

Propriedades do produto interno

Sejam os vetores u, v, z tais que são eles não nulos, e k um escalar.

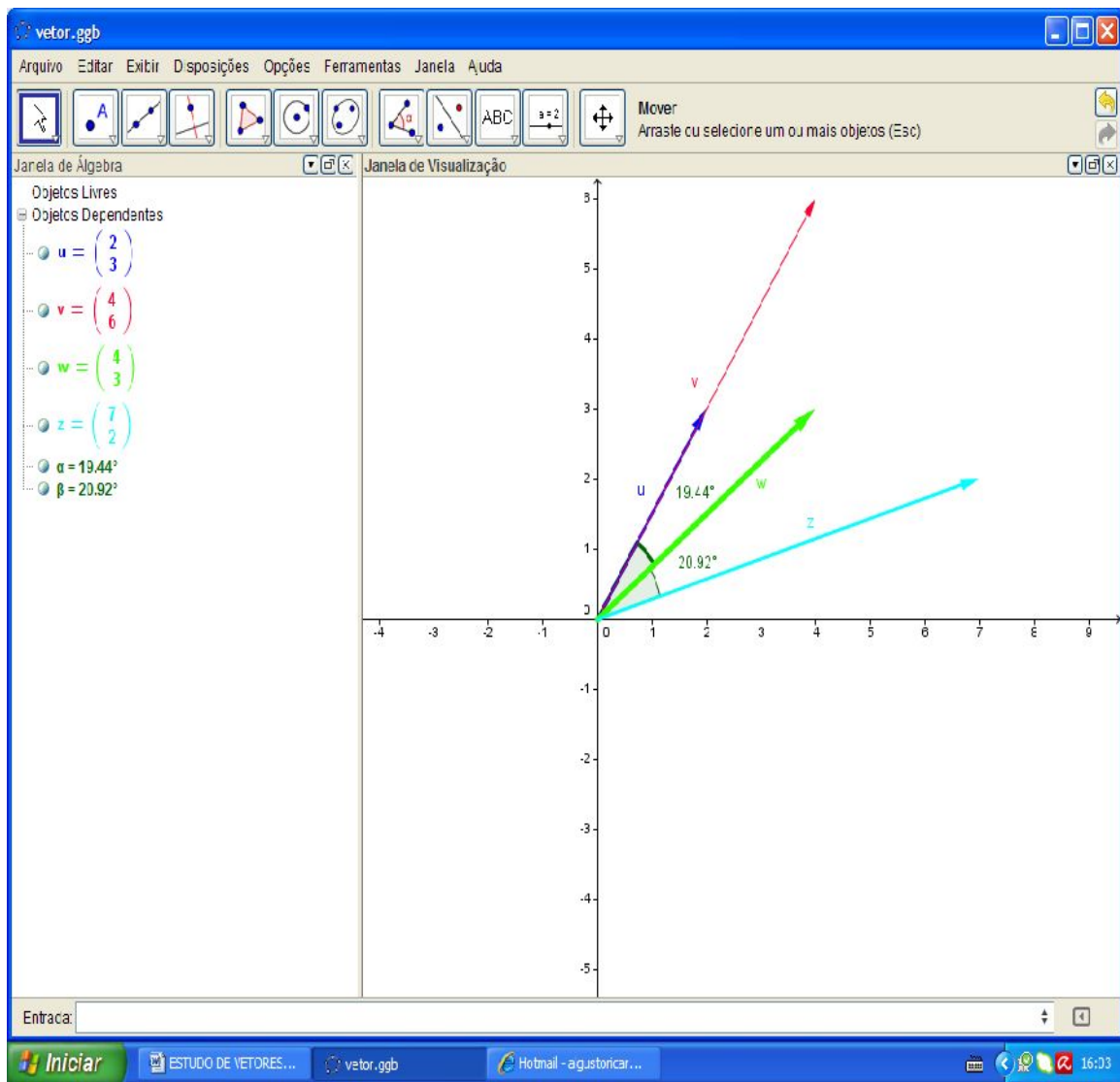
Só para exemplos daremos

$$u = \text{Vetor}[(2,3)]$$

$$w = \text{Vetor}[(4,3)]$$

$$z = \text{Vetor}[(7,2)]$$

- i) $u \cdot w = w \cdot u$ (comutativo)
- ii) $k(u \cdot w) = k u \cdot w$ (homogeneidade)
- iii) $z \cdot (u+w) = z u + z w$ (distributividade)
- iv) $(\text{vetor nulo}) \cdot (u \cdot w) = (\text{vetor nulo}) \cdot (u) \cdot (w) = \text{vetor nulo}$



Lembrando que se $(u, w) = 90^\circ$ o ângulo formado entre os vetores u e w for igual a 90° , então (u, w) será 0, o produto interno será zero pois:

$$u \cdot w = \|u\| \cdot \|w\| \cdot \cos(u, w)$$

$$u \cdot w = \|u\| \cdot \|w\| \cdot \cos(90^\circ)$$

$$u \cdot w = \|u\| \cdot \|w\| \cdot 0$$

Ou seja, o vetor u é perpendicular ou tem seu representante perpendicular ao vetor w ou ao representante do vetor w .

E se o produto interno for (u, u) então teremos como resultado o valor do módulo de u , pois:

$$(u, u) = \|u\|^2$$

$$\cos(u, u) = \cos(0) = 1$$

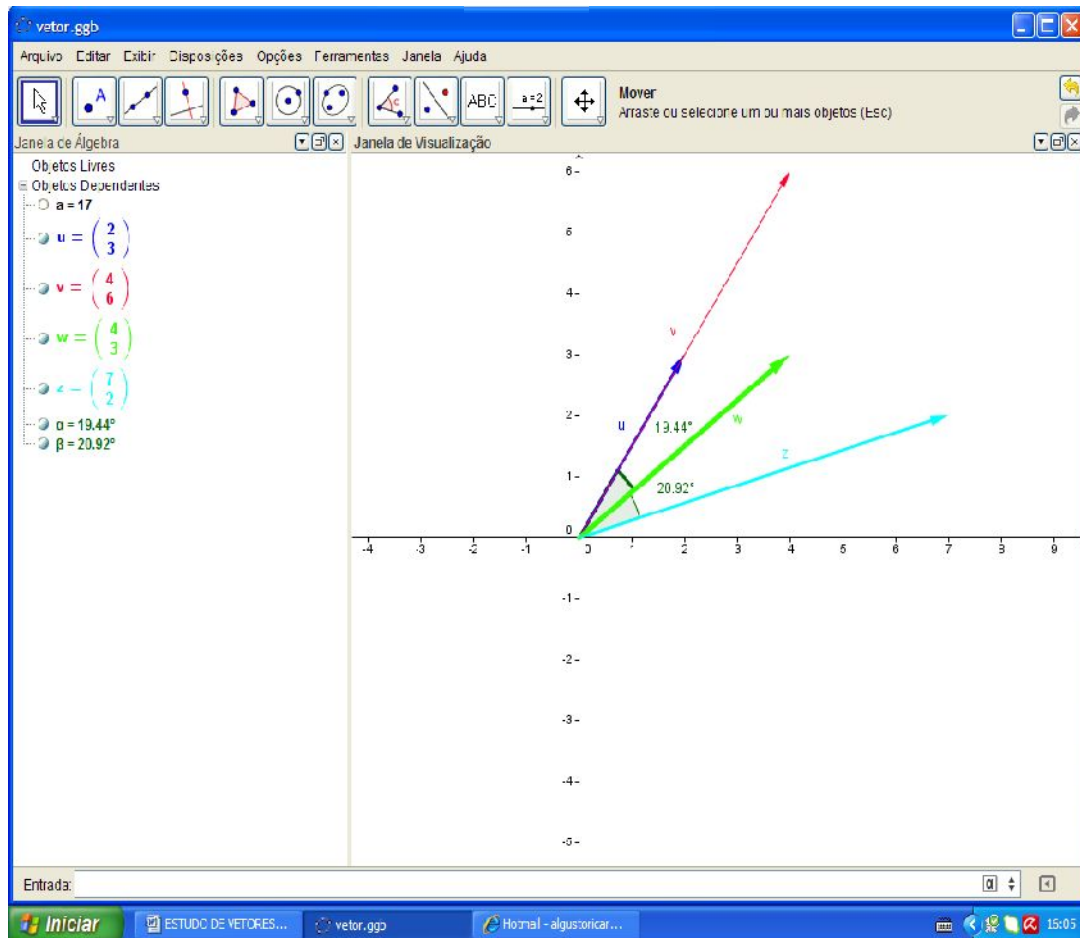
$$\|u\| \cdot \|u\| = \|u\|^2$$

$$\text{Logo: } \|u\|^2 \cdot 1 = \sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{x^2 + y^2} \text{ ou módulo de } u.$$

Veja no exemplo:

Digite $u * w$ na janela de entrada e perceba que na janela de álgebra obtemos o valor $a=17$.

Nada mais do que o produto interno $u \cdot w$.



Este produto é realizado da seguinte maneira:

$$u \cdot w = \|u\| \cdot \|w\| \cdot \cos(\theta)$$

$$u \cdot w = \|(2, 3)\| \cdot \|(4, 3)\| \cdot \cos(\theta)$$

$$u \cdot w = \left(2^2 + 3^2\right)^{1/2} \cdot \left(4^2 + 3^2\right)^{1/2} \cdot \cos(19.44^\circ)$$

$$u \cdot w = (13)^{1/2} \cdot (25)^{1/2} \cdot \cos(19.44^\circ)$$

Digite no Google $(13)^{1/2} \cdot (25)^{1/2} \cdot \cos(19.44)$

$$u \cdot w = 81,25 \cdot \cos(19.44^\circ)$$

$$u \cdot w = 81,25 \cdot 0,830693529$$

$$u \cdot w = 14,9755406$$

Aproximadamente o valor dado no GEOGEBRA, à diferença se dá pela aproximação do ângulo feito no software.

