3. Proporcionalidad y semejanza

El término proporción podríamos definirlo como:
Igualdad de dos razones, relación adecuada entre dos o más objetos o entre la parte y el todo.
Una razón supone una comparación entre dos factores.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Los números del numerador (a y c) son los antecedentes y los del denominador (b y d) son los consecuentes.
Los términos a y d son los extremos y los términos b y c son los medios.

3.1. Segmento proporcional

Decimos que un segmento "a" es proporcional a otro "b" sí "a" cabe un número determinado de veces en "b".

3.2. Teorema de Thales

Un sistema de rectas paralelas determina sobre dos concurrentes, segmentos proporcionales.

$$\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$$

Su aplicación nos permite dividir un segmento en un número de partes iguales.

3.3. Proporción Directa

Es aquella en la que los términos se relacionan en una expresión como esta:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \ldots = \frac{a_n}{b_n} = m$$

3.4. Proporción inversa

Es aquella en la que los términos se relacionan en una expresión como esta:

$$\frac{a_1}{1/b_1} = \frac{a_2}{1/b_2} = \ldots = \frac{a_n}{1/b_n} \Rightarrow a_1 b_1 = a_2 b_2 = \ldots = a_n b_n = n$$

3.5. Cuarto proporcional

Cuando en una proporción desconocemos un término, a éste se le llama cuarto proporcional.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow \quad a.x = c.b \Rightarrow \quad x = c.b/a$$

Aplicación:
Dados los segmentos a, b y c hallar el cuarto proporcional.

a

b

c

3.6. Proporción continua:

Es aquella en que uno de sus términos se repite. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

3.7. Tercero proporcional

Cuando en una proporción continua, desconocemos uno de los términos que no se repite, a este le llamamos tercero proporcional.

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{x} \Rightarrow \quad a.x=b^2 \Rightarrow \quad x=\frac{b^2}{a}$$

Aplicación:

Dados los segmentos a y b hallar el tercero proporcional.

a

b

3.8. Media proporcional

Cuando en una proporción continua se desconoce el término que se repite, a este término se le denomina media proporcional. Gráficamente no se puede hallar por el teorema de Thales, pero si por el de la altura o por el del cateto.

$$\frac{a}{x}=\frac{x}{b} \Rightarrow x^2=a.b \Rightarrow x=\sqrt{a.b}$$

3.8.1 teorema de la altura

En un triángulo rectángulo, la altura trazada sobre la hipotenusa, es media proporcional entre los dos segmentos en que se divide a esta.

$$\frac{a_b}{h}=\frac{h}{a._c}$$

Aplicación:

Dados los segmentos a y b hallar la media proporcional.

a

b

3.8.2. teorema del cateto

En un triángulo rectángulo, el cateto es la media proporcional entre la hipotenusa y la proyección del cateto sobre éste.

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{a_b} \text{ ó } \frac{a}{c}=\frac{c}{a_c}$$

Aplicación:

Dados los segmentos a y b hallar la media proporcional.

a

b

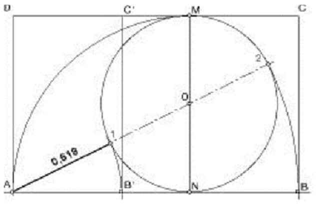
3.9. Segmento Áureo

Decimos que un segmento x es áureo respecto a otro a cuando se cumple la siguiente condición:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Es decir, se denomina sección áurea de un segmento AC a la división que le produce un punto B de tal forma que la proporción que existe entre la parte más pequeña y la parte más grande es la misma que entre la grade y el todo.
Se verifica que:

- $\overline{AC} > \overline{AB}$
- $\overline{AC}/\overline{AB} = fi\ (phi)(\Phi, \varphi)$. Siendo el valor del número áureo = 1,618
- $\overline{AB}$ es segmento áureo de $\overline{AC}$



Aplicación 1:
Dado un segmento c hallar su segmento áureo.

Aplicación 2:
Dado un segmento a hallar el segmento del que es áureo.

3.10. Rectángulo Áureo

Es aquel que tiene por lados dos segmentos que están en proporción áurea.