plot 3D Khusus

Fungsi plot3d memang bagus, tetapi tidak memenuhi semua kebutuhan. Selain rutinitas yang lebih mendasar, Anda dapat membuat plot berbingkai dari objek apa pun yang Anda suka.

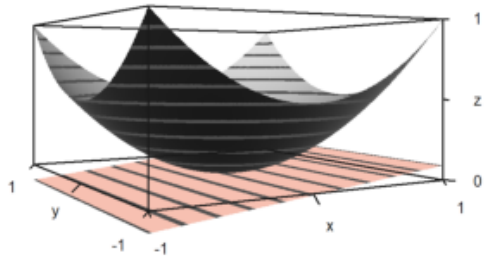
Meskipun Euler bukan program 3D, program ini dapat menggabungkan beberapa objek dasar. Kami mencoba memvisualisasikan paraboloid dan garis singgungnya.

```
>function myplot ...
```

```
    y=-1:0.01:1; x=(-1:0.01:1)';
    plot3d(x,y,0.2*(x-0.1)/2,<scale,<frame,>hue, ..
      hues=0.5,>contour,color=orange);
    h=holding(1);
    plot3d(x,y,(x^2+y^2)/2,<scale,<frame,>contour,>hue);
    holding(h);
  endfunction
```

Sekarang framedplot() menyediakan bingkai dan mengatur tampilan.

```
>framedplot("myplot",[-1,1,-1,1,0,1],height=0,angle=-30°, ...
>  center=[0,0,-0.7],zoom=3):
```

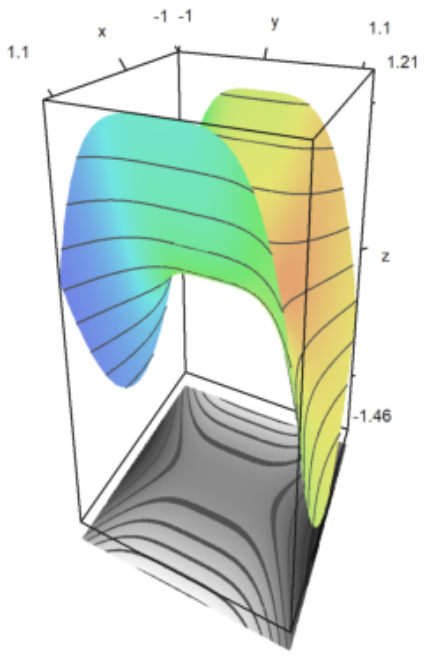


Dengan cara yang sama, Anda dapat memplot bidang kontur secara manual. Perhatikan bahwa plot3d() menetapkan jendela ke fullwindow() secara default, tetapi plotcontourplane() mengasumsikannya.

```
>x=-1:0.02:1.1; y=x'; z=x^2-y^4;
>function myplot (x,y,z) ...
```

```
    zoom(2);
    wi=fullwindow();
    plotcontourplane(x,y,z,level="auto",<scale);
    plot3d(x,y,z,>hue,<scale,>add,color=white,level="thin");
    window(wi);
    reset();
  endfunction
```

```
>myplot(x,y,z):
```



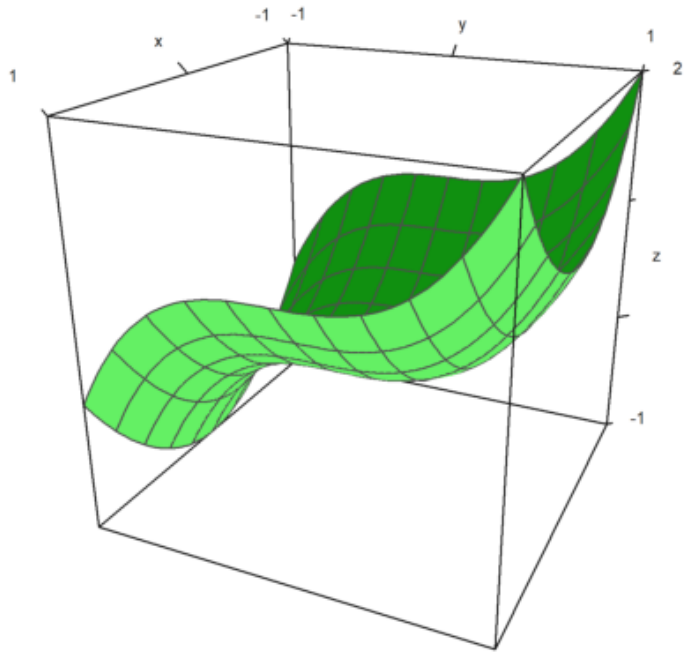
Animasi

Euler dapat menggunakan frame untuk melakukan pra-komputasi animasi.

Salah satu fungsi yang memanfaatkan teknik ini adalah rotate. Fungsi ini dapat mengubah sudut pandang dan menggambar ulang plot 3D. Fungsi ini memanggil addpage() untuk setiap plot baru. Terakhir, fungsi ini akan menganimasikan plot tersebut.

Silakan pelajari sumber rotate untuk melihat detail selengkapnya.

```
>function testplot () := plot3d("x^2+y^3"); ...
>rotate("testplot"); testplot():
```


-1
-1
x
y
1
1
2
z
-1

Menggambar Povray

Dengan bantuan berkas Euler povray.e, Euler dapat menghasilkan berkas Povray. Hasilnya sangat menarik untuk dilihat.

Anda perlu menginstal Povray (32-bit atau 64-bit) dari http://www.povray.org/, dan meletakkan subdirektori "bin" Povray ke dalam jalur lingkungan, atau mengatur variabel "defaultpovray" dengan jalur lengkap mengarah ke "pvengine.exe".

Antarmuka Povray Euler menghasilkan berkas Povray di direktori home pengguna, dan memanggil Povray untuk mengurai berkas-berkas ini. Nama berkas default adalah current.pov, dan direktori default adalah eulerhome(), biasanya c:\Users\Username\Euler. Povray menghasilkan berkas PNG, yang dapat dimuat oleh Euler ke dalam notebook. Untuk membersihkan berkas-berkas ini, gunakan povclear().

Fungsi pov3d memiliki semangat yang sama dengan plot3d. Fungsi ini dapat menghasilkan grafik fungsi f(x,y), atau permukaan dengan koordinat X,Y,Z dalam matriks, termasuk garis level opsional. Fungsi ini memulai raytracer secara otomatis, dan memuat adegan ke dalam buku catatan Euler.

Selain pov3d(), terdapat banyak fungsi yang menghasilkan objek Povray. Fungsi-fungsi ini mengembalikan string yang berisi kode Povray untuk objek tersebut. Untuk menggunakan fungsi-fungsi ini, mulai berkas Povray dengan povstart(). Kemudian gunakan writeln(...) untuk menulis objek ke berkas adegan. Terakhir, akhiri berkas dengan povend(). Secara default, raytracer akan dimulai, dan PNG akan dimasukkan ke dalam buku catatan Euler.

Fungsi objek memiliki parameter yang disebut "look", yang membutuhkan string dengan kode Povray untuk tekstur dan hasil akhir objek. Fungsi povlook() dapat digunakan untuk menghasilkan string ini. Ini memiliki parameter untuk warna, transparansi, Phong Shading, dll.

Perhatikan bahwa semesta Povray memiliki sistem koordinat lain. Antarmuka ini menerjemahkan semua koordinat ke sistem Povray. Jadi, Anda dapat terus berpikir dalam sistem koordinat Euler dengan z mengarah vertikal ke atas, dan sumbu x, y, z dalam artian tangan kanan.
Anda perlu memuat berkas povray.

```
>load povray;
```

Pastikan direktori bin Povray ada di jalur tersebut. Jika tidak, edit variabel berikut agar berisi jalur ke file povray yang dapat dieksekusi.

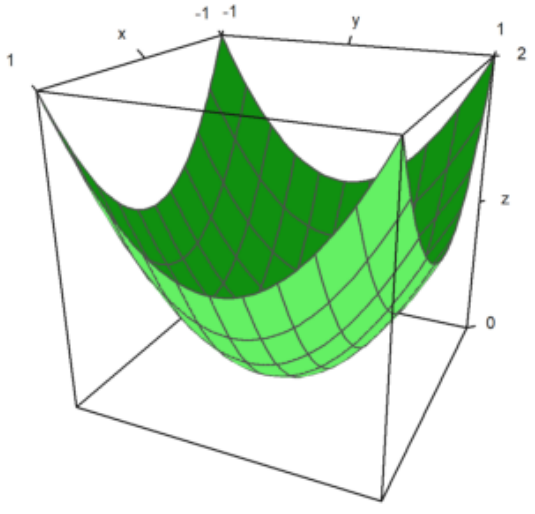
```
>defaultpovray="C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe"
```

```
C:\Program Files\POV-Ray\v3.7\bin\pvengine.exe
```

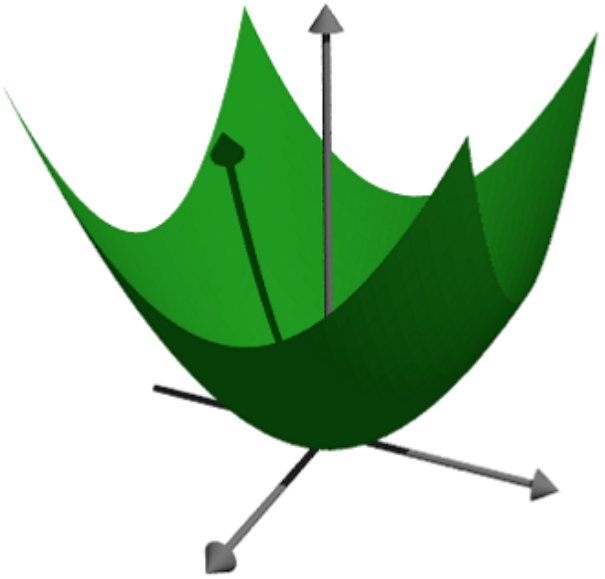
Untuk kesan pertama, mari kita buat sebuah fungsi sederhana. Perintah berikut akan menghasilkan berkas povray di direktori pengguna Anda, dan menjalankan Povray untuk melakukan ray tracing pada berkas ini.

Jika Anda menjalankan perintah berikut, GUI Povray akan terbuka, menjalankan berkas, dan menutup secara otomatis. Demi keamanan, Anda akan ditanya apakah Anda ingin berkas exe tersebut dijalankan. Anda dapat menekan tombol Batal untuk menghentikan pertanyaan lebih lanjut. Anda mungkin perlu menekan tombol OK di jendela Povray untuk mengonfirmasi dialog startup Povray.

```
>plot3d("x^2+y^2",zoom=2):
```

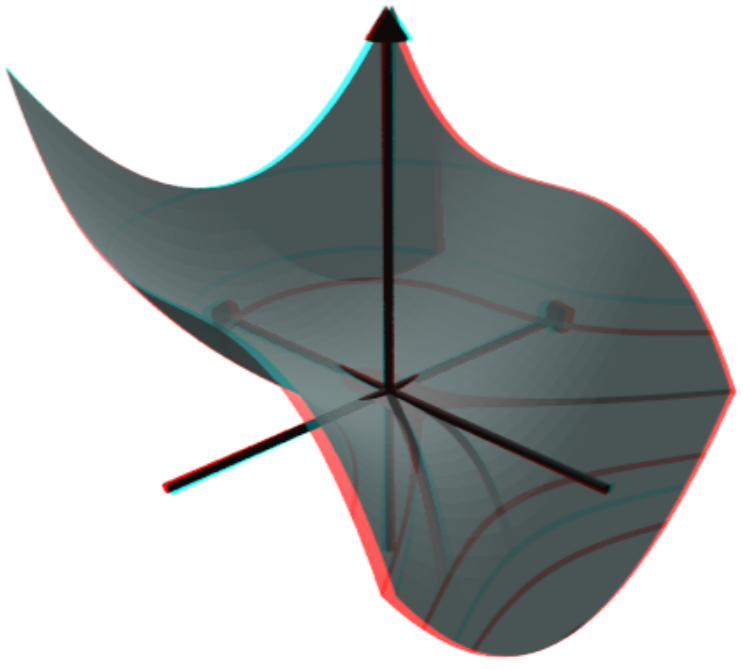



```
>pov3d("x^2+y^2",zoom=3);
```



Kita bisa membuat fungsinya transparan dan menambahkan sentuhan akhir lainnya. Kita juga bisa menambahkan garis level pada plot fungsi.

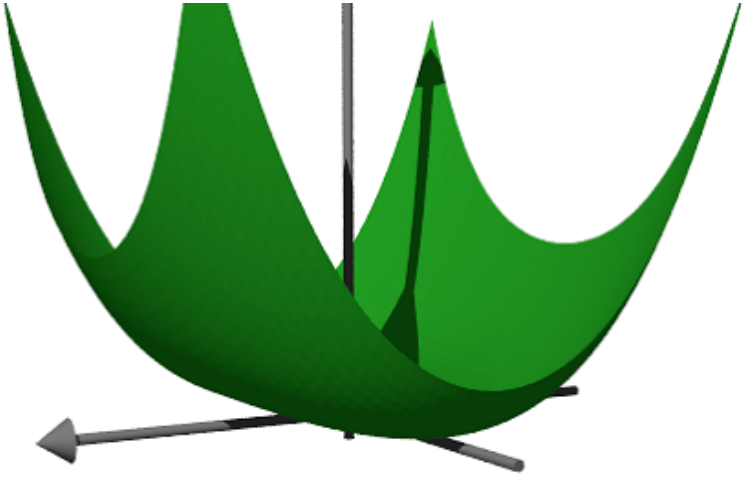
```
>pov3d("x^2+y^3",axiscolor=red,angle=-45°,>anaglyph, ...
>  look=povlook(cyan,0.2),level=-1:0.5:1,zoom=3.8);
```



Terkadang perlu untuk mencegah penskalaan fungsi, dan menskalakan fungsi secara manual.

Kita memplot himpunan titik-titik pada bidang kompleks, di mana hasil perkalian jarak ke 1 dan -1 sama dengan 1.

```
>pov3d("((x-1)^2+y^2)*((x+1)^2+y^2)/40",r=2, ...
>  angle=-120°,level=1/40,dlevel=0.005,light=[-1,1,1],height=10°,n=50, ...
>  <fscale,zoom=3.8);
```

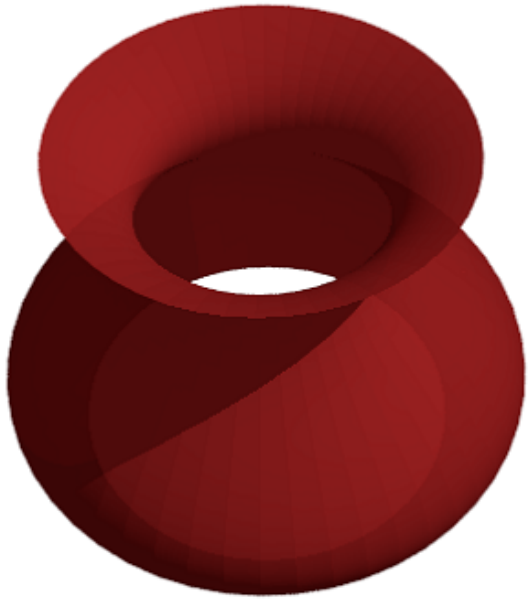


Memplot dengan Koordinat

Alih-alih menggunakan fungsi, kita dapat memplot dengan koordinat. Seperti pada plot3d, kita membutuhkan tiga matriks untuk mendefinisikan objek.

Dalam contoh ini, kita memutar sebuah fungsi di sekitar sumbu z.

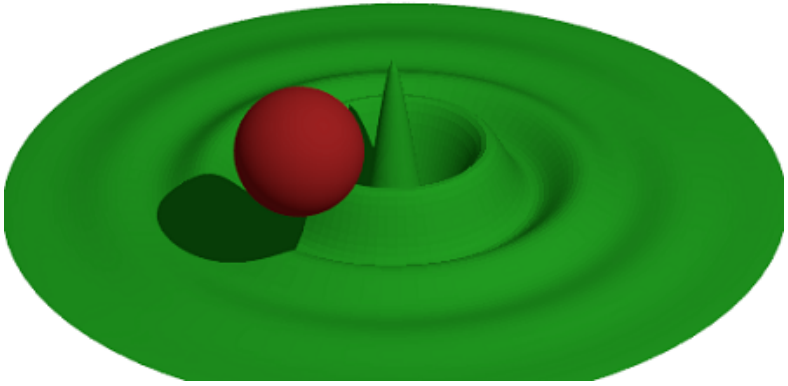
```
>function f(x) := x^3-x+1; ...
>x=-1:0.01:1; t=linspace(0,2pi,50)'; ...
>Z=x; X=cos(t)*f(x); Y=sin(t)*f(x); ...
>pov3d(X,Y,Z,angle=40°,look=povlook(red,0.1),height=50°,axis=0,zoom=4,light=[10,5,15]);
```



Dalam contoh berikut, kami memplot gelombang teredam. Kami menghasilkan gelombang tersebut dengan bahasa matriks Euler.

Kami juga menunjukkan bagaimana objek tambahan dapat ditambahkan ke adegan pov3d. Untuk pembuatan objek, lihat contoh berikut. Perhatikan bahwa plot3d menskalakan plot agar sesuai dengan kubus satuan.

```
>r=linspace(0,1,80); phi=linspace(0,2pi,80)'; ...
>x=r*cos(phi); y=r*sin(phi); z=exp(-5*r)*cos(8*pi*r)/3;  ...
>pov3d(x,y,z,zoom=6,axis=0,height=30°,add=povsphere([0.5,0,0.25],0.15,povlook(red)), ...
>  w=500,h=300);
```



Dengan metode shading Povray yang canggih, hanya sedikit titik yang dapat menghasilkan permukaan yang sangat halus. Hanya pada batas dan bayangan, trik ini mungkin terlihat jelas.

Untuk ini, kita perlu menambahkan vektor normal di setiap titik matriks.

```
>Z &= x^2*y^3
```

$$x^2\,y^3$$

Persamaan permukaannya adalah [x,y,Z]. Kita hitung dua turunan x dan y dari persamaan ini dan ambil hasil perkalian silangnya sebagai normal.

```
>dx &= diff([x,y,Z],x); dy &= diff([x,y,Z],y);
```

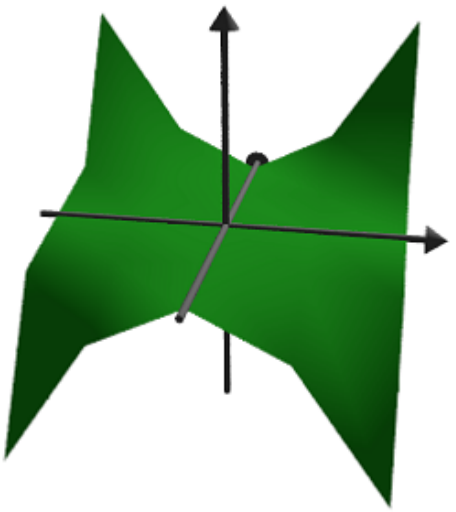
Kami mendefinisikan normal sebagai perkalian silang dari turunan ini, dan mendefinisikan fungsi koordinat.

```
>N &= crossproduct(dx,dy); NX &= N[1]; NY &= N[2]; NZ &= N[3]; N,
```

$$\left[-2\,x\,y^3,\ -3\,x^2\,y^2,\ 1\right]$$

Kami hanya menggunakan 25 poin.

```
>x=-1:0.5:1; y=x';
>pov3d(x,y,Z(x,y),angle=10°, ...
>  xv=NX(x,y),yv=NY(x,y),zv=NZ(x,y),<shadow);
```



Berikut adalah simpul Trefoil yang dibuat oleh A. Busser di Povray. Terdapat versi perbaikannya dalam contoh-contoh.

Lihat: Contoh\Simpul Trefoil | Simpul Trefoil

Untuk tampilan yang bagus dengan titik yang tidak terlalu banyak, kita tambahkan vektor normal di sini. Kita gunakan Maxima untuk menghitung nilai normalnya. Pertama, kita akan menggunakan tiga fungsi untuk koordinat sebagai ekspresi simbolis.

```
>X &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*cos(2*y); ...
>Y &= ((4+sin(3*y))+cos(x))*sin(2*y); ...
>Z &= sin(x)+2*cos(3*y);
```

Kemudian dua vektor turunan ke x dan y.

```
>dx &= diff([X,Y,Z],x); dy &= diff([X,Y,Z],y);
```

Sekarang normal, yang merupakan perkalian silang dari dua turunan.

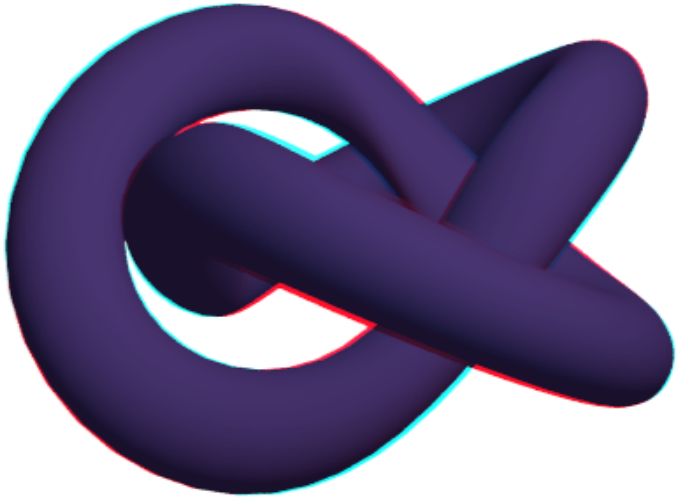
```
>dn &= crossproduct(dx,dy);
```

Sekarang mari kita mengevaluasi semua ini secara numerik.

```
>x:=linspace(-%pi,%pi,40); y:=linspace(-%pi,%pi,100)';
```

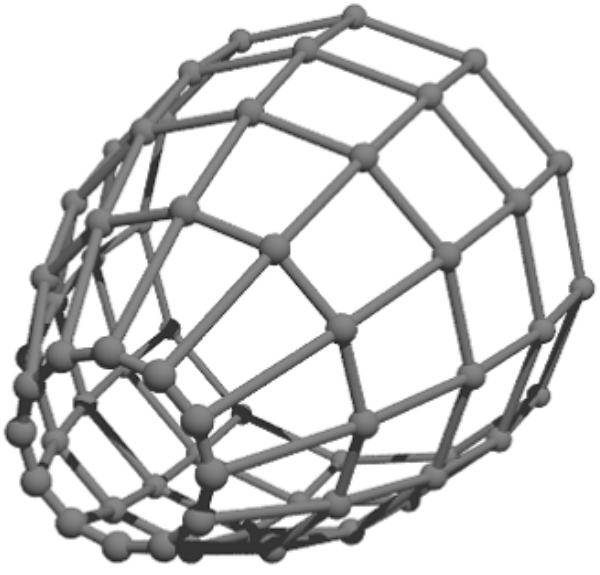
Vektor normal adalah evaluasi ekspresi simbolik dn[i] untuk i=1,2,3. Sintaksnya adalah &"ekspresi" (parameter). Ini merupakan alternatif dari metode pada contoh sebelumnya, di mana kita mendefinisikan ekspresi simbolik NX, NY, NZ terlebih dahulu.

```
>pov3d(X(x,y),Y(x,y),Z(x,y),>anaglyph,axis=0,zoom=5,w=450,h=350, ...
>  <shadow,look=povlook(blue), ...
>  xv=&"dn[1]"(x,y), yv=&"dn[2]"(x,y), zv=&"dn[3]"(x,y));
```



Kita juga dapat membuat kisi-kisi dalam 3D.

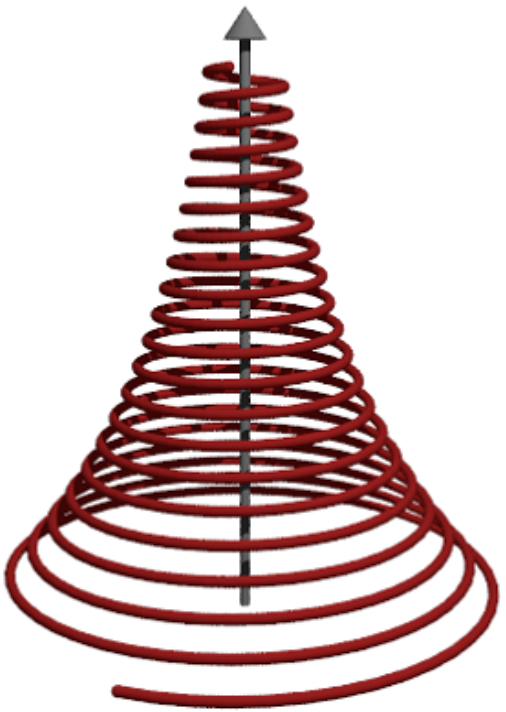
```
>povstart(zoom=4); ...
>x=-1:0.5:1; r=1-(x+1)^2/6; ...
>t=(0°:30°:360°)'; y=r*cos(t); z=r*sin(t); ...
>writeln(povgrid(x,y,z,d=0.02,dballs=0.05)); ...
>povend();
```



Dengan povgrid(), kurva dimungkinkan.

```
>povstart(center=[0,0,1],zoom=3.6); ...
>t=linspace(0,2,1000); r=exp(-t); ...
>x=cos(2*pi*10*t)*r; y=sin(2*pi*10*t)*r; z=t; ...
```

```
>writeln(povgrid(x,y,z,povlook(red))); ...
>writeAxis(0,2,axis=3); ...
>povend();
```



Di atas, kami menggunakan pov3d untuk memplot permukaan. Antarmuka povray di Euler juga dapat menghasilkan objek Povray. Objek-objek ini disimpan sebagai string di Euler, dan perlu ditulis ke berkas Povray.

Kami memulai keluaran dengan povstart().

```
>povstart(zoom=4);
```

Pertama, kita mendefinisikan tiga silinder, dan menyimpannya dalam string di Euler.

Fungsi povx(), dll., hanya mengembalikan vektor [1,0,0], yang dapat digunakan sebagai gantinya.

```
>c1=povcylinder(-povx,povx,1,povlook(red)); ...
>c2=povcylinder(-povy,povy,1,povlook(yellow)); ...
>c3=povcylinder(-povz,povz,1,povlook(blue)); ...
```

String tersebut berisi kode Povray, yang tidak perlu kita pahami pada saat itu.

```
>c2
```

```
cylinder { <0,0,-1>, <0,0,1>, 1
 texture { pigment { color rgb <0.941176,0.941176,0.392157> }  }
 finish { ambient 0.2 }
 }
```

Seperti yang Anda lihat, kami menambahkan tekstur ke objek dalam tiga warna berbeda.

Hal ini dilakukan oleh povlook(), yang mengembalikan string berisi kode Povray yang relevan. Kita dapat menggunakan warna Euler default, atau menentukan warna kita sendiri. Kita juga dapat menambahkan transparansi, atau mengubah pencahayaan sekitar.

```
>povlook(rgb(0.1,0.2,0.3),0.1,0.5)
```

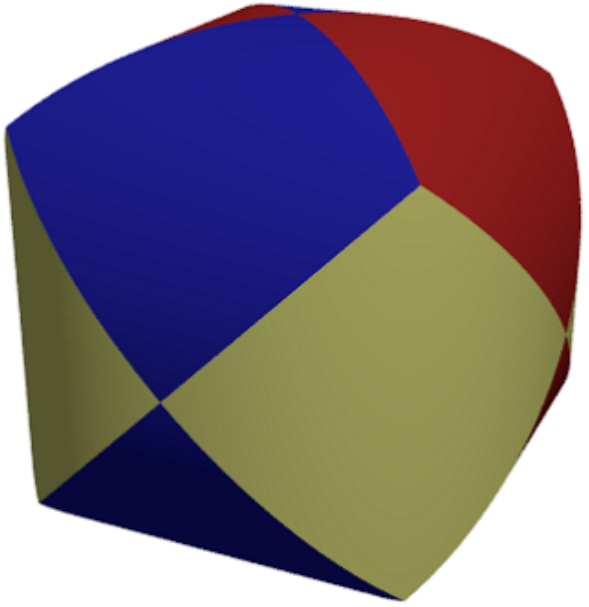
```
 texture { pigment { color rgbf <0.101961,0.2,0.301961,0.1> }  }
 finish { ambient 0.5 }
```

Sekarang kita mendefinisikan objek persimpangan dan menulis hasilnya ke berkas.

```
>writeln(povintersection([c1,c2,c3]));
```

Persimpangan tiga silinder sulit dibayangkan, jika Anda belum pernah melihatnya sebelumnya.

```
>povend;
```



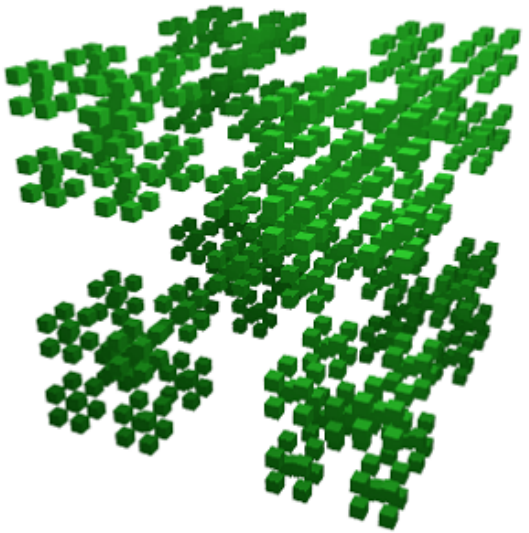
Fungsi-fungsi berikut menghasilkan fraktal secara rekursif.

Fungsi pertama menunjukkan bagaimana Euler menangani objek Povray sederhana. Fungsi povbox() mengembalikan string yang berisi koordinat kotak, tekstur, dan hasil akhir.

```
>function onebox(x,y,z,d) := povbox([x,y,z],[x+d,y+d,z+d],povlook());
>function fractal (x,y,z,h,n) ...
```

```
  if n==1 then writeln(onebox(x,y,z,h));
  else
    h=h/3;
    fractal(x,y,z,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y,z,h,n-1);
    fractal(x,y+2*h,z,h,n-1);
    fractal(x,y,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y+2*h,z,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x,y+2*h,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+2*h,y+2*h,z+2*h,h,n-1);
    fractal(x+h,y+h,z+h,h,n-1);
  endif;
endfunction
```

```
>povstart(fade=10,<shadow);
>fractal(-1,-1,-1,2,4);
>povend();
```



Perbedaan memungkinkan pemisahan satu objek dari objek lainnya. Seperti halnya interseksi, terdapat beberapa objek CSG di Povray.

```
>povstart(light=[5,-5,5],fade=10);
```

Untuk demonstrasi ini, kami mendefinisikan objek di Povray, alih-alih menggunakan string di Euler. Definisi langsung ditulis ke berkas.

Koordinat kotak -1 berarti [-1,-1,-1].

```
>povdefine("mycube",povbox(-1,1));
```

Kita dapat menggunakan objek ini dalam povobject(), yang mengembalikan string seperti biasa.

```
>c1=povobject("mycube",povlook(red));
```

Kita buat kubus kedua, lalu putar dan ubah skalanya sedikit.

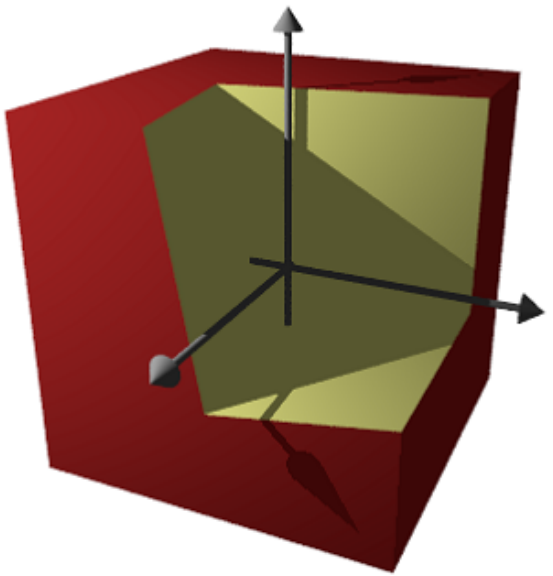
```
>c2=povobject("mycube",povlook(yellow),translate=[1,1,1], ...
>  rotate=xrotate(10°)+yrotate(10°), scale=1.2);
```

Lalu kita ambil selisih kedua benda itu.

```
>writeln(povdifference(c1,c2));
```

Sekarang tambahkan tiga sumbu.

```
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=1); ...
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=2); ...
>writeAxis(-1.2,1.2,axis=4); ...
>povend();
```



Fungsi Implisit

Povray dapat memplot himpunan di mana f(x,y,z)=0, sama seperti parameter implisit di plot3d. Namun, hasilnya terlihat jauh lebih baik.

Sintaks untuk fungsi-fungsi ini sedikit berbeda. Anda tidak dapat menggunakan keluaran ekspresi Maxima atau Euler.

$$((x^2+y^2-c^2)^2+(z^2-1)^2)*((y^2+z^2-c^2)^2+(x^2-1)^2)*((z^2+x^2-c^2)^2+(y^2-1)^2)=d$$

```
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
>c=0.1; d=0.1; ...
>writeln(povsurface("(pow(pow(x,2)+pow(y,2)-pow(c,2),2)+pow(pow(z,2)-1,2))*(pow(pow(y,2)+pow(z,2)-po
>povend();
```

```
Error : Povray error!

Error generated by error() command

povray:
    error("Povray error!");
Try "trace errors" to inspect local variables after errors.
povend:
    povray(file,w,h,aspect,exit);
```

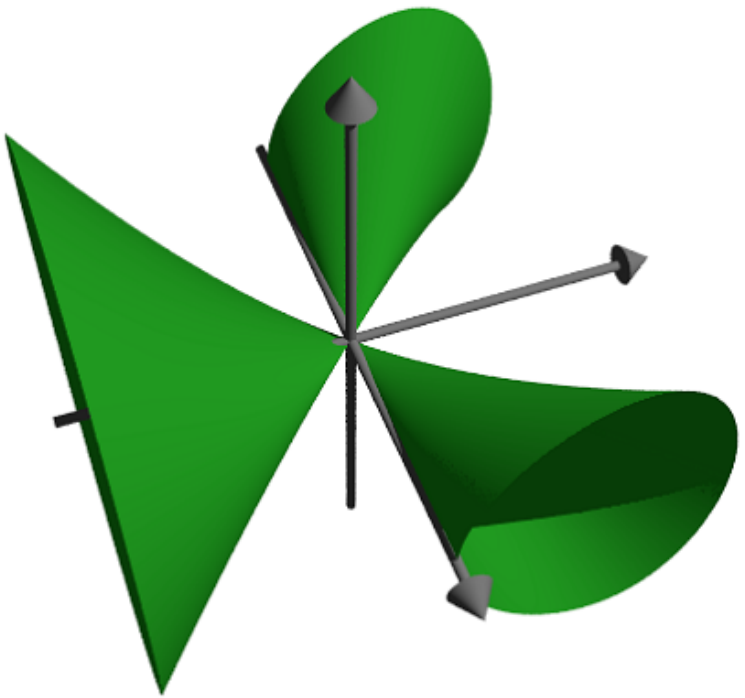
```
>povstart(angle=25°,height=10°);
>writeln(povsurface("pow(x,2)+pow(y,2)*pow(z,2)-1",povlook(blue),povbox(-2,2,"")));
>povend();
```



```
>povstart(angle=70°,height=50°,zoom=4);
```

Buat permukaan implisit. Perhatikan perbedaan sintaksis dalam ekspresi tersebut.

```
>writeln(povsurface("pow(x,2)*y-pow(y,3)-pow(z,2)",povlook(green))); ...
>writeAxes(); ...
>povend();
```



Objek Mesh

Dalam contoh ini, kami menunjukkan cara membuat objek mesh, dan menggambarnya dengan informasi tambahan.

Kami ingin memaksimalkan xy pada kondisi x+y=1 dan mendemonstrasikan perpotongan tangensial garis-garis level.

```
>povstart(angle=-10°,center=[0.5,0.5,0.5],zoom=7);
```

Kita tidak dapat menyimpan objek dalam string seperti sebelumnya, karena ukurannya terlalu besar. Jadi, kita mendefinisikan objek dalam berkas Povray menggunakan declare. Fungsi povtriangle() melakukan ini secara otomatis. Fungsi ini dapat menerima vektor normal, seperti halnya pov3d().

Berikut ini mendefinisikan objek mesh, dan langsung menuliskannya ke dalam berkas.

```
>x=0:0.02:1; y=x'; z=x*y; vx=-y; vy=-x; vz=1;
>mesh=povtriangles(x,y,z,"",vx,vy,vz);
```

Sekarang kita definisikan dua cakram, yang akan berpotongan dengan permukaan.

```
>cl=povdisc([0.5,0.5,0],[1,1,0],2); ...
>ll=povdisc([0,0,1/4],[0,0,1],2);
```

Tuliskan permukaannya dikurangi kedua cakramnya.

```
>writeln(povdifference(mesh,povunion([cl,ll]),povlook(green)));
```

Tuliskan dua titik potongnya.

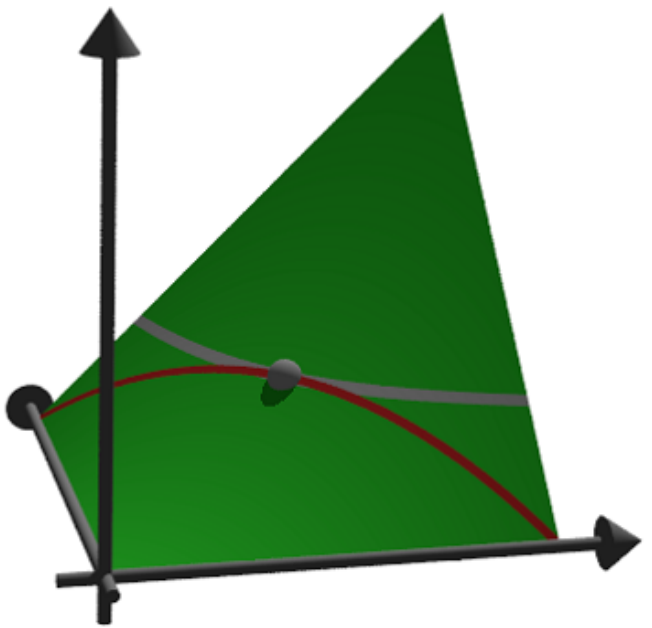
```
>writeln(povintersection([mesh,cl],povlook(red)); ...
>writeln(povintersection([mesh,ll],povlook(gray)));
```

Tuliskan titik maksimumnya.

```
>writeln(povpoint([1/2,1/2,1/4],povlook(gray),size=2*defaultpointsize));
```

Tambahkan sumbu dan selesaikan.

```
>writeAxes(0,1,0,1,0,1,d=0.015); ...
>povend();
```



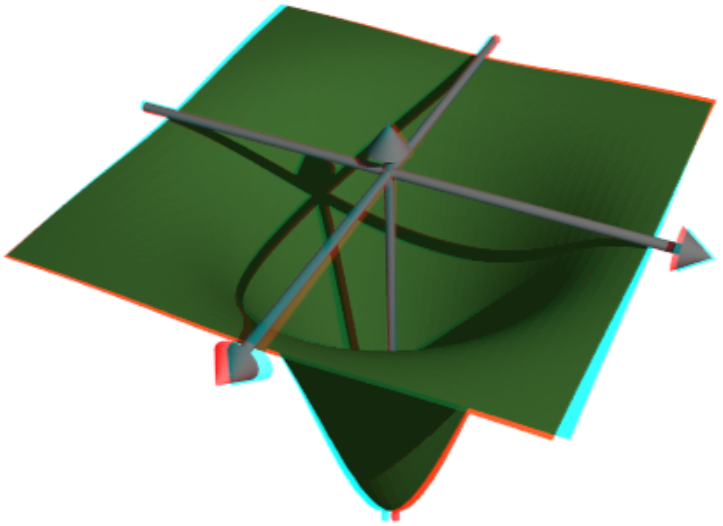
Anaglif dalam Povray

Untuk menghasilkan anaglif untuk kacamata merah/sian, Povray harus dijalankan dua kali dari posisi kamera yang berbeda. Fungsi ini menghasilkan dua berkas Povray dan dua berkas PNG, yang dimuat dengan fungsi loadanaglyph().

Tentu saja, Anda memerlukan kacamata merah/sian untuk melihat contoh-contoh berikut dengan benar.

Fungsi pov3d() memiliki sakelar sederhana untuk menghasilkan anaglif.

```
>pov3d("-exp(-x^2-y^2)/2",r=2,height=45°,>anaglyph, ...
>  center=[0,0,0.5],zoom=3.5);
```



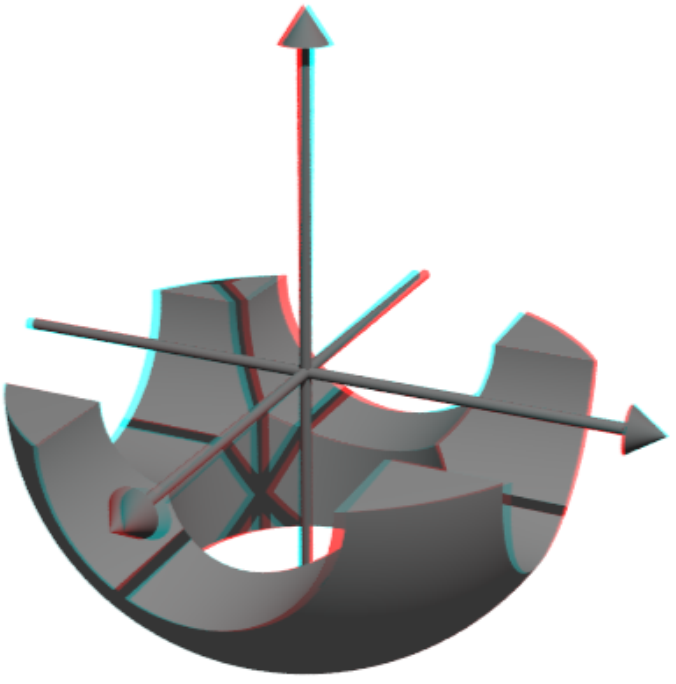
Jika Anda membuat adegan dengan objek, Anda perlu memasukkan pembuatan adegan tersebut ke dalam suatu fungsi, dan menjalankannya dua kali dengan nilai yang berbeda untuk parameter anaglyph.

```
>function myscene ...
```

```
  s=povsphere(povc,1);
  cl=povcylinder(-povz,povz,0.5);
  clx=povobject(cl,rotate=xrotate(90°));
  cly=povobject(cl,rotate=yrotate(90°));
  c=povbox([-1,-1,0],1);
  un=povunion([cl,clx,cly,c]);
  obj=povdifference(s,un,povlook(red));
  writeln(obj);
  writeAxes();
endfunction
```

Fungsi povanaglyph() melakukan semua ini. Parameternya seperti gabungan povstart() dan povend().

```
>povanaglyph("myscene",zoom=4.5);
```



Mendefinisikan Objek Sendiri

Antarmuka povray Euler berisi banyak objek. Namun, Anda tidak terbatas pada objek-objek ini. Anda dapat membuat objek sendiri, yang menggabungkan objek lain, atau menjadi objek yang benar-benar baru.

Kami mendemonstrasikan sebuah torus. Perintah Povray untuk ini adalah "torus". Jadi, kami mengembalikan string dengan perintah ini dan parameternya. Perhatikan bahwa torus selalu berpusat di titik asal.

```
>function povdonat (r1,r2,look="") ...
```

```
    return "torus {"+r1+","+r2+look+"}";
  endfunction
```

Inilah torus pertama kita.

```
>t1=povdonat(0.8,0.2)
```

```
  torus {0.8,0.2}
```

Mari kita gunakan objek ini untuk membuat torus kedua, diterjemahkan dan diputar.

```
>t2=povobject(t1,rotate=xrotate(90°),translate=[0.8,0,0])
```

```
object { torus {0.8,0.2}
 rotate 90 *x
 translate <0.8,0,0>
 }
```

Sekarang kita tempatkan objek-objek ini ke dalam sebuah scene. Untuk tampilannya, kita gunakan Phong Shading.

```
>povstart(center=[0.4,0,0],angle=0°,zoom=3.8,aspect=1.5); ...
>writeln(povobject(t1,povlook(green,phong=1))); ...
>writeln(povobject(t2,povlook(green,phong=1))); ...
```

```
>povend();
```

memanggil program Povray. Namun, jika terjadi kesalahan, program tersebut tidak akan menampilkan kesalahan tersebut. Oleh karena itu, Anda harus menggunakan

>povend(<exit);

jika ada yang tidak berhasil. Ini akan membiarkan jendela Povray terbuka.

```
>povend(h=320,w=480);
```



Berikut contoh yang lebih rinci. Kita selesaikan

$$Ax \le b, \quad x \ge 0, \quad c.x \to \text{Max}.$$

dan tunjukkan titik-titik yang layak dan titik-titik optimal dalam plot 3D.

```
>A=[10,8,4;5,6,8;6,3,2;9,5,6];
>b=[10,10,10,10]';
>c=[1,1,1];
```

Pertama, mari kita periksa, apakah contoh ini mempunyai solusi.

```
>x=simplex(A,b,c,>max,>check)'
```

```
  [0,  1,  0.5]
```

Ya, sudah.

Selanjutnya, kita mendefinisikan dua objek. Yang pertama adalah bidang

$$a \cdot x \leq b$$

```
>function oneplane (a,b,look="") ...
```

```
    return povplane(a,b,look)
  endfunction
```

Lalu kita definisikan irisan semua setengah ruang dan kubus.

```
>function adm (A, b, r, look="") ...
```

```
    ol=[];
    loop 1 to rows(A); ol=ol|oneplane(A[#],b[#]); end;
    ol=ol|povbox([0,0,0],[r,r,r]);
    return povintersection(ol,look);
  endfunction
```

Sekarang, kita dapat merencanakan adegannya.

```
>povstart(angle=120°,center=[0.5,0.5,0.5],zoom=3.5); ...
>writeln(adm(A,b,2,povlook(green,0.4))); ...
>writeAxes(0,1.3,0,1.6,0,1.5); ...
```

Berikut ini adalah lingkaran di sekitar titik optimum.

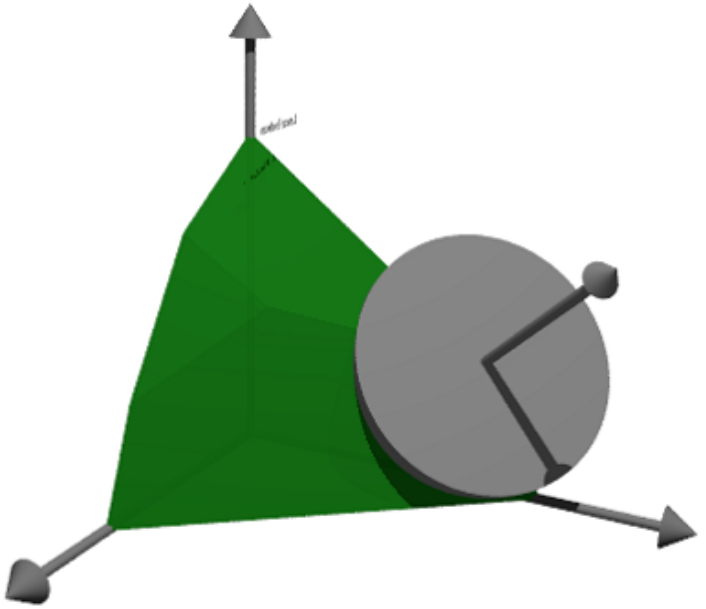
```
>writeln(povintersection([povsphere(x,0.5),povplane(c,c.x')], ...
>  povlook(red,0.9)));
```

Dan kesalahan dalam arah yang optimal.

```
>writeln(povarrow(x,c*0.5,povlook(red)));
```

Kita menambahkan teks ke layar. Teks hanyalah objek 3D. Kita perlu menempatkan dan memutarnya sesuai tampilan kita.

```
>writeln(povtext("Linear Problem",[0,0.2,1.3],size=0.05,rotate=5°)); ...
>povend();
```



Contoh Lainnya

Anda dapat menemukan beberapa contoh lain untuk Povray di Euler pada berkas-berkas berikut.

Lihat: Contoh/Bola Dandelin
Lihat: Contoh/Donat Math
Lihat: Contoh/Simpul Trefoil
Lihat: Contoh/Optimasi dengan Penskalaan Afinitas